



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة البصرة
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

تقدير دالة المخاطرة للتوزيع المركب الجديد (Akash – Exponential) مع التطبيق

رسالة مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة وهي من
متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الإحصاء تقدم بها

تقدم بها

حسن عبد الهادي حسين المالكي

بإشراف

أ.م.د ريسان عبد الامام زعلان

2023م

1445هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وما اوتيتم من العلم الا قليلا

صدق الله العلي العظيم

سورة الاسراء

الآية 85

الوفاء

إلى مولاي ابا عبدالله ايها العزيز اليك اهدي بضاعتي المسجاة فتصدق على عبداً
لنيم بقبول بضاعته والعطايا على قدر المعطي لا على قدر المعطى .

إلى من انحنى ظهره لأستقيم الى من بذل نفسه من اجلي ابي

إلى المقرون طاعتها بطاعة الرب الرحيم الى شمعنة الحياة الوحيدة ...امي

إلى الروح النقية الطاهرة الى اختي زهراء وصديقي امجد رحمهما الله

إلى متكأي والسند ,اخوتي ...مرتضى ومحمد وهوراء واسراء وامنة ومروة

إلى الأكرم منا جميعا ...من قدموا أرواحهم وبذلوا أنفسهم من أجل الوطن ..

شهداء العراق

شكرو تقدير

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على اشرف الانبياء والمرسلين الرسول المرسل المصطفى الامجد المحمود الاحمد حبيبي الله العالمين ابو الزهراء المصطفى محمد واله الطيبين الطاهرين .

أول الشكر إلى الله العلي القدير الذي منّ عليّ بذلك ولولا رحمته لضاقت بي السبل كل الشكر والتقدير الى السبب المتصل بين الارض والسماء والكهف الحصين سلطان العصر وصاحب الزمان .

اتقدم بجزيل الشكر والتقدير إلى الأستاذ المساعد الدكتور "ريسان عبد الامام زعلان" على كل ما قدمه لي من توجيهات علمية ومعلومات قيمة.

كما اتقدم بالشكر والامتنان إلى الأساتذة الأفاضل رئيس واعضاء لجنة المناقشة المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة الرسالة.

كما اتقدم بالشكر والعرفان الى جميع اساتذتي في قسم الإحصاء /جامعة البصرة الذين عملوا جاهدين على تحقيق الرقي العلمي لجميع الطلبة.

كما وأن الشكر موصل الى زملائي (طلبة الدراسات العليا) و اخص الطالبة (غفران خالد) في قسم الاحصاء لما لمستته منهم من روح التعاون والمساندة واتمنى لهم التوفيق والسداد.

واخص بالشكر الاستاذ (منتظر جمعة مهدي) لما قدمه من مساعده خلال مرحلة الكتابة .

كما اشكر الروح الجميلة الطيبة والصديقة والقريبة من القلب التي وقفت معي في كل حالة صعبة الى (سدن) .

قائمة المحتويات

| الصفحة | الموضوع |
|-------------------------------------|---|
| أ | الآية |
| ب | الاهداء |
| ج | الشكر والتقدير |
| د-هـ | قائمة المحتويات |
| ح-ز-و | قائمة الجداول |
| ط | قائمة الاشكال |
| ي | قائمة الرموز |
| ل | المستخلص |
| الفصل الاول : منهجية البحث | |
| 2 | (1-1) المقدمة |
| 3 | (2-1) مشكلة الدراسة |
| 4-3 | (3-1) اهداف البحث |
| 4 | (4-1) الاستعراض المرجعي |
| 4 | (1-4-1) دراسات تتعلق بالدراسات الخاصة بتوزيع Akash |
| 7 | (2-4-1) دراسات تتعلق بالدراسات الخاصة بتركيب او خلط التوزيع الاسي مع التوزيعات الاخرى |
| الفصل الثاني : الجانب النظري | |
| 13 | (1-2) التمهيد |
| 13 | (2-2) المفاهيم الاساسية |
| 13 | (1-2-2) دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع |
| 14 | (2-2-2) دالة البقاء |
| 14 | (3-2-2) دالة المخاطرة (معدل الفشل) |
| 15 | (4-2-2) متوسط زمن الفشل او الوفاة |
| 15 | (5-2-2) التوزيع الاسي |
| 17 | (6-2-2) توزيع اكاش |
| 18 | (3-2) طريقة التركيب (T-X family) |
| 21 | (4-2) بناء التوزيع المركب الجديد |
| 31 | (5-2) الخصائص الهيكلية للتوزيع |
| 31 | (1-5-2) العزوم اللامركزية |
| 34 | (2-5-2) العزوم المركزية |
| 34 | (3-5-2) الالتواء |
| 35 | (4-5-2) التفلطح |
| 35 | (6-2) طرائق التقدير |
| 36 | (1-6-2) طريقة الامكان الاعظم |

| | | |
|---|---|---------|
| 38 | طريقة المقدرات التجزئية | (2-6-2) |
| 40 | طريقة الحد الاقصى للمسافة | (3-6-2) |
| 43 | معايير مقارنة طرائق التقدير | (7-2) |
| 44 | معايير اختيار افضل توزيع | (8-2) |
| 44 | معايير معلومات اكيكي | (1-8-2) |
| 44 | معايير معلومات اكيكي المصحح | (2-8-2) |
| 45 | معايير المعلومات البيزي | (3-8-2) |
| 45 | اختبارات حسن المطابقة | (9-2) |
| الفصل الثالث : الجانب التجريبي والتطبيقي | | |
| 47 | التمهيد | (1-3) |
| 47 | الاجراء الاول (الجانب التجريبي) | (2-3) |
| 47 | مفهوم المحاكاة | (1-2-3) |
| 48 | مراحل بناء تجربة المحاكاة | (2-2-3) |
| 50 | استعراض نتائج المحاكاة | (3-2-3) |
| 58 | الجزء الثاني :الجانب التطبيقي | (3-3) |
| 58 | تمهيد : الجانب التطبيقي | (1-3-3) |
| 58 | سرطان الثدي | (2-3-3) |
| 59 | البيانات الحقيقية | (3-3-3) |
| 62 | تحليل البيانات | (4-3) |
| الفصل الرابع :الاستنتاجات والتوصيات | | |
| 75 | الاستنتاجات والتوصيات | (1-4) |
| 75 | الاستنتاجات | (1-1-4) |
| 76 | التوصيات | (2-1-4) |
| المصادر | | |
| 78 | المصادر العربية | |
| 80 | المصادر الاجنبية | |
| الملاحق | | |
| 83 | ملحق A جداول مقدرات المعلمات ودالة المخاطرة والاشكال الخاصة بها | |
| 118 | ملحق B برنامج محاكاة الجانب التجريبي | |
| 147 | Abstract | |

قائمة الجداول

| الصفحة | عنوان الجدول | رقم الجدول |
|--------|---|------------|
| 49 | القيم الأولية للمعاملات النماذج المقترحة | (1-3) |
| 51-52 | الرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع نماذج قيم المعاملات الافتراضية واحجام العينات كافة | (2-3) |
| 53 | الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع نماذج قيم المعاملات الافتراضية حسب حجم العينة | (3-3) |
| 55-56 | لرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة ولجميع نماذج قيم المعاملات الافتراضية واحجام العينات كافة لمقدر دالة المخاطرة | (4-3) |
| 57 | الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع نماذج قيم المعاملات الافتراضية وحسب حجم العينة لمقدر دالة المخاطرة | (5-3) |
| 60-61 | مدة بقاء المريض المصاب بسرطان الثدي على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى ولحين الوفاة (بالأسابيع) | (6-3) |
| 62 | يبين ابرز الإحصاءات الأولية الوصفية لبيانات العينة الحقيقية | (7-3) |
| 63 | يوضح تقديرات المعاملات لتوزيع (Exponential – Akash) المقترح ومعايير المقارنة للبيانات الحقيقية | (8-3) |
| 65-72 | مقدر دالة البقاء ودالة المخاطرة والدالة التراكمية والدالة الاحتمالية للبيانات الحقيقية | (9-3) |
| 83 | جدول 1: متوسط القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 0.5, \lambda = 0.05$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الاول . | 1 |
| 84 | متوسط القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 0.5, \lambda = 0.5$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الثاني . | 2 |
| 85 | متوسط القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 0.5, \lambda = 1.2$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الثالث . | 3 |
| 86 | متوسط القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية | 4 |

| | | |
|-----------|--|----|
| | واحجام العينات ($\theta = 1, \lambda = 0.05$) (n=25,50,100,200) للنموذج الرابع . | |
| 87 | متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 1, \lambda = 0.5$) واحجام العينات (n=25,50,100,200) للمنموذج الخامس . | 5 |
| 88 | متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 1, \lambda = 1.2$) واحجام العينات (n=25,50,100,200) للمنموذج السادس . | 6 |
| 89 | متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 2, \lambda = 0.05$) واحجام العينات (n=25,50,100,200) للنموذج السابع . | 7 |
| 90 | متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 2, \lambda = 0.5$) واحجام العينات (n=25,50,100,200) للمنموذج الثامن . | 8 |
| 91 | متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 2, \lambda = 1.2$) واحجام العينات (n=25,50,100,200) للمنموذج التاسع . | 9 |
| 92-92 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ كاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الاول . ($\theta = 0.5, \lambda = 0.05$) | 10 |
| 95-96 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الثاني . ($\theta = 0.5, \lambda = 0.5$) | 11 |
| 98-99 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الثالث . ($\theta = 0.5, \lambda = 1.2$) | 12 |
| 1001-1002 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات | 13 |

| | | |
|---------|---|----|
| | الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الرابع . ($\theta = 1, \lambda = 0.05$) | |
| 104-105 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الخامس . ($\theta = 1, \lambda = 0.5$) | 14 |
| 107-108 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج السادس . ($\theta = 1, \lambda = 1.2$) | 15 |
| 109-110 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج السابع . ($\theta = 2, \lambda = 0.05$) | 16 |
| 113-114 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الثامن | 17 |
| 116-117 | القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج التاسع . ($\theta = 2, \lambda = 1.2$) | 18 |

قائمة الاشكال

| الصفحة | عنوان الشكل | رقم الشكل |
|--------|---|-----------|
| 25 | الدالة التجميعية لتوزيع المركب (Akash - Exponential) | (1-2) |
| 28 | دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع المركب (Akash - Exponential) | (2-2) |
| 29 | دالة البقاء لتوزيع المركب (Akash - Exponential) | (3-2) |
| 30 | دالة المخاطرة لتوزيع المركب (Akash - Exponential) | (4-2) |
| 64 | دالة الكثافة الاحتمالية المقطرة لتوزيع (Akash - Exponential) مقارنة بالتوزيع الاسي وتوزيع Akash بالنسبة للبيانات الحقيقية | (1-3) |
| 65 | Probability Plot of (Akash – Exponential) | (2-3) |
| 94 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الأول | 1 |
| 97 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الثاني | 2 |
| 100 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الثالث | 3 |
| 103 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الرابع | 4 |
| 106 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الخامس | 5 |
| 109 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج السادس | 6 |
| 112 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج السابع | 7 |
| 115 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج التاسع | 8 |
| 118 | دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج التاسع | 9 |

قائمة الرموز

| Mean | المعنى | الرموز |
|--|---|-----------------|
| Cumulative density function cdf | دالة الكثافة التجميعية | $F(X)$ cdf |
| Probability density function pdf | دالة الكثافة الاحتمالية | $f(x)$ pdf |
| Reliability function | دالة المعولية | $R(X)$ |
| Hazard function | دالة المخاطرة | $H(x)$ |
| The probability density function of the exponential distribution | دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي | $f(x, \lambda)$ |
| survival function | دالة البقاء | $S(x)$ |
| Exponential cumulative distribution function | دالة التوزيعية التراكمية الاسي | $F(x, \lambda)$ |
| Akash probability density function | دالة الكثافة الاحتمالية اكاش | $f^*(t)$ |
| Akash cumulative distribution function | دالة التوزيعية التراكمية اكاش | $F^*(t)$ |
| The new distribution (Akash -Exponential) | التوزيع الجديد (الاسي -اكاش) | AK-E |
| The cumulative distribution function of the (AK-E) distribution | دالة التوزيعية التراكمية للتوزيع (AK-E) | $G(X)$ |
| The probability density function of the (AK-E) distribution | دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع (AK-E) | $g(x)$ |
| survival function of the new distribution (AK-E) | دالة البقاء للتوزيع الجديد (AK-E) | $S^*(X)$ |
| Risk function of the new distribution (AK-E) | دالة المخاطرة للتوزيع الجديد (AK-E) | $h^*(x)$ |
| Maximum Likelihood Method | طريقة الامكان الاعظم | MLE |
| Percentiles Estimators Method | طريقة المقدرات التجزئية | P.C |
| Method of Maximum Product Spacing | طريقة الحد الاقصى للمسافة | M.P.S |

| | | |
|--|---------------------------------------|-----------|
| Non-central Moments (AK-E) | العزم اللامركزي الرائي للتوزيع (AK-E) | μ_r^* |
| Central Moment (AK-E) | العزوم المركزية للتوزيع (AK-E) | μ_r |
| Mean Square Error | متوسط مربعات الخطأ | MSE |
| Integrative Mean Square Error | متوسط الخطأ مربعات التكاملية | IMSE |
| Akaiki Information Criterion | معيار معلومات اكاكي | AIC |
| Correction Akaike information) criteria(| معيار معلومات اكاكي المصحح | AIC_c |
| Bayesian Information Criterion | معيار المعلومات البيزي | BIC |

المستخلص

ان دراسة تحليل المخاطرة لمرضى سرطان الثدي باستعمال التوزيعات المختلفة وخصوصا يعتمد بصورة اساسية على تقدير دالة المخاطرة إذ تم استعمال التوزيعات لنمذجة البيانات في العديد من مجالات الطب. تكون بعض التوزيعات الاحتمالية التقليدية غير مناسبة للظاهرة المدروسة ، ومن أجل تحسين ملائمة البيانات لهذه التوزيعات ، تم إنشاء عوائل جديدة من التوزيعات ، وهي التوزيعات المركبة. ولذلك سيتم الحصول على التوزيعات المركبة عن طريقة استعمال طريقة التركيب (T-X family) لجعل هذه التوزيعات أكثر مرونة للتطبيق العملي على البيانات الحقيقية ومن ثم تقدير دالة المخاطرة لهذه التوزيعات الجديدة التي سوف تكون أكثر كفاءة وجودة في تمثيل دوال المخاطرة .

تم في هذه الرسالة ايجاد توزيع احتمالي جديد هو (Akash – Exponential) باستعمال طريقة التركيب (T-X family) وهو توزيع ناتج عن تركيب توزيعين مستمرين وهما توزيع الاسي والتوزيع Akash كما تم اشتقاق خصائص التوزيع الجديد الاحصائية وتقدير معالمه ودالة المخاطرة باستعمال ثلاث طرائق للتقدير وهي طريقة الامكان الاعظم (mle) ، طريقة المقدرات التجزئية (pc)، و طريقة الحد الاقصى للمسافة (mps).

وتم استعمال طريقة مونتي كارلو في المحاكاة على برنامج (Mathematical- 13) في الجانب التجريبي ولايجاد افضل تقدير للمعلمات وباستعمال عدة حجوم للعينات (25,50,100,200) وذلك لمعرفة مدى تأثير حجم العينة على النتائج ثم تمت المقارنة بين مقدرات الطرائق الثلاث باستعمال معيار عينة بيانات حقيقية متمثلة بمدة بقائهم على قيد الحياة لحين الوفاة أو الشفاء للمرضى المصابين بمرض سرطان الثدي ومن خلال النتائج التي تم الحصول عليها من الجزء التجريبي واخيراً تم اختيار افضل توزيع احتمالي وذلك باستعمال معيار اكيكي ومعيار اكيكي المصحح ومعيار المعلومات البيزي وقد تبين أن توزيع (Akash – Exponential) هو التوزيع الافضل.

الفصل الاول

منهجية الرسالة

1-1 المقدمة (Introduction):-

إن التوزيعات الإحصائية مهمة ومفيدة جدا في وصف البيانات الحقيقية للظاهرة المدروسة والتنبؤ بها، وقد استعملت التوزيعات الكلاسيكية على نطاق واسع ولعدة عقود في هذا المجال، أما في العقد الأخير فقد اهتم الباحثون في تطوير التوزيعات الاحتمالية والانتقال بها الى التوزيعات المركبة (Compound Distributions) بهدف البحث عن أفضل تمثيل للبيانات وبأقل الأخطاء وقد نالت اهتماما كبيرا ومميزا، وذلك لأهمية تطبيقاتها في مجالات الحياة (الطبية والهندسية والصناعية... وغيرها)، ان التوزيعات المركبة هي ناتجة عن تركيب توزيعين أو أكثر وتشمل توزيعات دوال البقاء على قيد الحياة فيما اذا كانت الدراسة تخص البشر أو الحيوان أو الكائنات الحية، اما اذا كانت الدراسة تخص المكنات والآلات والمعدات فستكون دالة المعولية، ويوجد الكثير من البحوث الإحصائية في هذين المجالين. في العقود الأخيرة كان الاهتمام واضحا ومتزايدا من أجل تطوير عائلات جديدة من التوزيعات إذ يتم الحصول على التوزيعات المعممة أو الموسعة عن طريق التحويلات أو إضافة معلمة أو أكثر إلى التوزيعات الكلاسيكية المعروفة من أجل الحصول على مرونة أكثر للتطبيق العملي لمعرفة السلوك الحقيقي للبيانات و لا سيما في توزيعات البقاء على قيد الحياة وهذا ما تم التركيز عليه في هذه الدراسة .

تحتوي هذه الدراسة على أربعة فصول تم تنظيمها وفق النحو الآتي :

اشتمل **الفصل الأول** على منهجية ومشكلة وهدف الدراسة واستعراض بعض الدراسات السابقة التي استطاع الباحث الحصول عليها، في حين يدرس **الفصل الثاني** المفاهيم الأساسية التي تتناولها الرسالة وطريقة تركيب التوزيعين وإيجاد التوزيع الاحتمالي الجديد (Akash – Exponential) واشتقاق خصائصه الإحصائية والهيكلية فضلا عن دالة المخاطرة $h(x)$ (Hazard Function) دالة معدل الفشل) يسبقها دالة البقاء $s(x)$ (Survival Function) ثم بعد ذلك

عرض طرائق التقدير المستعملة لتقدير معلمات ودالة البقاء والمخاطرة للتوزيع الجديد.

أما **الفصل الثالث** فيشتمل على قسمين يتناول القسم الأول منه مفهوم المحاكاة وتطبيق أسلوب محاكاة (مونت كارلو) للمقارنة بين طرائق التقدير التي تم التطرق إليها في الفصل الثاني، أما القسم الثاني فيشتمل على الجانب التطبيقي الذي يتضمن تطبيق التوزيع الجديد على بيانات حقيقية تمثل عدد من المرضى المصابين بسرطان الثدي من وقت دخول المريض لحين وفاته مع اجراء اختبار حسن المطابقة لتلك البيانات وأخيرا **الفصل الرابع** يتم فيه استعراض الاستنتاجات والتوصيات التي خرجت بها الدراسة في ضوء نتائج البحث ومدى إمكانية اخذها بنظر الاعتبار.

2-1 مشكلة الرسالة : (problem of the Thesis):-

على الرغم من وجود عدد كبير من التوزيعات الاحتمالية الكلاسيكية وتطورها واتساع تطبيقاتها في مجالات الحياة المختلفة إلا أنها تكون نوعا ما ضعفا في ايجاد افضل مقدر يمثل دالة المخاطرة للبيانات مرضى سرطان الثدي والتي تكون بشكل متذبذب وغير ثابت، كما أن الكثير من الدراسات السابقة تركز على دالة البقاء دون دالة المخاطرة ، لذا نرى من الضروري القيام بإيجاد توزيع احتمالي مركب جديد (Akash – Exponential)
 (ي) ملائم لتفسير دالة المخاطرة لهذا المرض لأنه يمثل مشكلة اجتماعية وصحية عالمية بشكل عام وفي العراق بشكل خاص.

3-1 اهداف الرسالة (Objectives of the Thesis):-

- 1- اقتراح توزيع احتمالي مركب جديد (Akash- Exponential) باستعمال طريقة التركيب (T-X family) يكون اكثر مرونة وملائمة لنمذجة البيانات المعقدة .

- 2- اشتقاق الخصائص الاحصائية للتوزيع المركب الجديد (Exponential - Akash) وكذلك تقدير معلمات التوزيع الجديد بأكثر من طريقة للتقدير.
- 3- تقدير دالة المخاطرة باستعمال طرائق مختلفة من اجل التوصل الى افضل طريقة لتقدير دالة المخاطرة للتوزيع الجديد .
- 4- تطبيق التوزيع المركب الجديد على بيانات حقيقية للمرضى المصابين بسرطان الثدي .

4-1 الاستعراض المرجعي (Review of literature):-

تُعد الدراسات السابقة مصدرا مهما وغنيا بالمعلومات بالنسبة للباحث، كما أنها تؤدي دورا مهما في البحث العلمي كونها تعد أحد المرتكزات الرئيسة في تكوين فكرة الدراسة والاطلاع على تجارب الآخرين والاستفادة منها , تم تقسيم الدراسات السابقة الى قسمين القسم الاول تتعلق بالدراسات الخاصة بتوزيع Akash والقسم الثاني تتعلق بالدراسات الخاصة بتركيب التوزيع الاسي وكما يلي :

(1-4-1): دراسات تتعلق بالدراسات الخاصة بتوزيع Akash:

❖ **في عام (2015) اقترح الباحث Rama Shaker** ^[42] توزيع جديد بمعلمة واحدة يدعى توزيع Akash حيث تم اشتقاق بعض الخصائص الاحصائية لهذا التوزيع مثل التباين والانحراف المعياري والتفطح والالتواء فضلا عن الى دالة البقاء والمعولية واستعمل طريقتي الامكان الاعظم والعزوم لتقدير معلمات التوزيع المقترح وتم تطبيق التوزيع على مجموعتين من بيانات العمر الحقيقي في العلوم والهندسة الطبية اذ تمت ملائمة البيانات مع التوزيع الجديد المقترح مع التوزيع الاسي وتوزيع Lindley وبعد المقارنة تبين أن التوزيع المقترح كان افضلها وحسب معايير AIC و AICC.

❖ **في عام (2017) قدم الباحث Shanker, R** ^[43] توزيع Akash ثنائي المعالم (TPAD) حيث تم دراسة الخصائص الاحصائية مثل معامل الالتواء والتفطح والالتواء والتشتت فضلا عن دالة المخاطرة ودالة البقاء

ولتقدير معلمات النموذج تم استعمال طريقتي الامكان الاعظم والعزوم وتم تطبيقه على مجموعة حقيقية من بيانات العمر وتم مقارنته مع التوزيع الاسي وتوزيع Lognormal

❖ في عام (2018) قام الباحث **Shanker, R.** [46] وآخرون باقتراح توزيع عام جديد باسم توزيع Generalized Akash-Poisson حيث اشتقت بعض الخصائص الاحصائية مثل دالة البقاء ودالة المخاطرة ودالة المعولية و المنوال والوسيط والتفطح والالتواء . وتم تقدير معلمات التوزيع باستعمال طريقتي الامكان الاعظم والعزوم و تم تطبيقه على مجموعتين من البيانات في العلوم البيولوجية بعد ملائمتها للتوزيع المقترح ولتوزيعات منقطعة اخرى وقد وجد ان افضل طريقة ملائمة للتقدير هي طريقة الامكان الاعظم على توزيع – Poisson- Akash وتبين أن التوزيع المقترح الافضل بالتقدير من التوزيعات الاخرى.

❖ في العام (2018) قام الباحث **Okereke, E. W.** [41] وآخرون باقتراح توزيع جديد يعرف باسم توزيع Akash الاسي وهو تعميم لتوزيع Akash كما تم اشتقاق خصائص التوزيع الجديد مثل دالة البقاء ودالة المعولية وتم تقدير معلمة التوزيع المقترح باستعمال طريقة الامكان الاعظم التي تعد الافضل في اعطاء نتائج افضل للبيانات من خلال تطبيقه على مجموعتين من البيانات الحياة الحقيقية مما اعطت ملائمة أفضل من بعض توزيعات العمر التي تمت مقارنتها بها.

❖ تناول **Eyob وآخرون في عام (2019)** [47] بحثا اقترحوا فيه توزيعا شبه مرجح ل- Akash موزون (WQAD) بثلاثة معلمات والذي يتضمن توزيعات اكاش وشبه اكاش وكاما الموزونة ذات معلمتين وتوزيع اكاش ذو معلمة وحدة كحالات خاصة وتم اشتقاق الخصائص الاحصائية والرياضية مثل معامل التفطح والالتواء بالإضافة الى دالة المخاطرة وكذلك تم تقدير معلمة التوزيع المقترح باستخدام طريقة الامكان الاعظم إذ تم تطبيقه على ثلاث بيانات عمرية

حقيقية من الهندسة ومن نتائج المعايير المعلومات (AIC) و (KS) وجد انه الافضل عند مقارنه هذا التوزيع المقترح مع معلمة واحد لتوزيع Akash وتوزيع Lindley ، وتوزيع شبه Akash ثنائي المعلمات ، وتوزيع Lindley الموزون بثلاث معلمات وكذلك وجد أنه الافضل .

❖ في عام (2020) قام الباحثون Ganaie, R. A. وآخرون^[30] بتقديم دراسة حول توزيع Akash ، وتم في هذه الدراسة تقديم خمس طرق مختلفة للتقدير ، وهي الامكان الاعظم ، والمربعات الصغرى ، والمربعات الصغرى الموزونة ، وأندرسون دارلينج ، وكريمر فون ميزس وتم استعمال محاكاة مونت كارلو شاملة لمقارنة أداء هذه الطرق عبر التحيزات وتعني الأخطاء التربيعية لهذه المقدرات. وتم ايضا تطبيقه على بيانات حقيقية .

❖ في عام (2021) قام الباحث Teltumbade, D. P. وآخرون^[23] بتقديم بحث حول توزيع جديد يسمى توزيع شبه Akash المنحاز للمنطقة باستعمال دوال خاصة معينة تم الحصول على خصائصها الاحصائية مثل التباين والانحراف المعياري فضلاً عن دالة البقاء اذ تم تقدير المعلمات باستعمال طريقة المربعات الصغرى وتم تطبيقه على مجموعة من البيانات الحقيقية .

❖ في عام (2022) قام الباحث Aderoju, S. وآخرون^[24] بتقديم بحث حول تطوير توزيع Akash المعمم، وتم استخراج الخصائص الرياضية للتوزيع مثل الوسيط والمنوال والتفطح والتباين وكذلك دالة المخاطرة إذ تم تقدير معلمات النموذج باستعمال طريقة الامكان الاعظم على مجموعتي حقيقتين من البيانات يمكن أن يوفر التوزيع تناسقاً أفضل من التوزيعات التنافسية المعروفة الأخرى التي تم أخذها في الاعتبار وتم مقارنتها بتوزيع Power Pranav وتوزيع Topp-Leone Lomax .

❖ في عام (2022) قام الباحث Shafiq A. وآخرون^[44] اقترح مزيج مكونين من نموذج (TC-MAM) Akash إذ وتم عرض سلوك توزيع TC-MAM بيانياً. تم اشتقاق الخصائص الاحصائية مثل الانحراف ، الالتواء ، والتفطح ،

وعرض دالة المخاطرة بشكل بياني. إن دالة الكثافة الدالة المميزة ، والتراكمية ، ومتوسط الوقت حتى الفشل. يتم عرض نتائج تجارب المحاكاة لفحص سلوك هذه التقديرات بيانياً ، ويتم فحص مجموعة من البيانات المأخوذة من العالم الحقيقي من أجل إظهار وجهات النظر العملية للنموذج الجديد. تفضل جميع المقاييس التي تم تقييمها النموذج الجديد وتفوق التوزيع المقترح على خليط Lindley و Shanker والتوزيعات الأسية .

(2-4-1) : دراسات تتعلق بالدراسات الخاصة بتركيب او خلط التوزيع الاسي مع

التوزيعات الاخرى :

❖ قدم Nadarajah S. عام (2005) [38] بحثاً تضمن توزيع مركب احتمالي اسيا ((distribution exponential- Weibull)) وتم دراسة الخصائص الاحصائية والرياضية للتوزيع المقترح وتم تقدير التوزيع الجديد بطريقة العزوم.

❖ قدم Woo J. وآخرون عام (2006) بحثاً [47] بعنوان (Exponentiated Weibull distribution المركب وتمت دراسة الخصائص الرياضية للتوزيع منها دالة الكثافة الاحتمالية وتم العثور على حالات خاصة لهذا التوزيع مع توزيعات Weibull و Gamma ذات المعلمتين فيما يتعلق بمعدل الفشل و تم تقدير معلمات التوزيع باستعمال طريقة الإمكان الأعظم وتم تطبيقه على بيانات غير مراقبة تخص كسر ضغط ألياف الكربون.

❖ في عام (2013) قدم (AL-Kadim .k. A. and . Boshi. M. A) [26] تعميم جديد لتوزيع (Exponentiated) Pareto المسمى بتوزيع (Exponentiated Pareto) المحول واستنتجت الخصائص الاحصائية وإحصائيات الرتب للتوزيع الجديد , وقدرت معلمات النموذج بطريقة الامكان الاعظم وتم الاستنتاج بالإمكان للتوزيع نمذجة البيانات بمعدل خطر متزايد او متناقص او ثابت.

❖ في عام (2014) قام الباحثون (Elbatal) وآخرون [29] دراسة توزيع (Exponentiated Fréchet) المحول وتمت دراسة طرق التقدير لتقدير معلمات الانموذج كطريقة المربعات الصغرى الموزونة وطريقة الامكان الاعظم وتم اجراء تحليل البيانات في الوقت الفعلي لهذا

التوزيع ووجد ان هذه الفئة اكثر مرونة وان توزيع (Exponentiated Fréchet) المحول مناسب بشكل افضل للبيانات التي تم تركيبها وتحليلها في الاصل باستعمال (Fréchet) أو (Exponentiated Fréchet).

❖ وفي العام (2014) قدّم (Hussain. A Mohamed) [33] توزيع (Exponentiated Gamma) المعمم المحول والذي كان اكثر مرونة التوزيعات المفردة له بعض الخصائص المرغوبة للاهتمام , ويتم توفير معالجة رياضية شاملة لتوزيع (Exponentiated Gamma) المحول, ونشق الدالة الكمية والدالة المولدة للعزوم لهذا التوزيع , وكذلك نناقش تقدير المعلومات بطريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة.

❖ قام الباحث (صالح) عام (2016) [8] بتقدير دالة المخاطرة للتوزيع المختلط (الأسّي - كما من الدرجة الأولى) وباستعمال خمس طرائق للتقدير هي ,الإمكان الأعظم ، العزوم ، العزوم الخطية ، المقدرات التجزئية ، بيز القياسية وتم تطبيق اسلوب محاكاة مونت كارلو وتوصل الباحث إلى أن طريقة بيز كانت الافضل في حجوم العينات الصغيرة، والمكان الأعظم والمقدرات التجزئية الافضل حجوم العينات الكبيرة.

❖ نشر (Amina) عام (7201) [49] بحثا تضمن التوزيع الاحتمال-the weibull (WE) (exponential distridution) اذ تم دراسة خصائص هذا التوزيع المركب وتقدير معالمه بطريقة الامكان الاعظم وتم تطبيقه على نوعين من البيانات، الاولى تخص الياف الكربون، والثانية تخص قوة الاليف الزجاجية ، اذ ثم اثبات مرونة هذا التوزيع وافضلية من التوزيع المفردة.

❖ في حين قدم الباحثان (Hassan and Abd –Allah) (عام) (2018) [31] بحثا يشتمل على توزيع احتمالي مركب (distribution Exponentiated -weibull Lomax) إذ تمت دراسة خصائص التوزيع الجديد وتقدير معالمته بطريقة الإمكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة المربعات الصغرى الموزونة إذ تم التطبيق على نوعين من البيانات الحقيقية، الأولى تخص كلوريد الفينول خاضعة للرقابة، والأخرى تتضمن بيانات ألياف الكربون غير خاضعة للرقابة.

❖ اما في عام (2021) فقد قدم (Ahmad M.H. Al-Khazaieh)^[25] بحثا استعمل فيه دالة (Biweight Kernel) (BKF) والتوزيعات الأسية لاقتراح توزيع جديد يسمى التوزيع الأسّي للوزن الحيوي (BiEd) اذ تم تقديم التوزيع الجديد من دون إضافة أي معلمات جديدة إلى التوزيعات الأصلية ، تم ايجاد الخصائص الإحصائية للتوزيع بما في ذلك تقدير معلمات النموذج بطريقة الامكان الاعظم وتطبيقها باستعمال بيانات حقيقية، تظهر نتائج التطبيق أن التوزيع الجديد أفضل من التوزيع الاسي .

يتضح من الدراسات السابقة عدم التطرق الى تركيب توزيع Akash مع أي توزيع اخر وعلية تميزت دراستنا عن الدراسات السابقة بتركيب توزيع Akash مع التوزيع الاسي بطريقة (T-X family) والحصول على توزيع مركب جديد هو (Exponential – Akash) والذي لم يتم الطرق اليه من قبل بطريقة (T-X family) حسب علم الباحث .

الفصل الثاني

الجانِب النظري

(1-2) التمهيد (Preamble):-

في هذا الفصل سيتم استعراض المفاهيم الأساسية التي يتناولها البحث وهي أهم تعاريف الدوال المستعملة في البحث سيما دالة معدل المخاطرة (Hazard Rate Function) ، ونظرة عامة عن التوزيع الاسي (Exponential Distribution) (E) وتوزيع اكاش (Akashi Distribution) (AK) ومفهوم طريقة (T-X family) وبناء التوزيع الاحتمالي المركب الجديد (AK-E)(Akashi-Exponential) واشتقاق بعض خصائص واستعمال طرائق (الامكان الاعظم Maximum Likelihood (ML) ، المقدرات التجزيئية Percentiles Estimators (PC) ، الحد الاقصى للمسافة Maximum Product Spacing (MPS). وفي تقدير معلماته ودالة المخاطرة وكذلك سيتم التطرق الى معايير مقارنة هذه الطرائق وبعض الاختبارات الاحصائية الخاصة باختبار ملائمة البيانات للتوزيع الاحتمالية.

(2-2) المفاهيم الأساسية:-

(1-2-2) دالة التوزيع التراكمية ودالة الكثافة الاحتمالية

(Probability Density Function and Cumulative Distribution Function)

[1] [5][8]-:

سوف يتم بهذا القسم استعراض بعض المفاهيم الأساسية الخاصة بدالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية .

ليكن x متغير عشوائي ويأخذ قيم حقيقية من فضاء العينة بالنسبة لأي قيمة حقيقية من قيم x فان دالة التوزيع التراكمية (Cumulative Distribution Function) تعرف كالآتي:

$$F(x) = Pr[X \leq x]$$

$F(x)$ هي دالة متزايدة وان $0 \leq F(x) \leq 1$ لكل قيم x .

اما دالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function) لمتغير عشوائي x هي التي تحقق ما يلي :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(u)du \quad \dots (2 - 1)$$

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) \quad \dots (2 - 2)$$

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p[x < X < x + \Delta x]}{\Delta x} \quad \dots (2 - 3)$$

وهي الدالة التي تحقق شروط دالة الكثافة الاحتمالية:

$$1 - f(x) \geq 0 \text{ for each values } (x)$$

$$2 - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

$$3-0 \leq \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx \leq 1$$

(2-2-2) دالة البقاء (h(x)) (Survival Function) : [8][9][31][32]

يعد تحليل البقاء فرع من فروع الاحصاء تخص كلمة البقاء (survival) وان دالة البقاء تعني احتمال بقاء كائن ما حيا بعد مرور فترة t من الزمن الكائنات الحية إذ يتضمن تحليل البقاء يشير الى تحليل الوقت المنقضي اذ يكون متغير الاستعجاب هو الوقت بين اصل الوقت ونقطة النهاية فعلى سبيل المثال في الدراسات الطبية يتم فيها دراسة الوقت للمصاب من تشخيص الإصابة لمرض معين الى حين ظهور الحدث اي لحين الموت الذي يمثل الحدث في الدراسات الطبية او المراقبة التي تعني التعافي من المرض او فقدان اي انسحاب المريض من المستشفى دون معرفة حالته الصحية او الموت.

تعرف دالة البقاء على انها دالة مكملة للدالة التراكمية وكما يلي:

$$S(x) = Pr[X > x]$$

$$S(x) = 1 - F(x) \quad \dots (2-4)$$

وشروط تكون

1- دالة متناقصة مع الزمن

$$S(0) = 1 \quad -2$$

$$S(t \rightarrow \infty) = 0 \quad -3$$

(3-2-2) دالة المخاطرة (معدل الفشل) (h(x)) (Hazard Rate

-:Function) [8][9][31][32]

وهي تمثل احتمال شرطي بأن الوحدة (او النظام) سوف يفشل في المدة (x, x+Δx) حتى الوقت x، وتستعمل هذه الدالة بأسماء متعددة في الحقول العلمية المختلفة فتسمى معدل الفشل في دراسات المعولية، قوة الفناء في الدراسات السكانية. ويرمز لدالة المخاطرة بالرمز h(x) ويعبر عنها بالصيغة الآتية:-

$$h(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p(x < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} = \frac{E(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \quad \dots (2-5)$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p(x < X < x + \Delta x)}{p[X > x] * \Delta x}$$

$$h(x) = \frac{1}{S(x)} * \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p(x < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \quad x > 0 \quad \dots (2 - 6)$$

وبتعويض المعادلة (3-2) بالمعادلة (6-2) بالنسبة الى Δx نحصل على العلاقة التي تربط بين دالة البقاء ودالة الفشل ودالة المخاطرة وكالاتي:-

$$h(x) = \frac{f(x)}{S(x)} \quad \dots (2 - 7)$$

(4-2-2) متوسط زمن الفشل او الوفاة (Mean Time To Failure) :-

[7][13]

هو احد المقاييس المستعملة في دالة البقاء على قيد الحياة وهو عبارة عن القيمة المتوقعة لزمن البقاء على قيد الحياة الى وقت حدوث الفشل (الوفاة) ويعبر عنه رياضيا بحسب الصيغة الاتية:

$$MTTF = E(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad \dots (2 - 8)$$

(5-2-2) التوزيع الاسي (ED) (Exponential Distribution) :- [4][6][10]

التوزيع الاسي (ED) هو من التوزيعات المستمرة وقد اشتق اسمه من الدالة الاسية (Function Exponential) ويعد من اكثر التوزيعات انتشارا وفائدة خصوصا في تخمين الفترات الزمنية بين وقوع الأحداث في عمليات بواسون (Poisson Process) ان التوزيع الاسي يختلف عن التوزيعات الأخرى بأن دالة المخاطرة له ثابتة.

1- دالة الكثافة الاحتمالية (probability density function) (pdf):

التوزيع الاسي هو حالة خاصة من توزيع كاما عند تعويض $\beta=1$ فاذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاما (Distribution Gamma) تأخذ الشكل الاتي :

$$f(x, \beta, \lambda) = \frac{1}{\Gamma_{\beta} \lambda^{\beta}} x^{\beta-1} e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

وبتعويض $\beta=1$ نحصل على التوزيع الاسي:

$$f(x, \lambda) = f(x, \lambda) = \lambda e^{-x\lambda} \quad x, \lambda > 0: \quad \dots(2-9)$$

إذ λ تمثل معلمة التوزيع وهي معلمة القياس (Scale Parameter) وتكون $\lambda > 0$

2- دالة التوزيعية التراكمية (cdf) (Cumulative Distribution Function):

أما دالة التوزيع التراكمية لمتغير يتبع التوزيع الاسي تكون كالآتي:-

$$F(x) = 1 - e^{-x\lambda} \quad : x, \lambda > 0 \quad \dots (2 - 10)$$

وأن دالة البقاء تكونان بالشكل الآتي :

$$s(x; \lambda) = e^{-x\lambda} \quad \dots (2 - 11)$$

دالة المخاطرة تكون بالشكل الاتي :

$$h(x; \lambda) = \frac{\lambda e^{-x\lambda}}{e^{-x\lambda}} = \lambda \quad \dots (2 - 12)$$

من الواضح جدا من المعادلة (2-12) بأن دالة المخاطرة للتوزيع الاسي تساوي مقلوب الوسط الحسابي للتوزيع وهذا ما يبرر كون الدالة ثابتة (لأنها لا تعتمد على الزمن) إذ إن:

$$E[X] = \int_0^{\infty} x f(x) dx \quad \dots (2 - 13)$$

$$= \int_0^{\infty} x \lambda e^{-x\lambda} dx = \frac{1}{\lambda}$$

(6-2-2) توزيع اكاش (AK) (Akash distribution) [2][23][27][45]:

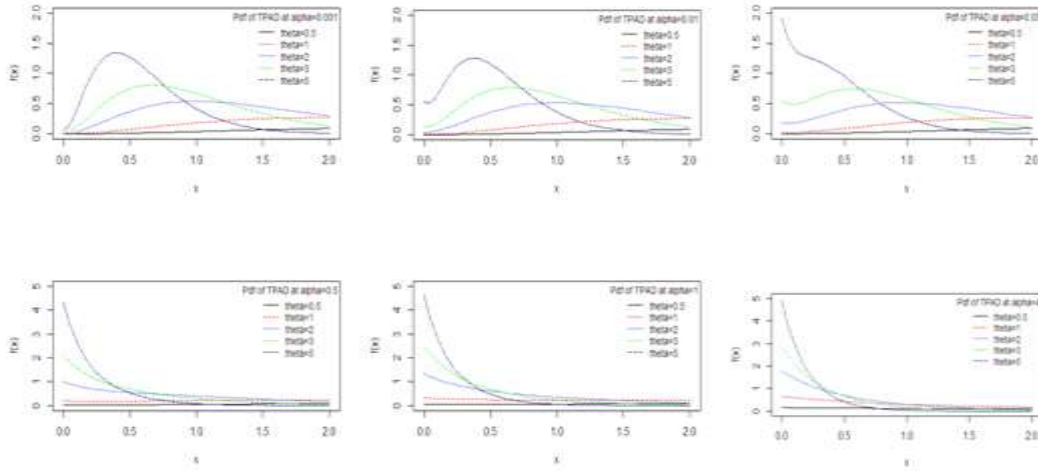
وهو احد التوزيعات المستمرة الذي قدمه الدكتور (Rama Shankar) في عام (2015) وله تطبيقات واسعة من بيانات العمر الحقيقية والطبية والهندسية واحد النماذج الشائعة والمهمة المستعملة في التطبيقات الفيزيائية وكذلك في التحليلات المفردة وتحليلات الخطأ لمختلف الانظمة ودراسة توزيع وقت الفشل وأن شكل دالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية تكون كالآتي :

1- دالة الكثافة الاحتمالية (Pdf) (probability density function):

إن التوزيع Akash خليط من h التوزيع الاسي له معلمة قياس θ وتوزيع كما بالمعلمتين θ

(3، بنسب خلط $\frac{2}{\theta^2+2}$ و $\frac{\theta^2}{\theta^2+2}$ على التوالي التي تأخذ الشكل الآتي :

$$f^*(t) = \frac{\theta^3}{\theta^2+2} (1 + t^2) e^{-\theta t} \quad ; t > 0, \theta > 0 \quad \dots(2-14)$$



(1-2) اشكال دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع Akash

2- دالة التوزيعية التراكمية (c d f) (Cumulative Distribution Function):

حيث يتم إعطاء دالة التوزيع التراكمي (c d f) من خلال المعادلة (2-8) :

$$F^*(t) = 1 - \left[1 + \frac{\theta t(\theta t + 2)}{(\theta^2 + 2)} \right] e^{-\theta t} \quad ; t > 0, \theta > 0 \quad \dots (2-15)$$

3-دالة البقاء (Survival Function) S(t):

وبذلك تكون دالة البقاء لمتغير عشوائي يتبع توزيع (Akash) تكون - :

$$S^*(t) = 1 - F^*(t) \quad \dots (2-16)$$

$$= 1 - \left[1 - \left[1 + \frac{\theta t(\theta t + 2)}{\theta^2 + 2} \right] e^{-\theta t} \right] = \left[1 + \frac{\theta t(\theta t + 2)}{\theta^2 + 2} \right] e^{-\theta t}$$

4-دالة المخاطرة (Hazard Function) h(t):

$$h^*(t) = \frac{f^*(t)}{S^*(t)}$$

$$h^*(t) = \frac{\frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} (1 + t^2) e^{-\theta t}}{1 - \left[1 - \left(1 + \frac{\theta t(\theta t + 2)}{\theta^2 + 2} \right) e^{-\theta t} \right]} \quad \dots (2-16)$$

$$h^*(t) = \frac{\theta^3 (1 + t^2)}{\theta t(\theta t + 2) + (\theta^2 + 2)} \quad \dots (2-17)$$

(2-3) طريقة التركيب (T-X family) [35][34][37]:

عرض الباحث (Ayman Aizaatreh, 2013) طريقة جديدة لتكوين نوع جديد من العائلات المستمرة للتوزيعات وهي طريقة محول المتحول (Transformed -Transformer Method) والتي تعتمد على التوزيعات المفردة. كما تعد كتعميم لبعض الطرق السابقة لها في توليد عائلات من التوزيعات وأن الطرائق السابقة هي مثل (Beta generated method) والتي قدمها Eugene et al. (2022) وكذلك (Kumaraswamy generate method) والتي قدمها كل من Jones (2009) و Castro(2011)Cordeiro and de pescim et al. (2012) (kummer bet generalized distributions) والتي قدمها Zografos and (2009) (Gamma generated method) والتي قدمها

Balakrishnan and Zografos وكذلك (log Gamma generated method) والتي (Amini et al (2014) اذ ان الطريقة الجديدة تتعامل مع جميع التوزيعات من دون اي قيود على المجال التي تكون دالة التوزيع معرفة عليية وهذه ميزة تجعل بعض الطرائق السابقة حالة خاصة منها. ويمكن توضيح هذه العائلة في التعريفين الآتيين :-

تعريف 1 (Definition):

يستعمل المتغير العشوائي (X) وهو المحول (Transformer) ، لتحويل متغير عشوائي اخر (T) وهو المتحول (Transformed) للحصول على دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) لفئة جديدة من التوزيعات والعائلة الناتجة تسمى (T-X family).

تعريف 2 (Definition):

إذا كان لدينا متغير عشوائي (x) له دالة كثافة احتمالية $f(x)$ ، المعرفة بالمعادلة (2-1) ودالة التوزيع التراكمية $F(X)$ ، المعرفة بالمعادلة (2-2) ولدينا متغير عشوائي اخر (T) يمتلك دالة كثافة احتمالية $f(t)$ ، المعرفة بالمعادلة (2-9) وله الفترة $-\infty < a < t < b < \infty$ ، فيكون (Cdf) للأنموذج الجديد على النحو الآتي :-

$$G(x) = \int_a^{W(F(x))} z(t) dt = Z[W(F(x))] \quad \dots (2-18)$$

اذ ان :

$z(t)$ هي دالة (p d f) للمتغير العشوائي T.

$W(F(x))$ هي دالة من المتغير العشوائي X ولها نفس دور دالة الوزن ، وتستوفي للشروط الآتية :-

$$1-W(F(x)) \in [a, b]$$

2- $W(F(x))$ قابلة للاشتقاق ومتزايدة بشكل رتيب

$$3-W(F(x)) \rightarrow a \text{ as } x \rightarrow -\infty \text{ and } W(F(x)) \rightarrow b \text{ as } x \rightarrow \infty.$$

وأن $W(F(x))$ سوف تعطى عائلة جديدة من التوزيعات ، كما تعتمد على دعم المتغير العشوائي (T) وسيتم توضيحها بالنقاط الآتية :-

1- عندما يكون دعم المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة [0,1] , فإن التوزيعات الخاصة بهذا النوع تشمل التوزيعات (uniform ,beta ,Kumaraswamy) وانواع اخرى من التوزيعات beta المعممة , وبهذا سيكون تعريف $W(F(x))$ بالمعدلة الآتي :-

$$W(F(x)) = F(x) \text{ Or } F^\alpha(x)$$

2- عندما يكون دعم المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة $a \geq 0$; $[a, \infty)$ ستعرف $W(F(x))$ بالمعدلة الآتي :-

*في حالة $a=0$ فان :-

$$W(F(x)) = \{-\log(1 - F(x))\} \quad \text{or} = \frac{F(x)}{1 - F(x)}$$

في حالة $a > 0$ فإن :-

$$W(F(x)) = \{-\log(1 - F^\alpha(x))\} \quad \text{or} = \frac{F^\alpha(x)}{1 - F^\alpha(x)}$$

3- عندما يكون دعم المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة $(-\infty, \infty)$, ستعرف $W(F(x))$ بالشكل الآتي :-

$$W(F(x)) = \log\{-\log(1 - F(x))\} \quad \text{or} = \log\left\{\frac{F(x)}{1 - F(x)}\right\}$$

$$W(F(x)) = \log\{-\log(1 - F^\alpha(x))\} \quad \text{or} = \log\left\{\frac{F^\alpha(x)}{1 - F^\alpha(x)}\right\}$$

سنركز في رسالتنا هذه على الحالة الثانية والتي عندما يكون فيها دعم المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة $[0, \infty)$, اي إن :

$$[W(F(x)) = -\log(1 - F(x)) = H(x)]$$

اي أن دالة التوزيع التراكمي $F(x)$ في المعادلة (2-18) ستكون بالشكل الآتي :-

$$F_{new}(x) = \int_a^{-\log(1 - F(x))} z(x) dx = Z[-\log(1 - F(x))] \quad \dots(2-19)$$

وان دالة $F_{new}(X)$ للعائلة الناتجة الجديدة من الممكن حسابها وفق الصيغة الآتية :-

$$f(x) = z\{w(F(x))\} \times \left\{\frac{\partial}{\partial x} w(F(x))\right\}$$

$$f(x) = \frac{d}{dX} G(x) = \frac{d}{dX} \{Z(-\log (1 - F(x)))\}$$

$$f(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} z(-\log (1 - F(x)))$$

$$f(x) = h(x)z(-\log (1 - F(x))) \quad \dots(2-20)$$

حيث نلاحظ ان :-

$h(x)$ هي دالة المخاطرة للمتغير العشوائي (X) .

وأن دالة الكثافة الاحتمالية في الصيغة (2-20) يمكن ان تكتب على وفق المعادلة الآتية :-

$$F_{\text{new}}(x) = h(x) z(H(x))$$

وان $(-\log (1-F(x)))$ هي دالة المخاطرة التراكمية $H(x)$ للمتغير العشوائي (x) .

وبالتالي فان العائلة الناتجة من هذه التوزيعات نعتبرها متولدة من دوال الخطر .

(4-2) بناء التوزيع المركب الجديد (Composite Distribution):

هناك العديد من الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع التوزيعات المركبة التي تكون ناتجة من دمج توزيعين او اكثر مثل (بيتا-كامبل, بيتا - كاما , بيتا - ويبل , بيتا - باريتو , بيتا - بور , XII الأسى - باريتو) وغيرها من التوزيعات , وتكون هذه التوزيعات حالة خاصة من توزيعات أوقات الفشل الشائعة والمستعملة في حقل الموثوقية وفي هذ الرسالة يتم دراسة توزيع احتمالي مركب هو توزيع (Akash - Exponential) ذي المعلمة الواحدة وصيغة التركيب تكون كالآتي:-

اشتقاق التوزيع المركب الجديد (Akash – Exponential) (Ak-Ex)

$$\text{Let } x \sim \text{Exp}(\lambda) \rightarrow f(x) = e^{-\lambda x}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad x, \lambda > 0$$

$$S(x) = 1 - F(x)$$

$$S(x) = e^{-\lambda x}$$

$$\text{Let } T \sim \text{Ak}(\theta) \rightarrow f^*(t) = \frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} (1 + t^2) e^{-\theta t}$$

إذ ان :

$f(x)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي .

$F(x)$ تمثل دالة التراكمية للتوزيع الاسي .

$f^*(t)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع Akash.

ومن خلال المعطيات نعوض في المعادلة (18-2) ينتج

Compound by (T-X Family) is:

$$\begin{aligned} G(x) &= \int_0^{-\text{Log}(S(x))} f(t) dt \\ &= \int_0^{-\text{Log}(R(x))} \frac{\theta^3}{\theta^2+2} (1+t^2) e^{-\theta t} dt \\ &= \int_0^{\lambda x} \frac{\theta^3}{\theta^2+2} (1+t^2) e^{-\theta t} dt \quad \dots (2-21) \end{aligned}$$

$G(x)$ إذ تمثل دالة التراكمية للتوزيع المركب (Akash - Exponential)

1- الدالة التوزيعية التراكمية الجديدة (CDF) Cumulative Distribution Function

ويمكن الحصول على دالة التوزيع التجميعية للتوزيع المركب كالآتي - :

$$G(x) = \frac{\theta^3}{\theta^2+2} \int_0^{\lambda x} e^{-\theta t} dt + \frac{\theta^3}{\theta^2+2} \int_0^{\lambda x} t^2 e^{-\theta t} dt \quad \dots (2-22)$$

التكامل الاول

التكامل الثاني

باستعمال التكامل بالتجزئة لكلا التكاملين ينتج

Let $u=t^2 \rightarrow du = 2td$

$$dv = e^{-\theta t} \rightarrow V = -\frac{e^{-\theta t}}{\theta}$$

$$G(x) = \left[\frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} \left[-\frac{t^2 e^{-\theta t}}{\theta} \Big|_0^{\lambda x} - \int_0^{\lambda x} -\frac{2t e^{-\theta t}}{\theta} dt \right] + \frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} \int_0^{\lambda x} e^{-\theta t} dt \right]$$

$$G(x) = \left[\begin{array}{l} \text{الثابت وادخال الاول التعويض حد (0)} \\ \left(\frac{\theta^2 (\lambda x)^2 e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} \right) - \\ + \frac{2\theta^2}{\theta^2 + 2} \int_0^{\lambda x} t e^{-\theta t} dt \quad \text{اخرى مرة بالتجزئة التكامل نستعمل} \\ + \frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} \int_0^{\lambda x} e^{-\theta t} dt \quad \text{ينزل هو كما الاول التكامل} \end{array} \right]$$

Let $u=t \rightarrow du=dt$

$$dv = e^{-\theta t} \rightarrow v = -\frac{e^{-\theta t}}{\theta}$$

نعوض هذه النتائج في التكامل أعلاه

$$G(x) = \left[-\left(\frac{\theta^2 \lambda^2 x^2 e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} \right) + \frac{2\theta^2}{\theta^2 + 2} \left[-\frac{t e^{-\theta t}}{\theta} \Big|_0^{\lambda x} - \int_0^{\lambda x} -\frac{e^{-\theta t}}{\theta} dt \right] + \frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} \int_0^{\lambda x} e^{-\theta t} dt \right]$$

$$G(x) = \left[\begin{array}{l} \text{الثابت وادخال الاول التعويض حد} \\ -\left(\frac{\theta^2 \lambda^2 x^2 e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} \right) + \left(\frac{-2\theta \lambda x e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} \right) + \\ \text{الثابت وادخال الثاني التعويض حد} \\ (0) + \frac{2\theta}{\theta^2 + 2} \int_0^{\lambda x} e^{-\theta t} dx + \frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} \int_0^{\lambda x} e^{-\theta t} dt \end{array} \right]$$

سحب التكامل كعامل مشترك

$$G(x) = \left[-\left(\frac{\theta^2 \lambda^2 x^2 e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2}\right) - \left(\frac{2\theta \lambda x e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2}\right) + \left[\frac{2\theta}{\theta^2 + 2} + \frac{2\theta^3}{\theta^2 + 2}\right] \int_0^{\lambda x} e^{-\theta t} dt \right]$$

بإجراء التكامل والتعويض

$$G(X) = \left[-\frac{\theta^2 \lambda^2 x^2 e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} - \frac{2\theta \lambda x e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} + \left[\frac{2\theta}{\theta^2 + 2} + \frac{2\theta^3}{\theta^2 + 2}\right] \left[-\frac{e^{-\theta t}}{\theta} \Big|_0^{\lambda x}\right] \right]$$

ناتج التكامل

$$G(X) = \left[-\frac{\theta^2 \lambda^2 x^2 e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} - \frac{2\theta \lambda x e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} + \left[\left(\frac{2\theta}{\theta^2 + 2} + \frac{2\theta^3}{\theta^2 + 2}\right) * \frac{1}{\theta}\right] (1 - e^{-\theta \lambda x}) \right]$$

$$G(X) = \left[-\frac{\theta^2 \lambda^2 x^2 e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} - \frac{2\theta \lambda x e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} + \left(\frac{2\theta + \theta^3}{\theta(\theta^2 + 2)}\right) (1 - e^{-\theta \lambda x}) \right]$$

$$G(X) = \left[-\frac{\theta^2 \lambda^2 x^2 e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} - \frac{2\theta \lambda x e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} + \left(\frac{2\theta + \theta^2}{\theta^2 + 2}\right) (1 - e^{-\theta \lambda x}) \right]$$

بالتبسيط وتوحيد المقامات

$$G(X) = \frac{e^{-\theta \lambda x}(-\theta^2 \lambda^2 x^2 - 2\theta \lambda x)}{\theta^2 + 2} - e^{-\theta \lambda x} + 1$$

إجراء خطوات اضافية لتوحيد مقام الحد الثابت

$$G(X) = 1 + \frac{e^{-\theta \lambda x}(-\theta^2 \lambda^2 x^2 - 2\theta \lambda x) - e^{-\theta \lambda x}(\theta^2 - 2)}{\theta^2 + 2}$$

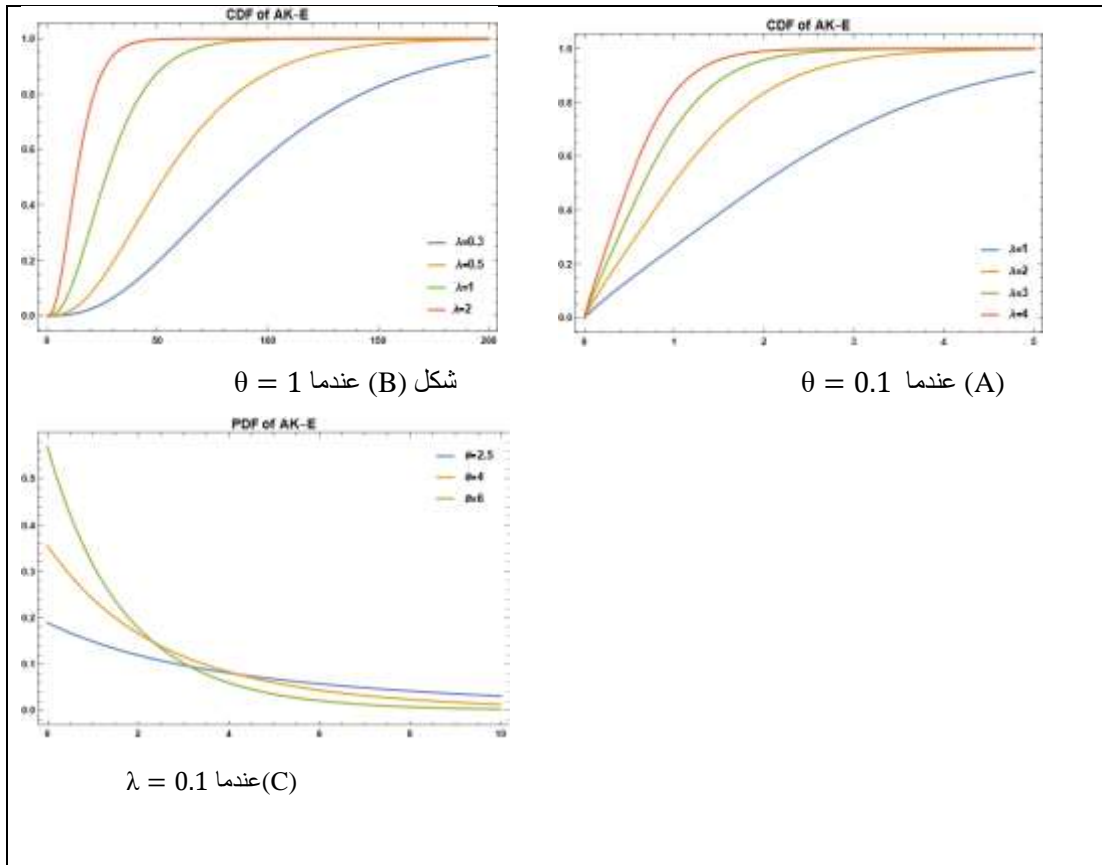
سحب عامل مشترك

$$= 1 + \frac{e^{-\theta \lambda x}[(-\theta^2 \lambda^2 x^2 - 2\theta \lambda x) - \theta^2 - 2]}{\theta^2 + 2}$$

سحب إشارة سالبة وترتيب

$$G(X) = 1 + \frac{e^{-\theta \lambda x}[-\theta(\theta \lambda^2 x^2 + 2 \lambda x + \theta) + 2]}{\theta^2 + 2}$$

$$G(X) = 1 - \frac{e^{-\theta \lambda x}[2 + \theta(\theta + 2 \lambda x + \theta \lambda^2 x^2)]}{2 + \theta^2} \quad \dots (2 - 23)$$



شكل (1-2) الدالة التجميعية لتوزيع المركب (Akash - Exponential) [اعداد الباحث]

دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب (Akash - Exponential) (pdf) هي:

$$g(x) = \frac{d}{dx} G(x)$$

إذ تم اشتقاق $G(x)$ وعند التعويض وتحويل المعادلة نحصل على $g(x)$ وكما الاتي :

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{d}{dx} \left[1 + \frac{1}{\theta^2 + 2} (-\theta^2 \lambda^2 x^2 e^{-\theta \lambda x} - 2\theta \lambda x e^{-\theta \lambda x}) - (\theta^2 - 2) e^{-\theta \lambda x} \right] \\ &= 0 + \frac{1}{\theta^2 + 2} \left[\begin{aligned} &[-\theta^2 \lambda^2 (-x^2 \theta \lambda e^{-\theta \lambda x} + 2x e^{-\theta \lambda x}) \\ &- 2\theta \lambda (-x \theta \lambda e^{-\theta \lambda x} + e^{-\theta \lambda x}) \\ &+ (\theta^2 - 2) \theta \lambda e^{-\theta \lambda x} \end{aligned} \right] \\ &= \frac{1}{\theta^2 + 2} \left[\begin{aligned} &(\theta^3 \lambda^3 x^2 e^{-\theta \lambda x} - 2\theta^2 \lambda^2 x e^{-\theta \lambda x} + \\ &2\theta^2 \lambda^2 x e^{-\theta \lambda x} - 2\theta \lambda e^{-\theta \lambda x} + \\ &\theta^3 \lambda e^{-\theta \lambda x} + 2\theta \lambda e^{-\theta \lambda x}) \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

$$g(x) = \frac{\theta^3 \lambda e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} (1 + \lambda^2 x^2) \quad \dots (2 - 24)$$

تمثل الصيغة (2-24) دالة الكثافة الاحتمالية (Pdf) لتوزيع (Akash - Exponential) فتحقق الشروط الآتية :-

$$1-f_{GE}(x; \theta, \lambda) > 0; \text{ for all } x$$

$$2-\int_0^{\infty} f_{GE}(x; \theta, \lambda) dx = 1$$

ولإثبات ذلك نتبع الخطوات الآتية :

$$1=\int_0^{\infty} \frac{\theta^3 \lambda e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} (1 + \lambda^2 x^2) dx \quad \dots (2 - 25)$$

$$= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \int_0^{\infty} e^{-\theta \lambda x} (1 + \lambda^2 x^2) dx$$

$$= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left(\int_0^\infty e^{-\theta \lambda x} dx + \lambda^2 \int_0^\infty e^{-\theta \lambda x} x^2 dx \right) \quad \dots (2 - 26)$$

$$\text{Let } \theta \lambda x = y \rightarrow x = \frac{y}{\theta \lambda} ; dx = \frac{1}{\theta \lambda} dy$$

نعوض في المعادلة (2-26) ينتج :

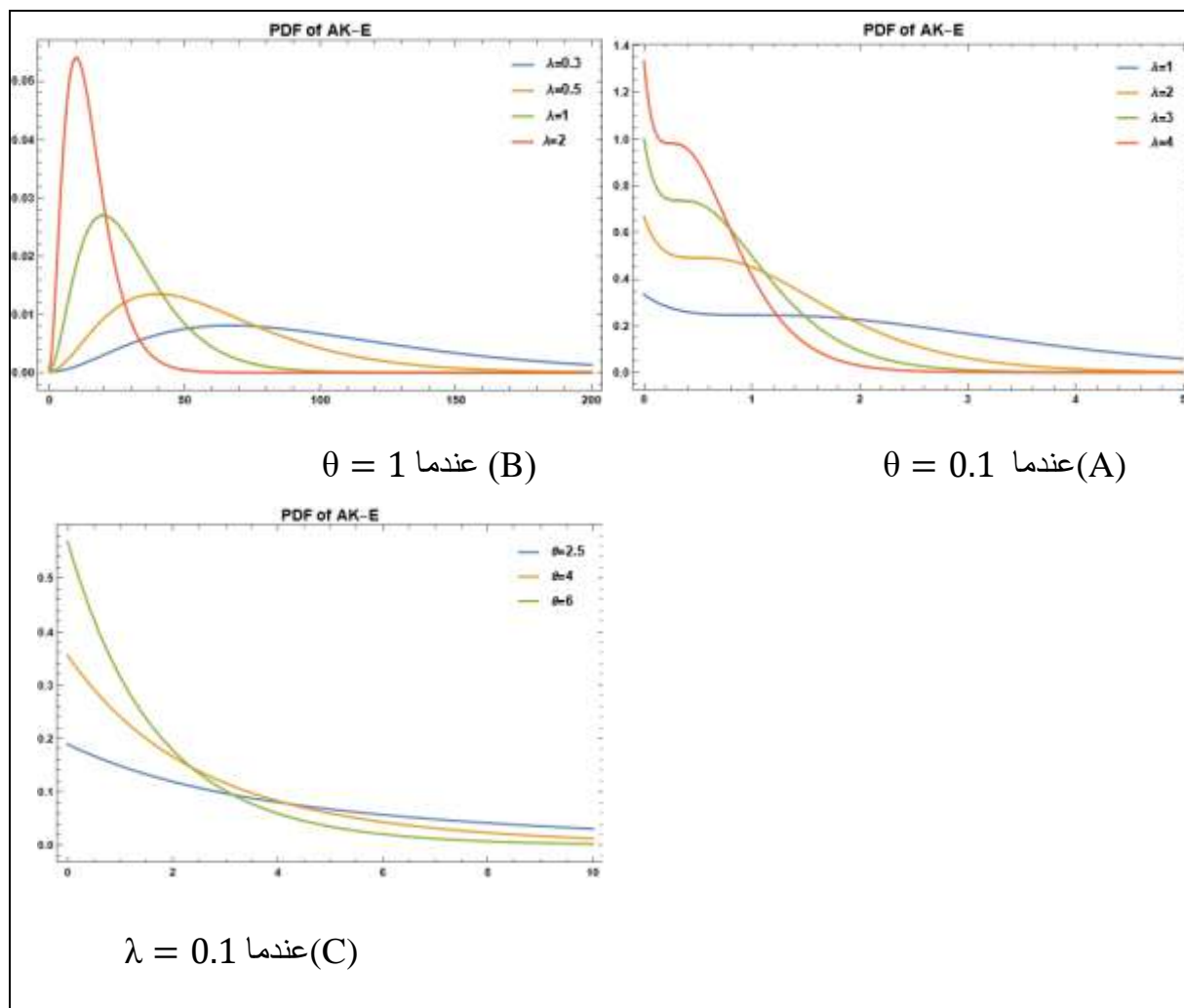
$$= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left[\frac{1}{\theta \lambda} \int_0^\infty e^{-y} dy + \frac{\lambda^2}{\theta^3 \lambda} \int_0^\infty e^{-y} y^2 dy \right] \quad \dots (2 - 27)$$

$$= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left[\frac{1}{\theta \lambda} + \frac{2}{\theta^3 \lambda} \right]$$

$$= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left[\frac{2 + \theta^2}{\lambda \theta^3} \right] = 1$$

من الجدير بالذكر بأن التوزيع الاسي هو حالة خاصة من توزيع Akash – Exponential

عندما $\lambda = 1$



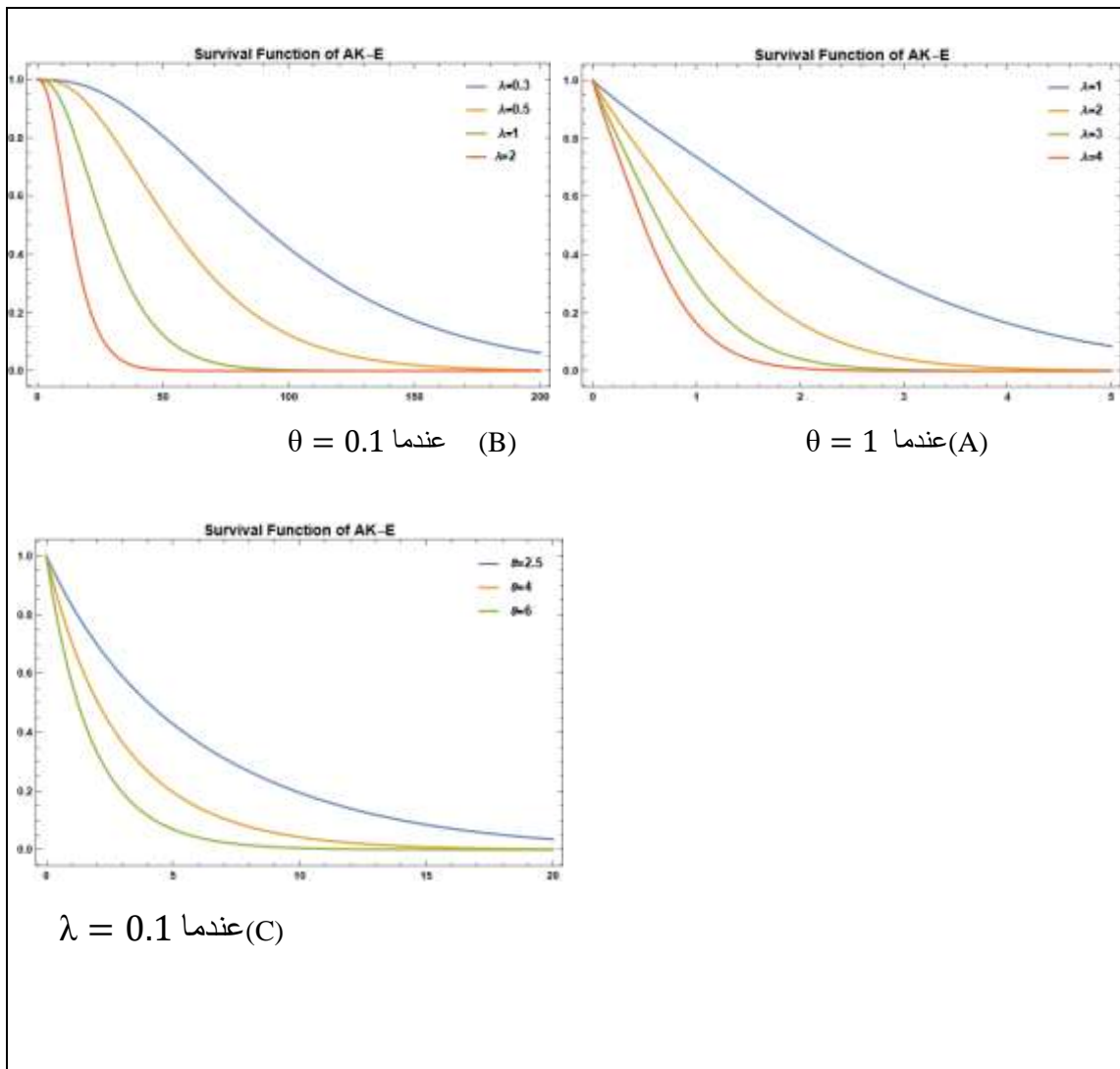
شكل (2-2) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع المركب (Akash - Exponential) [اعداد الباحث]

1- دالة البقاء $s(x)$: (Survival Function)

وتكون دالة البقاء للتوزيع المركب الآتي :-

$$S^*(x) = 1 - G(x)$$

$$S^*(x) = \frac{e^{-\theta \lambda x} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x + \theta \lambda^2 x^2)]}{2 + \theta^2} \quad \dots (2 - 28)$$



شكل (3-2) دالة البقاء لتوزيع المركب (Akash - Exponential) [إعداد الباحث]

5- دالة المخاطرة $H(X)$ (Hazard Function):

وتكون دالة المخاطرة للتوزيع كالاتي :-

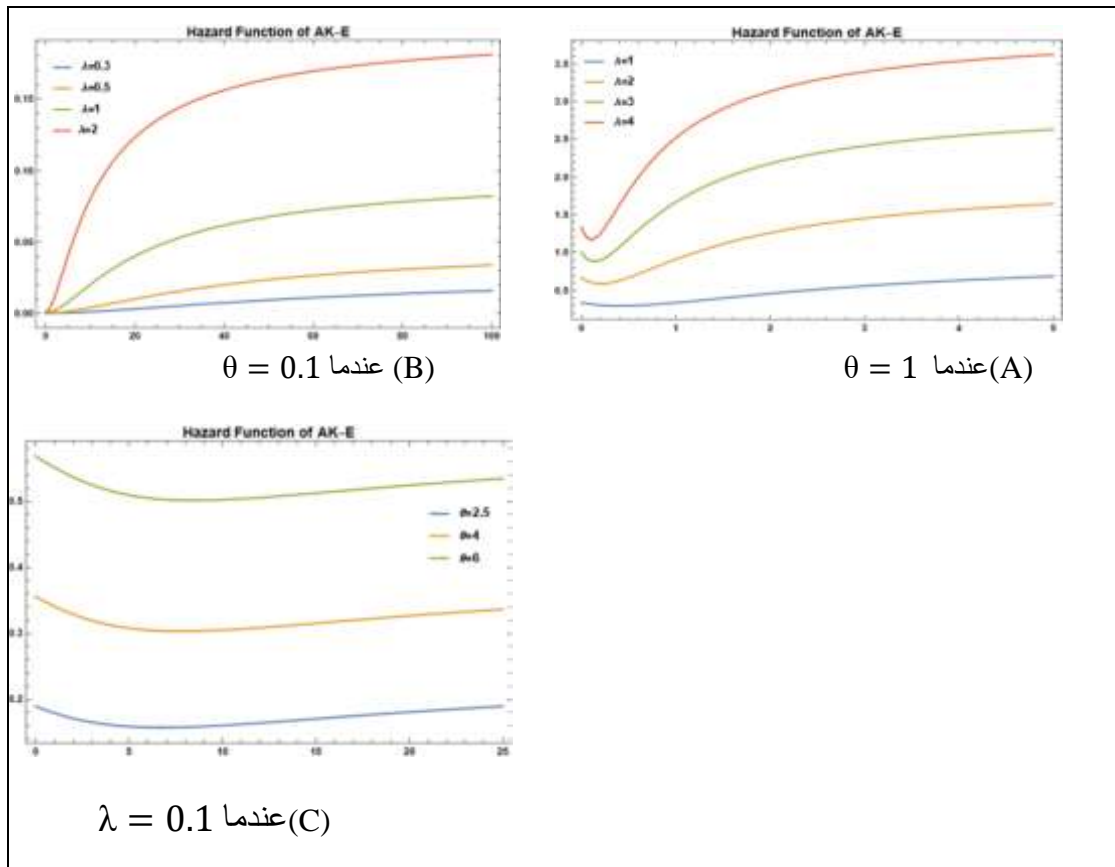
$$h^*(x) = \frac{g(x)}{S^*(x)}$$

$$h^*(x) = \frac{\frac{\theta^3 \lambda e^{-\theta \lambda x}}{\theta^2 + 2} (1 + \lambda^3 x^2)}{\frac{e^{-\theta \lambda x} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x + \theta \lambda^2 x^2)]}{2 + \theta^2}}$$

$$h^*(x) = \frac{\theta^3 \lambda (1 + \lambda^3 x^2)}{2 + \theta(\theta + 2 \lambda x + \theta \lambda^2 x^2)} \quad \dots (2 - 29)$$

علمنا أن $g(x)$ دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب .

وأن $S(x)$ دالة البقاء للتوزيع المركب .



شكل (4-2) دالة المخاطرة لتوزيع المركب (Akash - Exponential) [اعداد الباحث]

كما نلاحظ من الأشكال (3-2) و(4-2) أن دالة المخاطرة لتوزيع (Akash - Exponential) بأنها متزايدة ولكنها محددة بقيمة المعلمة (λ) فإذا كانت ($\theta = 1$) فإن دالة المخاطرة تبدأ بالتزايد لحين تقترب من الوصول إلى قيمة المعلمة (λ) ثم تستقر ولا تعبر القيمة المحددة لها ويتم تحديدها من قبل المعلمة (λ) وهذا أهم ما يميز التوزيع عن توزيع Akash الذي تكون فيه

دالة المخاطرة متزايدة مع الزمن وكذلك التوزيع الآسي الذي تكون فيه دالة المخاطرة ثابتة مع الزمن .

(5-2) الخصائص الهيكلية للتوزيع (Akash- distribution):

دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (Akash- distribution) في المعادلة (2-24)

يمكن تحديد العديد من الخصائص الهيكلية للتوزيع.

(1-5-2) العزوم اللامركزية (Non-central Moments) [19][4][37]:-

باستعمال المعادلة (2-24) للحصول على العزم اللامركزي كالاتي:

$$\mu_r^* = E(x^r)$$

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r g(x) dx$$

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} \frac{\theta^3 \lambda x^r}{\theta^2 + 2} (1 + \lambda^2 x^2) e^{-\theta \lambda x} dx$$

$$= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \int_0^{\infty} x^r (1 + \lambda^2 x^2) e^{-\theta \lambda x} dx$$

$$= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left[\int_0^{\infty} x^r e^{-\theta \lambda x} dx + \lambda^2 \int_0^{\infty} x^{r+2} e^{-\theta \lambda x} dx \right]$$

$$\text{Let } \theta \lambda x = y \sim \rightarrow x = \frac{y}{\theta \lambda}, dx = \frac{1}{\theta \lambda} dy$$

بتعويض النتائج في المعادلة أعلاه :

$$\begin{aligned}
 E(x^r) &= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left[\frac{1}{\theta \lambda} \int_0^\infty \left(\frac{y}{\theta \lambda} \right)^r e^{-y} dy + \frac{\lambda^2}{\theta \lambda} \int_0^\infty \left(\frac{y}{\theta \lambda} \right)^{r+2} e^{-y} dy \right] \\
 &= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left[\frac{1}{\theta^{r+1} \lambda^{r+1}} \int_0^\infty y^r e^{-y} dy + \frac{\lambda}{\theta^{r+3} \lambda^{r+2}} \int_0^\infty y^{r+2} e^{-y} dy \right] \\
 &= \frac{\theta^3 \lambda}{(\theta^2 + 2)(\theta^{r+1} \lambda^{r+1})} [\Gamma_{(r+1)} + \frac{1}{\theta^2} \Gamma_{(r+3)}] \\
 &= \frac{\Gamma_{(r+1)}}{(\theta^2 + 2)\theta^{r-2} \lambda^r} \left[1 + \frac{(r+2)(r+1)}{\theta^2} \right] \\
 &= \frac{\Gamma_{(r+1)}}{(\theta^2 + 2)\theta^{r-2} \lambda^r} \left[\frac{\theta^2 + (r+2)(r+1)}{\theta^2} \right] \\
 E(x^r) &= \frac{\Gamma_{(r+1)} (\theta^2 + (r+2)(r+1))}{(\theta^2 + 2)\theta^r \lambda^r} \quad \dots (2-30)
 \end{aligned}$$

والمعادلة (2-30) تمثل الصيغة العامة لإيجاد العزوم r

$$\begin{aligned}
 E(x) &= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \int_0^\infty x (1 + \lambda^2 x^2) e^{-\theta \lambda x} dx \\
 &= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left[\int_0^\infty x e^{-\theta \lambda x} dx + \lambda^2 \int_0^\infty x^3 e^{-\theta \lambda x} dx \right] \\
 \text{Let } \theta \lambda x &= y \rightarrow X = \frac{y}{\theta \lambda}, \quad dx = \frac{1}{\theta \lambda} dy \\
 \therefore E(x) &= \frac{\theta^3 \lambda}{\theta^2 + 2} \left[\frac{1}{\theta^2 \lambda^2} \int_0^\infty y e^{-y} dy + \frac{\lambda^2}{\theta^4 \lambda^4} \int_0^\infty y^3 e^{-y} dy \right] \\
 &= \frac{\theta^3 \lambda}{(\theta^2 + 2)\theta^2 \lambda^2} \left[1 + \frac{6}{\theta^2} \right]
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\theta}{(\theta^2 + 2)\lambda} \left[1 + \frac{6}{\theta^2} \right]$$

$$= \frac{\theta}{(\theta^2 + 2)\lambda} \left[\frac{\theta^2 + 6}{\theta^2} \right]$$

$$= \frac{\theta^2 + 6}{\theta^2\lambda + 2\theta\lambda}$$

إذا كانت $r=1$ فإن :

$$\mu_1^* = E(x^1) = \frac{\Gamma(1+1) (\theta^2 + (1+2)(1+1))}{(\theta^2 + 2)\theta^1 \lambda^1} \quad \dots (2-31)$$

$$= \frac{\Gamma 2 (\theta^2 + 6)}{\lambda \theta^3 + 2\theta\lambda} \quad \text{note } \Gamma 2 = 1$$

والذي يمثل الوسط الحسابي لتوزيع (Akash distribution)

أما كانت $r=2$ فإن :-

$$\mu_2^* = E(x^2) = \frac{\Gamma(1+2) (\theta^2 + (2+2)(2+1))}{(\theta^2 + 2)\theta^2 \lambda^2} \quad \dots (2-32)$$

أما إذا كانت $r=3$ فإن :-

$$\mu_3^* = E(x^3) = \frac{\Gamma(1+3) (\theta^2 + (3+2)(3+1))}{(\theta^2 + 2)\theta^3 \lambda^3} \quad \dots (2-33)$$

أما إذا كانت $r=4$ فإن :-

$$\mu_4^* = E(x^4) = \frac{\Gamma(1+4) (\theta^2 + (4+2)(4+1))}{(\theta^2 + 2)\theta^4 \lambda^4} \quad \dots (2-34)$$

ولإيجاد التباين لتوزيع المركب (Akash distribution):

$$v(x) = E(X^2) - (E(x))^2$$

$$v(x) = \mu_2^* - (\mu_1^*)^2$$

$$v(x) = \left[\frac{\Gamma(1+2) (\theta^2 + (2+2)(2+1))}{(\theta^2 + 2)\theta^2 \lambda^2} - \left[\frac{\Gamma(1+1) (\theta^2 + (1+2)(1+1))}{(\theta^2 + 2)\theta^1 \lambda^1} \right]^2 \right]^2$$

(2-5-2) العزوم المركزية (Central Moment) [19][4][37]:

$$\mu_r = E(x - \mu_r^*)^r$$

$$\mu_r = \square(x - \square(x))^r$$

باستعمال قاعدة مفكوك نيوتن [19] تم ايجاد العزوم المركزية حول الوسط الحسابي :

$$(x - y)^r = \sum_{j=0}^r c_j^r (-1)^j x^{r-j} y^j$$

$$\mu_r = E(x - \mu_r^*)^r = \sum_{j=0}^r c_j^r (-1)^j x^{r-j} (\mu_r^*)^j \quad \dots (2-35)$$

الصيغة العامة للعزم المركزي كالآتي

لاستخراج العزوم المركزية كالآتي :-

$$\mu_1 = \square(x - \mu_1^*) = E(x) - \mu_1^* = \mu_1^* - \mu_1^* = 0 \quad \dots (2-36)$$

$$\mu_2 = \square(x - \mu_1^*)^2 = \mu_2^* - (\mu_1^*)^2 = v(x) \quad \dots (2-37)$$

$$\mu_3 = E(x - \mu_1^*)^3 = \mu_2^* - 3\mu_1^* \mu_2^* + 2(\mu_2^*)^3 \quad \dots (2-38)$$

$$\mu_4 = E(x - \mu_1^*)^4 = \mu_4^* - 4\mu_1^* \mu_3^* + 6(\mu_2^*)^2 \mu_2^* - 3(\mu_1^*)^4 \quad \dots (2-39)$$

(3-5-2) الالتواء (Skewness) [17][19][4]:

يعرف الالتواء على انه مؤشر لقياس درجة تماثل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي انحراف محتوى التوزيع عن التماثل .

يتم الحصول على معامل الالتواء بحسب الصيغة الآتية

$$s.k = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{3/2}} \quad \dots(2-40)$$

حيث ان μ_3, μ_2 هي العزوم المركزية للتوزيع

$$s.k = \frac{E(X - \mu_1^*)^3}{(E(X - \mu_1^*)^2)^{3/2}}$$

$$s.k = \frac{\mu_3^* - 3(\mu_1^*)(\mu_2^*) + 3(\mu_1^*)^3}{(v(x))^{3/2}}$$

(4-5-2) التفلطح (Kurtosis) [15][4][19]:

يعرف على أنه مؤشر لقياس درجة تحدب أو تقوس منحنى التوزيع الاحتمالية للمتغير العشوائي. يتم الحصول على معامل التفلطح حسب الصيغة الآتية :

$$K.U = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} - 3 \quad \dots (2 - 41)$$

حيث ان μ_2, μ_4 تمثل العزوم المركزية للتوزيع

$$K.U = \frac{\mu_4^* - 4\mu_1^*\mu_3^* + 6(\mu_1^*)^2\mu_2^* - 3(\mu_1^*)^4}{(v(x))^2} - 3$$

(6-2) - طرق التقدير (Estimation Method):

هو عملية تقدير معالم المجتمع الاحصائية التي تكون مجهولة والمطلوب هو الحصول على تقديرات لها عن طريق معلومات العينة الموجودة.

كل توزيع يحتوي على معالم مجهولة تكون بحاجة الى تقدير باستخدام احدى طرق التقدير هناك العديد من الطرق التي يتم استعمالها لتقدير معالم التوزيعات الاحتمالية منها :

(1-6-2) طريقة الامكان الاعظم (MLE) [12][15][17] (Maximum Likelihood)

:Method

تعد طريقة الامكان الاعظم من أهم طرائق تقدير المعلمات وذلك لدقة مقدراتها , اقترحت من قبل R.A. Fisher عام 1920 وكذلك اثبت الباحث Berkson عام 1949 ان هذه الطريقة كفؤه في حالة العينات الكبيرة . يمكن تعرف عملية التقدير بهذه الطريقة على انها جعل قيم المعلمات لدالة الامكان بأعظم ما يمكن . وتمتاز بالكفاءة والكفاية والثبات والاتساق وبالإضافة لعدم التحيز .

إذا كان $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ متغير عشوائي له دالة كثافة احتمالية لتوزيع (Akash $Lg(x_i, \theta, \lambda)$: distribution)

ودالة الإمكان الأعظم تكون كالتالي:

$$Lg(x_1, x_2, \dots, x_i, \theta, \lambda) = \prod_{i=1}^n g(x_i, \theta, \lambda) \quad \dots (2-42)$$

حيث انت $g(x)$ هي :

$$g(x) = \frac{\theta^3 \lambda e^{-\theta \lambda x} (1 + \lambda^2 x^2)}{\theta^2 + 2}$$

$$lg(x_i) = \prod_{i=1}^n g(x_i/\theta, \lambda) = \frac{\theta^3 \lambda e^{-\theta \lambda x} (1 + \lambda^2 x^2)}{\theta^2 + 2}$$

$$lg(x_i) = \frac{\theta^3 \lambda e^{-\theta \lambda x} (1 + \lambda^2 x^2)}{\theta^2 + 2}$$

$$lg(x_i) = \frac{\theta^{3n} \lambda^n e^{-\theta \lambda \sum_{i=1}^n x_i} \prod_{i=1}^n (1 + \lambda^2 x_i^2)}{(\theta^2 + 2)^n} \quad \dots (2-43)$$

ولتقدير معلمات دالة الإمكان بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (2-43):

$$\ln L g(x_i) = 3n \ln(\theta) + n \ln(\lambda) - \theta \lambda \sum_{i=1}^n x_i + \ln \prod_{i=1}^n (1 + \lambda^2 x_i^2) - n \ln(\theta^2 + 2)$$

$$\ln \prod_{i=1}^n = \sum_{i=1}^n \ln \text{ ملاحظة}$$

$$\ln g(x_i) = 3n \ln(\theta) + n \ln(\lambda) - \theta \lambda \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n \ln(1 + \lambda^2 x_i^2) - n \ln(\theta^2 + 2)$$

وهذه الدالة تمثل دالة الامكان الاعظم

الان يتم اشتقاق دالة الامكان الاعظم بالنسبة للمعلمات λ و θ

$$\frac{\partial \ln l g(x)}{\partial \lambda} = \frac{n}{\hat{\lambda}} - \theta \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n \frac{2 \hat{\lambda} x_i^2}{(1 + \hat{\lambda}^2 x_i^2)} = 0$$

$$\frac{\partial \ln l g(x)}{\partial \lambda} = \frac{200}{0.0774407} - \theta \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n \frac{2(0.0774407)x_i^2}{(1 + (0.0774407)^2 x_i^2)} = 0 \quad \dots (2 - 44)$$

$$\frac{\partial \ln l g(x)}{\partial \theta} = \frac{3n}{\hat{\theta}} - \lambda \sum_{i=1}^n x_i - \frac{n - 2\hat{\theta}}{(\hat{\theta}^2 + 2)}$$

$$= \frac{3n}{\hat{\theta}} - \frac{2n\hat{\theta}}{\hat{\theta}^2 + 2} - \lambda \sum_{i=1}^n x_i$$

$$= \frac{3n(\hat{\theta}^2 + 2) - 2n\hat{\theta}^2}{\hat{\theta}(\hat{\theta}^2 + 2)} - \lambda \sum_{i=1}^n x_i$$

$$= \frac{3n\hat{\theta}^2 + 6n - 2n\hat{\theta}^2}{\hat{\theta}(\hat{\theta}^2 + 2)} - \lambda \sum_{i=1}^n x_i$$

نختصر

$$= \frac{n\hat{\theta}^2 + 6n}{\hat{\theta}(\hat{\theta}^2 + 2)} - \lambda \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\frac{\partial \ln l g(x)}{\partial \theta} = \frac{n(\hat{\theta}^2 + 6)}{\hat{\theta}(\hat{\theta}^2 + 2)} - \lambda \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\frac{\partial \ln lg(x)}{\partial \theta} = \frac{200((0.822559)^2+6)}{(0.822559)((0.822559)^2+2)} - \lambda \sum_{i=1}^n x_i = 0 \quad \dots (2-45)$$

وبمساواة المعادلات أنفا للصفر وحل تلك المعادلات نحصل على مقدرات المعلمات المطلوبة والخاصة بطريقة الإمكان الأعظم.

وبعد حل المعادلات بالاعتماد على احد الطرق العددية لإيجاد المقدرات $(\hat{\theta}_{mle}, \hat{\lambda}_{mle})$ إذ تم تطبيق طريقة نيوتن رافسون Newton Raphson method لإيجاد حلول لمنظومة المعادلات.

وبتعويض المقدرات في دالة المخاطرة في الصيغة (2-29) نحصل على مقدر دالة المخاطرة لتوزيع (Akash distribution).

Percentiles Estimators Method) طريقة المقدرات التجزئية (2-6-2)

[11][13][14]:((PC)

إن هذه الطريقة المقدرات التجزئية تعتمد على تقدير دالة التوزيع التراكمية $G_{er}(x, \lambda, \theta)$ بطريقة لا معلميه وتم اقتراح هذه الطريقة من قبل العالم الانكليزي Kao وبافتراض w_i تمثل تقدير للدالة التراكمية لتوزيع المركب (Akash – Exponential) وتلخص هذه الطريقة كما يلي :

$$Q = \sum_{i=1}^n [w_i - G(x)]^2$$

$$G(x_i) = 1 - \frac{e^{-\theta \lambda x} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x + \theta \lambda^2 x^2)]}{2 + \theta^2}$$

حيث ان w_i مقدر لا معلمي يأخذ عدد صيغ منها :

w_i : يجعل الدالة في نهايتها الصغرى.

$$w_i = \frac{i-3/8}{n+1/4} \quad \dots (2-46)$$

$$w_i = \frac{i}{n+1} \quad \dots (2-47)$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[\frac{i-3/8}{n+1/4} - G(x) \right]^2 \quad \dots (2-48)$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[\frac{i-3/8}{n+1/4} - 1 - \frac{e^{-\theta \lambda x} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x + \theta \lambda^2 x^2)]}{2 + \theta^2} \right]^2$$

باشتقاق المقدّر السابق بالنسبة للمعاملات (λ, θ) نحصل على المعادلات الآتية وبعد مساواتها بالصفر وحل المعادلات بالطريقة Newton-Raphson نحصل على المقدرات $(\hat{\theta}_{pc}, \hat{\lambda}_{pc})$ للمعاملات المجهولة (λ, θ) .

$$\frac{dQ}{d\theta} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{i-3/8}{n+1/4} - G(x_i) \right) * -\frac{dG(x_i)}{d\theta} = 0 \quad \dots (2-49)$$

When

$$\frac{dG(x_i)}{d\theta} = \frac{\lambda \hat{\theta}^2 x_i e^{-x_i \hat{\theta} \lambda} (6 + \hat{\theta}^2 + 2\hat{\theta} \lambda x_i + \lambda^2 x_i^2 (2 + \hat{\theta}^2))}{(2 + \hat{\theta}^2)^2} \quad \dots (2-50)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{i-3/8}{n+1/4} - G(x_i) \right) * -\frac{dG(x_i)}{d\lambda} = 0 \quad \dots (2-51)$$

When

$$\frac{dG(x_i)}{d\lambda} = \frac{\theta^3 x e^{-x \theta \lambda} (1 + \hat{\lambda}^2 x^2)}{2 + \theta^2} \quad \dots (2-25)$$

وبتعويض المقدرات في دالة المخاطرة في الصيغة (2-29) نحصل على مقدّر دالة المخاطرة لتوزيع (Akash distribution).

Method of (M.P.S) طريقة الحد الأقصى للمسافة (3-6-2)

[33]:(Maximum Product Spacing)

واحدة من أكثر الطرق شيوعاً لتقدير معلمات التوزيع من البيانات ، يمثل تقدير التباعد الأقصى أو الحد الأقصى لمعلمة التقدير التباعد وكذلك هي طريقة لتقدير معلمات النموذج الإحصائي أحادي المتغير. تتطلب الطريقة تعظيم المتوسط الهندسي للمسافات التباعديه في البيانات ، وهي الاختلافات بين قيم دالة التوزيع التراكمي في نقاط البيانات المجاورة.، يمكن أن تتفكك في حالات مختلفة وفقاً لـ (Cheng and Amin)(1983) قدماً أقصى تباعد بين المنتجات على النحو الآتي:

$$Z = (\prod_{i=1}^{n+1} D_i)^{\frac{1}{n+1}} \quad \dots (2-53)$$

إذ يتم تعريف Z على أنها المتوسط الهندسي لدالة الحد للمسافة ومتى

$$D_i = \begin{cases} D_1 = G(x_1) \\ D_i = G(X_i) - G(x_{i-1}); i = 2, 3 \dots n \\ D_{n+1} = 1 - G(x_n) \end{cases} \quad \dots (2-54)$$

إذ تكون ، $\sum D_i = 1$ فانه دالة الحد للمسافة هي :

$$\begin{aligned} D_1 &= G(x_1) - G(X_0) & G(X_0) &= 0 \\ D_n &= G(x_{n+1}) - G(X_n) , & G(x_{n+1}) &= 1 \end{aligned}$$

$$Z = \left(D_1 * D_{n+1} * \prod_{i=2}^n D_i \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad \dots (2-55)$$

$$= (G(X_1) * (1 - G(X_n) * \prod_{i=2}^n (G(X_i) - G(X_{i-1})))^{\frac{1}{n+1}} \quad \dots (2-56)$$

ثم نأخذ \ln للمعادلة (2-56) ينتج

$$\ln Z = \frac{1}{n+1} \left(\ln G(X_1) + \ln(1 - G(X_n)) + \ln \prod_{i=2}^n (G(X_i) - G(X_{i-1})) \right) \dots (2-57)$$

إذ إن دالة $G(x)$ الأصلية بالمعادلة (2-23) كالآتي :

$$G(X_1) = 1 - \frac{e^{-\theta \lambda x_1} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x_1 + \theta \lambda^2 x_1^2)]}{2 + \theta^2} \dots (2-58)$$

$$G(X_n) = 1 - \frac{e^{-\theta \lambda x_n} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x_n + \theta \lambda^2 x_n^2)]}{2 + \theta^2} \dots (2-59)$$

$$G(X_i) = 1 - \frac{e^{-\theta \lambda x_i} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x_i + \theta \lambda^2 x_i^2)]}{2 + \theta^2} \dots (2-60)$$

$$G(X_{i-1}) = 1 - \frac{e^{-\theta \lambda x_{i-1}} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x_{i-1} + \theta \lambda^2 x_{i-1}^2)]}{2 + \theta^2} \dots (2-61)$$

إذ يتم تعويض المعادلات الأربعة الأعلى (2-58) و (2-59) و (2-60) و (2-61) في المعادلة (2-57) .

$$\ln Z = \frac{1}{n+1} \left(\ln \left(1 - \frac{e^{-\theta \lambda x_1} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x_1 + \theta \lambda^2 x_1^2)]}{2 + \theta^2} \right) - \ln \left(\frac{e^{-\theta \lambda x_n} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x_n + \theta \lambda^2 x_n^2)]}{2 + \theta^2} \right) + \ln \prod_{i=2}^n \left(\frac{1 - \frac{e^{-\theta \lambda x_i} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x_i + \theta \lambda^2 x_i^2)]}{2 + \theta^2}}{1 - \frac{e^{-\theta \lambda x_{i-1}} [2 + \theta(\theta + 2 \lambda x_{i-1} + \theta \lambda^2 x_{i-1}^2)]}{2 + \theta^2}} \right) \right) \dots (2-62)$$

$$\frac{\partial \ln Z}{\partial \theta} = \frac{1}{n+1} \left[\frac{\frac{dG(X_1)}{d\theta}}{G(X_1)} - \frac{\frac{dG(X_n)}{d\theta}}{1 - G(X_n)} + \sum_{i=2}^n \frac{\frac{dG(X_i)}{d\theta}}{G(X_i) - G(X_{i-1})} \right] = 0 \dots (2-63)$$

إذ إن :

$$\frac{dG(X_1)}{d\theta} = \frac{\lambda \hat{\theta}^2 x_1 e^{-x_1 \hat{\theta} \lambda} (6 + \hat{\theta}^2 + 2 \hat{\theta} \lambda x_1 + \lambda^2 x_1^2 (2 + \hat{\theta}^2))}{(2 + \hat{\theta}^2)^2} \dots (2-64)$$

$$\frac{dG(X_n)}{d\theta} = \frac{\lambda \hat{\theta}^2 x_n e^{-x_n \hat{\theta} \lambda} (6 + \hat{\theta}^2 + 2\hat{\theta} \lambda x_n + \lambda^2 x_n^2 (2 + \hat{\theta}^2))}{(2 + \hat{\theta}^2)^2} \quad \dots (2 - 65)$$

$$\frac{dG(X_i)}{d\theta} = \frac{\lambda \hat{\theta}^2 x_i e^{-x_i \hat{\theta} \lambda} (6 + \hat{\theta}^2 + 2\hat{\theta} \lambda x_i + \lambda^2 x_i^2 (2 + \hat{\theta}^2))}{(2 + \hat{\theta}^2)^2} \quad \dots (2 - 66)$$

$$\frac{dG(X_{i-1})}{d\theta} = \frac{\lambda \hat{\theta}^2 x_{i-1} e^{-x_{i-1} \hat{\theta} \lambda} (6 + \hat{\theta}^2 + 2\hat{\theta} \lambda x_{i-1} + \lambda^2 x_{i-1}^2 (2 + \hat{\theta}^2))}{(2 + \hat{\theta}^2)^2} \quad \dots (2 - 67)$$

$$\frac{\partial \ln Z}{\partial \lambda} = \frac{1}{n+1} \left[\begin{aligned} & \frac{\frac{dG(X_1)}{d\lambda}}{G(X_1)} - \frac{\frac{dG(X_n)}{d\lambda}}{1 - G(X_n)} \\ & + \sum_{i=2}^n \frac{\frac{dG(X_i)}{d\lambda} - \frac{dG(X_{i-1})}{d\lambda}}{G(X_i) - G(X_{i-1})} \end{aligned} \right] = 0 \quad \dots (2 - 68)$$

إذ إن:

$$\frac{dG(x_1)}{d\lambda} = \frac{\theta^3 x_1 e^{-x_1 \theta \hat{\lambda}} (1 + \hat{\lambda}^2 x_1^2)}{2 + \theta^2} \quad \dots (2 - 69)$$

$$\frac{dG(x_n)}{d\lambda} = \frac{\theta^3 x_n e^{-x_n \theta \hat{\lambda}} (1 + \hat{\lambda}^2 x_n^2)}{2 + \theta^2} \quad \dots (2 - 70)$$

$$\frac{dG(x_i)}{d\lambda} = \frac{\theta^3 x_i e^{-x_i \theta \hat{\lambda}} (1 + \hat{\lambda}^2 x_i^2)}{2 + \theta^2} \quad \dots (2 - 71)$$

$$\frac{dG(x_{i-1})}{d\lambda} = \frac{\theta^3 x_{i-1} e^{-x_{i-1} \theta \hat{\lambda}} (1 + \hat{\lambda}^2 x_{i-1}^2)}{2 + \theta^2} \quad \dots (2 - 72)$$

وبمساواة المعادلات أنفا للصفر وحل تلك المعادلات نحصل على مقدرات المعلومات المطلوبة والخاصة بطريقة الحد الأقصى للمسافة .

وبعد حل المعادلات بالاعتماد على احد الطرائق العددية لإيجاد المقدرات $(\hat{\theta}_{mps}, \hat{\lambda}_{mps})$ إذ تم تطبيق طريقة نيوتن رافسون Newton Raphson method لإيجاد حلول لمنظومة المعادلات.

وبتعويض المقدرات في دالة المخاطرة في الصيغة (2-29) نحصل على مقدر دالة المخاطرة لتوزيع (Akash distribution).

(7-2) -معايير مقارنة طرائق التقدير (Criteria for comparing) :(methods estimation):[40][41][39]

1- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعاملات توزيع (Akash-Exponential) .

$$MSE(\hat{\eta}) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^n (\hat{\eta} - \eta)^2 \quad \dots (2-73)$$

η : تمثل القيم الافتراضية لمعاملات التوزيع (λ, θ)

$\hat{\eta}$: تمثل القيم المقدرة لمعاملات التوزيع حسب الطريقة المستعملة لتقدير .

R : تمثل عدد تكرارات التجربة.

2- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة الخاطرة لتوزيع (Akash-Exponential) عن طريق المعادلة الآتية .

$$MSE(\hat{h}(x_j)) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^n (\hat{h}_i(x_j) - h_i(x_j))^2, j = 1, 2, \dots, k \quad \dots (2-74)$$

$h_i(x_i)$: تمثل القيم الحقيقية لدالة المخاطرة .

$\hat{h}(x_i)$: تمثل القيم المقدرة لدالة المخاطرة وحسب الطريقة المستعملة للتقدير .

R : تمثل عدد تكرارات التجربة في هذه الرسالة والمساوية الى (1000) .

k: تمثل عدد مشاهدات التجربة قيم x_i

3- للوصول للمقدر الافضل لتقدير دالة المخاطرة سيتم استعمال متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) وبحسب بالصيغة الآتية :

$$\text{IMSE}(\hat{h}(x_j)) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^n \text{MSE}(\hat{h}(x_j)) \quad \dots (2-75)$$

(8-2) معايير اختيار أفضل توزيع (distribution Criteria for choosing the)

best: [14][18]

للحصول على أفضل توزيع لتمثيل ووصف البيانات تم استعمال بعض المعايير للمفاضلة بين التوزيعات إذا إن التوزيع الذي يحتوي على أقل قيمة للمعيار هو التوزيع الأفضل.

(1-8-2) معيار معلومات اكيكي (AIC) (Akanke information criteria) :-

اقترح معيار اكيكي من قبل الباحث (1973) (AkaikePetrov and Csaki), يتم استخدام لوغاريتم دالة الإمكان الأعظم ومن ثم يتم حساب AIC لكل توزيع والتوزيع الذي يمتلك أقل قيمة للمعيار يكون هو التوزيع الأفضل صيغته العامة كالآتي:

$$AIC = -2 \log(l) + 2r \quad \dots (2-76)$$

إذ إن :

$\log(l)$: لوغاريتم دالة الامكان الأعظم لمشاهدات العينة .

r : عدد معلمات التوزيع .

(2-8-2) معيار معلومات اكيكي المصحح (AIC_c) Correction Akaike

-(criteria information):

هو معيار لاختيار أفضل توزيع يعتمد على معيار معلومات اكيكي (AIC) وتكون صيغته كما يلي:

$$AIC_c = AIC + \frac{2r(r+1)}{n-r-1} \quad \dots (2-77)$$

إذ إن :

AIC: معيار اكيكي

r: عدد معلمات التوزيع .

n: حجم العينة .

(3-8-2) معيار المعلومات البيزي (Bayesian Information Criterion)(BIC)^[15]:-

ويعمل هذا المعيار عمل المعيارين السابقين تقريبا وبصيغة رياضية مختلفة تكون بالشكل الآتي:

$$BIC = R \ln(n) - 2\ln(L) \quad \dots (2 - 78)$$

كذلك فان التوزيع الذي يملك اقل قيمة لهذا المعيار يكون التوزيع الأفضل في تمثيل البيانات.

(4-8-2) اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit tests)^[19]:-

تم اختيار البيانات بواسطة برنامج Mathematical لبيان ملائمتها للتوزيع موضوع الرسالة وكذلك حالاته الخاصة ويتضمن نوعين انواع وهي كالاتي :

1-Anderson darling statistic

$$A_d^* = n \sum_{i=0}^n \frac{[F_n(x) - F(x)]f(x)}{F(x)[1 - F(x)]} \quad \dots (2 - 79)$$

تمثل دالة التوزيع التجريبي $F_n(x)$:

2-Carmer-von mises statistic

$$W_d^* = n \sum_{i=0}^n [F_n(x) - F(x)]f(x) \quad \dots (2 - 80)$$

وبحس الفرضية الاتية ولجميع الاختبارات المذكورة انفا:

$$H_0: x \sim NCTBXII$$

$$H_1: x \sim NCTBXII$$

الفصل الثالث

الجانِب التجريبي

و التطبيقِي

(1-3) التمهيد preamble:

يتضمن هذا الفصل إجراءات أساسيين, الإجراءات الأول سيتضمن الجانب التجريبي والمتضمن تطبيق تجربة المحاكاة على بيانات مولدة باستعمال أسلوب محاكاة مونت كارلو, والا جراء الثاني سيتضمن الجانب التطبيقي وذلك من خلال التطبيق العملي على بيانات حقيقية, وسيتم استعمال برنامج (Mathematical -13- program) في تطبيق المحاكاة.

2-3 الاجراء الاول (الجانب التجريبي) Empirical part:

سيتم في هذا الجزء مناقشة نتائج أسلوب المحاكاة المستعمل في مقارنة طرائق التقدير المستعملة لتقدير المعلمات ودالة المخاطرة لتوزيع المركبة (Akash - Exponential) وفي الرسالة هذا تم استعمال أربعة أحجام من عينات مختلفة (25, 50, 100, 200) وقيم أولية مختلفة لمعلمات التوزيع بالإضافة إلى تحديد افضلية الطرائق باستخدام المعيار الإحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE .

1-2-3 مفهوم المحاكاة Concept of Simulation [14][15][3] :

تعد المحاكاة لها دورا ذات اهميه في حل ومعالجة الكثير من المشكلات وتنفيذها وخاصة بعد التطور الجديد في مجال الحسابات الالكترونية لذلك لجأ العديد من الباحثين إلى أسلوب المحاكاة التي تحت لدراسة سلوك اي مقدرات واحصاءات الاختبار للنموذج او للتوزيع بسبب صعوبة معرفتها نظريا.

وأن المحاكاة تعرف بانها تمثيل للحياة الواقعية من خلال توليد نموذج احصائي او رياضي يعبر عن مشكلة في الواقع الحقيقي العام واعطاء نظره او حل او صورة جيده وواضحة للمشكلة وبالتالي ايجاد حل لتلك المشكلة .

إذ إن أسلوب المحاكاة له دور مهم في مقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في البحث والمدرسة لمعرفة أي من الطريقة أفضل , وهذا ما تم دراسته في هذا القسم إذ تم استعمالها لتقدير المعلمات ودالة المخاطرة التي تم دراستها في الجانب النظري وتحديد أفضل طريقة في التقدير.

هناك العديد من الطرائق المستخدمة للمحاكاة منها الطريقة التناظرية (Analog Method) والطريقة المختلطة (Mixed Method) وطريقة مونت كارل (Mnote - Carlo Method) يعد أسلوب مونت كارلو من أكثر الأساليب شيوعا الثانية .

2-2-3 مراحل بناء تجربة المحاكاة Stage of building a simulation

[14]: experience

كتب برنامج المحاكاة باستعمال حزم برنامج (13- MATHEMATICA) وتم تنفيذه على الحاسبة والمبين في الملحق (B) وفيما يلي خطوات تجربة المحاكاة.

المرحلة الاولى :

وهي المرحلة الأساس والتي تعتمد عليها خطوات البرنامج واجراءاته وفيما يلي خطوات هذه المرحلة :

اولا : تم اختيار قيم افتراضية أولية للمعلمات ومع الأخذ بنظر الاعتبار أن تكون القيم المختارة مختلفة ومع التركيز على معلمة التركيب وذلك لتأثيرها على التوزيع المركب و تم الأخذ بنظر الاعتبار حدود المعلمات إذ تم تشكيل 9 نماذج كما مبينة في الجدول الآتي:

جدول (1-3) : القيم الاولية للمعلمات النماذج المقترحة

| Model | θ | λ |
|---------|----------|-----------|
| Model 1 | 0.5 | 0.05 |
| Model 2 | 0.5 | 0.5 |
| Model 3 | 0.5 | 1.2 |
| Model 4 | 1 | 0.05 |
| Model 5 | 1 | 0.5 |
| Model 6 | 1 | 1.2 |
| Model 7 | 2 | 0.05 |
| Model 8 | 2 | 0.5 |
| Model 9 | 2 | 1.2 |

ثانيا : ثم اختيار 4 احجام عينات مختلفة (صغير, متوسطة , كبيرة , كبيرة جدا)
 $n = 25, 50, 100, 200$

والفكرة الاصلية او الرئيسة في اختيار اكثر من حجم عينة للأعضاء فكرة عن المقدرات ونمط وسلوكها .

المرحلة الثانية :

عند هذه المرحلة يتم توليد ارقام عشوائية ولتعذر الحصول على دالة المعكوس لدالة التوزيع التراكمي Cdf تم استخدام طريقة الرفض والقبول .

نختصر هذه الطريقة بفصل المنطقة الكلية الى منطقتين , الاولى تسمى منطقة الرفض ترفض النقطة فيها عندما لا يتحقق الشرط والاخرى منطقة قبول تقبل النقطة فيها عند تحقق شرط معين .

المرحلة الثالثة :

تم تقدير معلمات التوزيع Akash – Exponential لطرائق التقدير الموضحة في الجانب النظري وهي :

1- طريقة الامكان الاعظم MLE

2-طريقة المقدرات التجزئية PC

3- طريقة الحد الاقصى للمسافة MPS

المرحلة الرابعة :

في هذه المرحلة تم تقدير دالة المخاطرة للتوزيع (Akash – Exponential) ولجميع الطرائق المذكورة في الجانب النظري والموضحة بالمرحلة الثالثة .

المرحلة الخامسة :

تم تكرار التجربة 1000 مرة وكما موضح في البرنامج في الملحق (B) .

المرحلة السادسة :

في هذه المرحلة سيتم المقارنة بين مقدرات دالة المخاطرة لتوزيع (Akash – Exponential) (AK-E) باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعلمات التوزيع ومعيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) بالنسبة لدالة المخاطرة .

3-2-3 استعراض نتائج المحاكاة : Review of Result

بعد احتساب نتائج مقدرات المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ وتبويبها من الجدول (1) إلى الجدول (9) الواردة في الملحق (A), ولغرض الحصول على المقدر الافضل عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير تم استعمال اسلوب الرتب ^[36] لمتوسط مربعات الخطأ MSE بحسب الصيغة (73-2) كأساس للمقارنة بي طرائق تقدير معلمات التوزيع, إذ سيتم اعطاء كل طريقة تقدير رتبة لكل قيمة ولكل حجم عينة وتأخذ قيمة MSE الاصغر بين طرائق التقدير الرتبة الاولى ونستمر لغاية الرتبة الثالثة, وتسمى بهذا المرحلة الرتب الجزئية ثم يتم بعد ذلك جمع الرتب الجزئية لكل طريقة

تقدير واعطاء رتب جديدة لها وهنا تسمى الرتب بالرتب الكلية والتي تتم المقارنة على اساسها والمبينة في الجدول (2-3):

جدول (2-3)

الرتب الجزائية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة، ولجميع نماذج قيم المعلومات الافتراضية واحجام العينات كافة

| Model | n | MLE | PC | MPS |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 25 | 2 | 3 | 1 |
| | 50 | 2.5 | 2.5 | 1 |
| | 100 | 1 | 2 | 3 |
| | 200 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 25 | 1.5 | 3 | 1.5 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 3 | 2 | 1 |
| | 200 | 1.5 | 1.5 | 3 |
| 3 | 25 | 2 | 2 | 2 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 2 | 3 | 1 |
| | 200 | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 25 | 3 | 1.5 | 1.5 |
| | 50 | 2 | 1 | 3 |

| | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|
| | 100 | 3 | 2 | 1 |
| | 200 | 3 | 2 | 1 |
| 5 | 25 | 2.5 | 2.5 | 1 |
| | 50 | 1 | 2.5 | 2.5 |
| | 100 | 1.5 | 3 | 1.5 |
| | 200 | 3 | 2 | 1 |
| 6 | 25 | 3 | 2 | 1 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 1.5 | 3 | 1.5 |
| | 200 | 1 | 3 | 2 |
| 7 | 25 | 1 | 2 | 3 |
| | 50 | 2 | 1 | 3 |
| | 100 | 1 | 2 | 3 |
| | 200 | 1 | 2 | 3 |
| 8 | 25 | 2.5 | 2.5 | 1 |
| | 50 | 2 | 2 | 2 |
| | 100 | 1 | 2 | 3 |
| | 200 | 2 | 2 | 2 |
| 9 | 25 | 3 | 2 | 3 |
| | 50 | 2.5 | 2.5 | 1 |

| | | | | |
|---------------|-----|----|-----|-----|
| | 100 | 2 | 3 | 1 |
| | 200 | 1 | 2.5 | 2.5 |
| Sum of Ranks | | 69 | 100 | 67 |
| Overall Ranks | | 2 | 3 | 1 |

جدول (3-3):

الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع نماذج قيم المعلمات الافتراضية بحسب حجم العينة

| N | | MLE | PC | MPS |
|-----|---------------|------|------|------|
| 25 | Sum of Ranks | 20.5 | 20.5 | 15 |
| | Overall Ranks | 2.5 | 2.5 | 1 |
| 50 | Sum of Ranks | 18 | 20.5 | 15.5 |
| | Overall Ranks | 2 | 3 | 1 |
| 100 | Sum of Ranks | 16 | 22 | 16 |
| | Overall Ranks | 1.5 | 3 | 1.5 |
| 200 | Sum of Ranks | 14.5 | 19 | 20.5 |
| | Overall Ranks | 1 | 2 | 3 |

من الجدول (3-3) انفا يتبين :

1- طريقة الحد الاقصى للمسافة هي الطريقة الافضل لتقدير المعلمات وقد احتلت المرتبة الاولى في احجام العينة (25,50) وقد شاركت في نفس المرتبة مع طريقة الامكان الاعظم في حجم العينة (100) وقد احتلت المرتبة الثالثة عند حجم عينية (200) مما يدل على عدم ملائمتها عند احجام العينة الكبيرة .

2- طريقة الامكان الاعظم قد احتلت المرتبة الاولى في حجم عينة (200) وقد تمت المشاركة في نفس المرتبة مع طريقة الحد الاقصى للمسافة واحتلت المرتبة الثالثة في حجم العينة (50) وشارك نفس الرتبة مع طريقة المقدرات التجزئية في حجم العينة (25) .

3- طريقة المقدرات التجزئية احتلت المرتبة الثانية في حجم العينة (200) اما بالنسبة للحجم العينة (25) قد شاركت مع طريقة الامكان الاعظم في نفس الرتبة اما حجم العينة (50,100) قد احتلت المرتبة الثالثة .

بعد حساب نتائج مقدرات دالة المخاطرة ومتوسط مربعات الخطأ MSE ومتوسط الخطأ التكاملي $IMSE$ وتبويبها في الجدول (11) الى (20) الوارد في الملحق (A) وللحصول على المقدر الافضل لدالة المخاطرة ولكون MSE ويحسب لكل t_i من الزمن , تمت المفاضلة بين طرائق التقدير بواسطة $IMSE$ والذي هو عبارة عن التكامل المساحة الكلية لـ t_i واختزالها بقيمة واحدة معبرة عن الزمن الكلي وبحسب الصيغة (2-59) .

يتم بعدها استعمال اسلوب الرتب وبالطريقة نفسها التي تم استعمالها مع معلمات التوزيع إذ سيتم ايجاد الرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي $IMSE$ ومن ثم احتساب الرتب الكلية .

$IMSE$

جدول (4-3)

لترتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة، ولجميع نماذج قيم المعلمات الافتراضية واحجام العينات كافة لمقدر دالة المخاطرة

| MODEL | N | MLE | PC | MPS |
|-------|-----|-----|----|-----|
| 1 | 25 | 2 | 3 | 1 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 1 | 3 | 2 |
| | 200 | 2 | 3 | 1 |
| 2 | 25 | 2 | 3 | 1 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 2 | 3 | 1 |
| | 200 | 1 | 3 | 2 |
| 3 | 25 | 2 | 3 | 1 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 2 | 3 | 1 |
| | 200 | 1 | 3 | 2 |
| 4 | 25 | 2 | 3 | 1 |
| | 50 | 1.5 | 3 | 1.5 |
| | 100 | 3 | 2 | 1 |
| | 200 | 3 | 2 | 1 |
| 5 | 25 | 2 | 3 | 1 |

| | | | | |
|---------------|-----|------|-----|------|
| | 50 | 1 | 3 | 2 |
| | 100 | 2 | 3 | 1 |
| | 200 | 2 | 3 | 1 |
| 6 | 25 | 2 | 3 | 1 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 1 | 3 | 2 |
| | 200 | 1 | 3 | 2 |
| 7 | 25 | 1 | 3 | 2 |
| | 50 | 1 | 3 | 2 |
| | 100 | 1 | 3 | 2 |
| | 200 | 2 | 3 | 1 |
| 8 | 25 | 2 | 3 | 1 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 1 | 3 | 2 |
| | 200 | 2 | 3 | 1 |
| 9 | 25 | 2 | 3 | 1 |
| | 50 | 2 | 3 | 1 |
| | 100 | 2 | 3 | 1 |
| | 200 | 1 | 3 | 2 |
| sum of Ranks | | 62.5 | 106 | 48.5 |
| overall Ranks | | 2 | 3 | 1 |

جدول (5-3)

الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملية (IMSE) لطرائق التقدير كافة، ولجميع نماذج قيم
المعاملات الافتراضية وبحسب حجم العينة لمقدر دالة المخاطرة

| N | | MLE | PC | MPS |
|-----|---------------|------|----|------|
| 25 | Sum of Rank | 17 | 27 | 10 |
| | Overall Ranks | 2 | 3 | 1 |
| 50 | Sum of Rank | 15.5 | 27 | 11.5 |
| | Overall Ranks | 2 | 3 | 1 |
| 100 | Sum of Rank | 15 | 26 | 13 |
| | Overall Ranks | 2 | 3 | 1 |
| 200 | Sum of Rank | 15 | 26 | 13 |
| | Overall Ranks | 2 | 3 | 1 |

من جدول (3-5) يتضح ما يلي :

- 1- طريقة الحد الاقصى للمسافة كانت الافضل في تقدير دالة المخاطرة احجام العينة (200,100,50,25) .
- 2- طريقة الامكان الاعظم احتلت المرتبة الثانية في تقدير دالة المخاطرة للأحجام العينة (200,100,50,25) .
- 3- طريقة المقدرات التجزئية احتلت المرتبة الثالثة في تقدير دالة المخاطرة للأحجام العينة (200,100,50,25) .

(3-3) الجزء الثاني :- الجانب التطبيقي - Practical part:

(1-3-3) تمهيد :

يتضمن هذا القسم تطبيقاً عملياً لتوزيع (Akash – Exponential) على بيانات من الواقع الحقيقي متمثلة بأوقات البقاء على قيد الحياة لحين الوفاة للحالات المسجلة للمرضى المصابين بسرطان الثدي / مركز الأورام السرطانية في محافظة البصرة للمدة منذ افتتاح مركز الأورام في محافظة البصرة عام 2009 وحتى شهر أكتوبر لعام 2020 وتقدير دالة المخاطرة لكل مريض من أجل رسم صورة عن احتمال الوفاة المفاجئ للمرضى المصابين بهذا النوع من الامراض .

(2-3-3) سرطان الثدي^[27] :-

إن سرطان الثدي من اكثر انواع السرطان انتشار في العالم واول سرطان في العراق بين الاناث مع اكثر من 2.2 مليون حالة في عام 2020 في العالم تصاب قرابة امرأة واحدة من بين كل 12 امرأة بسرطان الثدي في حياتهن .

سرطان الثدي هو السبب الاول للوفيات الناجمة عن السرطان في اوساط النساء ,وقد توفيت بسببه 685000 امرأة تقريبا في عام 2020 .

تولد الكثير من حالات الإصابة بسرطان الثدي والوفيات الناجمة عنه في البلدان المنخفضة الدخل والمتوسطة الدخل , هناك فوارق كثيرة بين البلدان والمرتفعة الدخل والبلدان المنخفضة الدخل والمتوسطة الدخل, اذ يتجاوز معدل البقاء على قيد الحياة بعد الإصابة بسرطان الثدي 5 سنوات 90% في البلدان المرتفعة الدخل, في حين لا تتعدى نسبة 66% في الهند و40% في جنوب افريقيا.

سجل أعلى معدلات الوفيات من جراء سرطان الثدي في افريقيا وبولينيزيا، وتحدث نصف الوفيات الناجمة عن سرطان الثدي في اوساط النساء دون سن الخمسين في افريقيا جنوب الصحراء الكبرى. يحرز تقدما كبيرا في مجال علاج سرطان الثدي منذ عام 1980 , إذ انخفضت معدل الوفيات من جراء سرطان الثدي بنسبة 40% بين الثمانيات وعام 2020 في البلدان المرتفعة الدخل وما زال ينتظر تحقيق تحسب مماثل في البلدان المنخفضة الدخل والمتوسطة الدخل .

يمكن أن يكون علاج سرطان الثدي فعالا سيما عند الكشف عن المرض في وقت مبكر. للغاية، وغالبا ما ينطوي علاج سرطان الثدي على مزيج من الاستئصال الجراحي والعلاج الإشعاعي وعلاج الدوية (العلاج الهرموني و/أو المعالجة الكيميائية و/أو العلاج البيولوجي الموجه) سعيا السرطان المجهرى الذي انتشر من ورم الثدي بالدم، وهذا العلاج الذي يمكن أن يمنع نمو السرطان وانتشاره ينقذ الأرواح بالنتيجة النهائية، أن الغالبية العظمى من الأدوية المستعملة في علاج سرطان الثدي موجودة بالفعل على قائمة منظمة الصحة العالمية للأدوية الأساسية. وعليه، يمكن تحقيق تحسينات عالمية كبيرة في مجال علاج سرطان الثدي

(3-3-3) البيانات الحقيقية Real data :-

تم جمع البيانات الحقيقية من السجل الخاص بالمرضى المسجلين في مركز الأورام في مستشفى البصرة التعليمي في محافظة البصرة والذين أدت بهم الإصابة بالمرض إلى الوفاة، إذ تم اخذ عينة عشوائية بحجم $n=200$ مريض وتحديد مدة بقائهم (t_i) على قيد الحياة لحين الوفاة (بالأسابيع) وادراجها في الجدول (3-6) وكما يأتي:

جدول (6-3)

مدة بقاء المريض المصاب بسرطان الثدي على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى ولحين الوفاة
(بالأسابيع)

| i | t_i | i | t_i | i | t_i | i | t_i | i | t_i | i | t_i | i | t_i |
|----|-------|----|-------|----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| 1 | 0.87 | 29 | 10.90 | 57 | 20.97 | 85 | 33.10 | 113 | 46.13 | 141 | 60.40 | 169 | 71.83 |
| 2 | 1.33 | 30 | 12.57 | 58 | 21.50 | 86 | 33.50 | 114 | 46.33 | 142 | 60.40 | 170 | 72.13 |
| 3 | 2.27 | 31 | 13.27 | 59 | 22.30 | 87 | 33.73 | 115 | 47.10 | 143 | 60.40 | 171 | 74.23 |
| 4 | 2.37 | 32 | 13.63 | 60 | 22.37 | 88 | 34.00 | 116 | 47.23 | 144 | 60.63 | 172 | 75.10 |
| 5 | 2.57 | 33 | 13.63 | 61 | 22.57 | 89 | 34.37 | 117 | 48.17 | 145 | 60.83 | 173 | 75.80 |
| 6 | 3.00 | 34 | 13.80 | 62 | 22.73 | 90 | 34.83 | 118 | 49.40 | 146 | 61.07 | 174 | 76.00 |
| 7 | 3.60 | 35 | 14.03 | 63 | 23.13 | 91 | 35.13 | 119 | 49.73 | 147 | 63.83 | 175 | 76.67 |
| 8 | 3.60 | 36 | 14.07 | 64 | 23.20 | 92 | 35.37 | 120 | 49.90 | 148 | 64.47 | 176 | 78.93 |
| 9 | 3.83 | 37 | 14.67 | 65 | 23.43 | 93 | 35.57 | 121 | 50.43 | 149 | 64.83 | 177 | 79.00 |
| 10 | 4.13 | 38 | 14.77 | 66 | 23.57 | 94 | 35.60 | 122 | 51.20 | 150 | 65.40 | 178 | 79.07 |
| 11 | 4.13 | 39 | 15.13 | 67 | 24.03 | 95 | 36.73 | 123 | 51.47 | 151 | 65.77 | 179 | 80.13 |
| 12 | 4.83 | 40 | 15.90 | 68 | 24.20 | 96 | 37.80 | 124 | 52.97 | 152 | 66.07 | 180 | 80.30 |
| 13 | 5.30 | 41 | 16.07 | 69 | 24.90 | 97 | 37.80 | 125 | 53.37 | 153 | 66.70 | 181 | 80.53 |
| 14 | 5.63 | 42 | 16.20 | 70 | 26.00 | 98 | 39.53 | 126 | 53.80 | 154 | 66.93 | 182 | 82.20 |
| 15 | 5.77 | 43 | 16.87 | 71 | 26.07 | 99 | 39.67 | 127 | 54.70 | 155 | 67.20 | 183 | 82.40 |
| 16 | 6.43 | 44 | 17.03 | 72 | 26.57 | 100 | 39.67 | 128 | 55.47 | 156 | 67.83 | 184 | 83.63 |
| 17 | 6.67 | 45 | 17.07 | 73 | 26.93 | 101 | 39.77 | 129 | 55.50 | 157 | 68.77 | 185 | 84.47 |

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|-------|----|-------|----|-------|------|-------|-----|--------|-----|--------|-----|--------|
| 18 | 6.67 | 46 | 17.33 | 74 | 27.47 | 102 | 39.90 | 130 | 55.97 | 158 | 69.60 | 186 | 85.87 |
| 19 | 7.20 | 47 | 17.47 | 75 | 28.80 | 103 | 40.93 | 131 | 56.17 | 159 | 69.90 | 187 | 87.37 |
| 20 | 7.70 | 48 | 17.83 | 76 | 29.47 | 104 | 41.43 | 132 | 56.23 | 160 | 70.00 | 188 | 89.80 |
| 21 | 7.87 | 49 | 18.17 | 77 | 29.87 | 105 | 41.63 | 133 | 56.27 | 161 | 70.03 | 189 | 95.87 |
| 22 | 8.27 | 50 | 18.57 | 78 | 30.77 | 106 | 43.20 | 134 | 56.70 | 162 | 70.20 | 190 | 99.00 |
| 23 | 8.50 | 51 | 18.67 | 79 | 31.50 | 107 | 43.33 | 135 | 56.83 | 163 | 70.80 | 191 | 101.10 |
| 24 | 9.77 | 52 | 18.77 | 80 | 32.17 | 108 | 43.60 | 136 | 57.33 | 164 | 70.90 | 192 | 107.47 |
| 25 | 9.87 | 53 | 19.20 | 81 | 32.27 | 109 | 44.53 | 137 | 58.47 | 165 | 70.97 | 193 | 108.83 |
| 26 | 10.37 | 54 | 19.37 | 82 | 32.40 | 110 | 44.97 | 138 | 58.83 | 166 | 71.10 | 194 | 111.97 |
| 27 | 10.40 | 55 | 19.47 | 83 | 32.53 | 111 | 45.13 | 139 | 59.43 | 167 | 71.83 | 195 | 112.23 |
| 28 | 10.87 | 56 | 20.20 | 84 | 32.93 | 112 | 45.57 | 140 | 59.63 | 168 | 72.13 | 196 | 112.67 |
| | | | | | | 1997 | 131.6 | 198 | 131.73 | 199 | 144.77 | 200 | 145.6 |

الجدول الاتي يبين ابرز احصاءات عينة البيانات الحقيقية:-

جدول (7-3)

يبين ابرز الإحصاءات الأولية الوصفية لبيانات العينة الحقيقية

| | |
|--------------------|----------|
| mean | 44.4905 |
| Variance | 958.67 |
| skewness | 0.795322 |
| kurtosis | 3.3572 |
| median | 39.6667 |
| Standard Deviation | 30.9624 |

(4-3) تحليل البيانات Data analysis:-

تم تحليل عينة البيانات الحقيقية بطريقة الحد الاقصى للمسافة (MPS) والجدول (8-3) يوضح تقديرات المعلمات لتوزيع (Akash – Exponential) المقترح ومعايير المقارنة بين التوزيعات وفق الصيغة (76-2) و(77-2) و(78-2)

جدول (8-3)

يوضح تقديرات المعلمات لتوزيع (Akash – Exponential) المقترح ومعايير المقارنة للبيانات الحقيقية

| Dist | parameter | | AIC | AIC_c | BIC |
|--------|----------------|-----------------|---------|---------|---------|
| | $\hat{\theta}$ | $\hat{\lambda}$ | | | |
| AK-Exp | 0.822559 | 0.0774407 | 1899.55 | 1899.61 | 1906.14 |
| AK | 0.0673285 | - | 1946.77 | 1946.79 | 1950.07 |
| Exp | - | 0.0224767 | 1920.11 | 1920.13 | 1923.41 |

من الجدول (8-3) يتبين بأن توزيع (Akash – Exponential) هو الافضل في تمثيل البيانات الحقيقية الخاصة بمرضى سرطان الثدي مقارنة بكل من توزيع الاسي وتوزيع Akash والشكل (1-3) يبين ملائمة التوزيع للبيانات الحقيقي .

وعن طريق اختبارات الفرضيات الاتية وبحسب المعايير المذكورة وجد أن :-

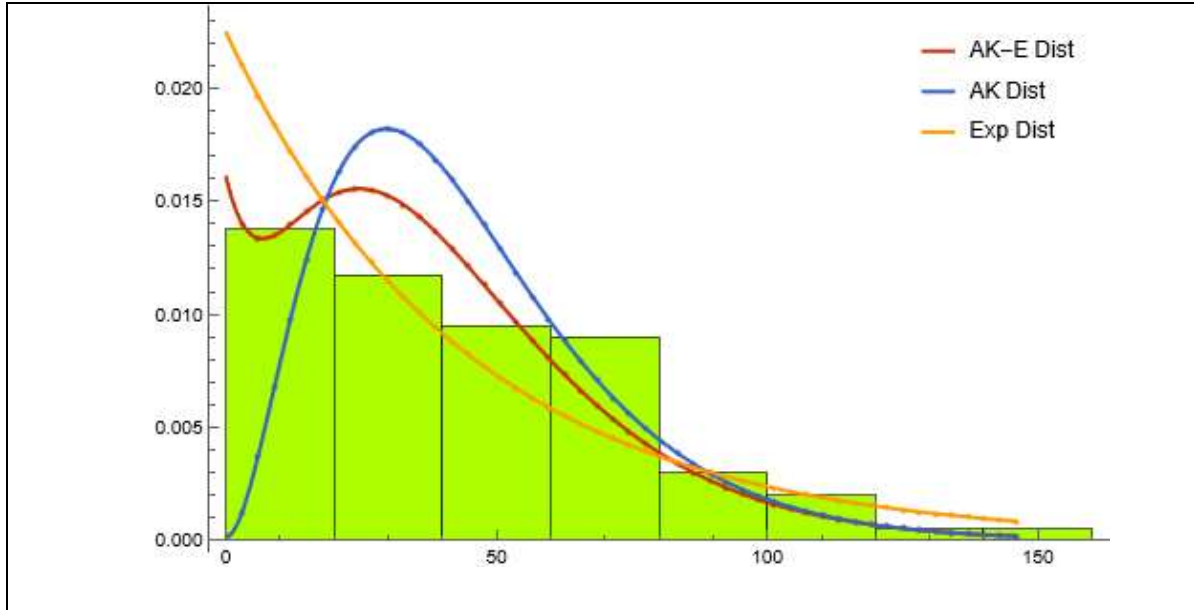
H_0 : (Akash – Exponential) التوزيع

H_1 : (Akash – Exponential) لا تتبع التوزيع

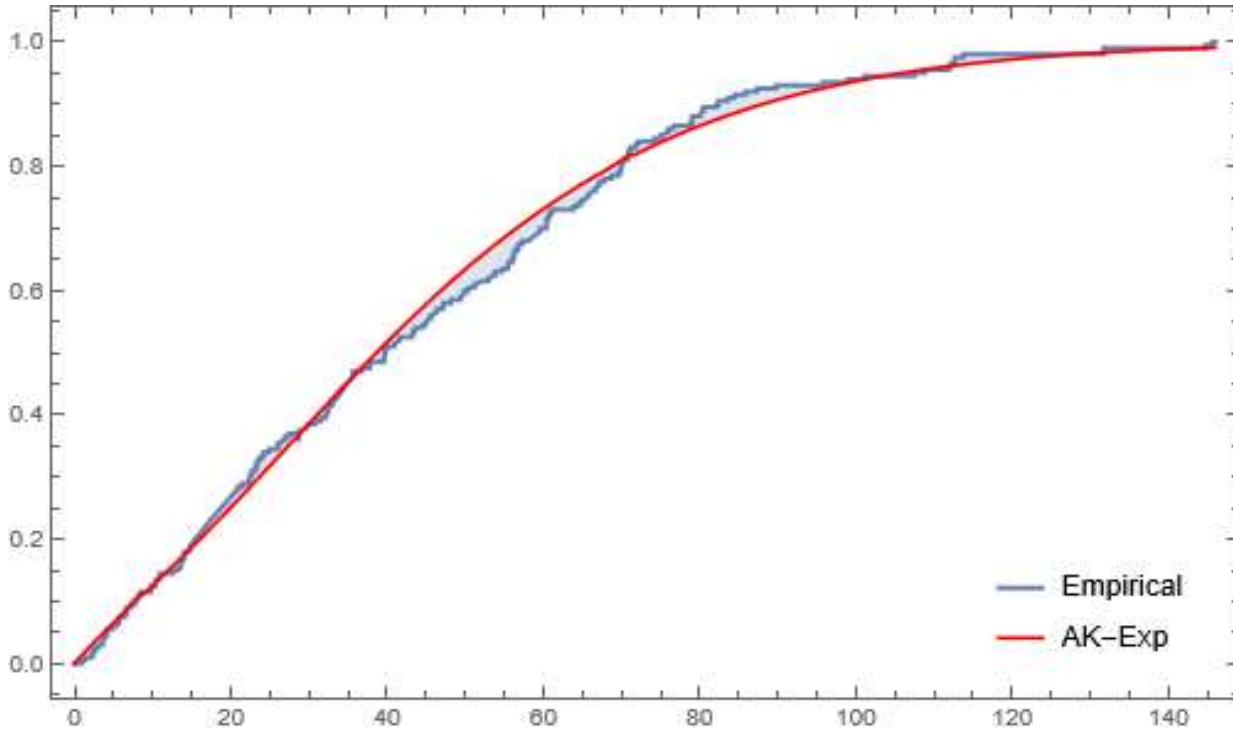
| | Statistic | P-Value |
|--------------------|-----------|----------|
| Kolmogorov-Smirnov | 0.0549 | 0.564018 |

من جدول اعلاه نلاحظ ان قيمة P-Value اكبر من مستوى المعنوية 0.05، لذلك نقبل فرضية العدم ونرفض البديلة اي ان البيانات تتوزع وفق توزيع (Akash – Exponential) .

- 1- أن قيم المعلمات المقدرة للتوزيع المركب (Akash – Exponential) كانت متوافقة مع القيم الافتراضية للمعلمات الموضحة بجانب المحاكاة .
 - 2- افضلية توزيع (Akash – Exponential) نتيجة امتلاكه اقل معايير (AIC, BIC) و AIC_C وبهذا يعد أفضل توزيع في تمثيل ووصف العينة قيد الدراسة .
- الشكل الاتي بين مدى ملائمة توزيع (Akash – Exponential) مقارنة بالتوزيعات البقية .



- الشكل (1-3) دالة الكثافة الاحتمالية المقدرة لتوزيع (Akash – Exponential) مقارنة بالتوزيع الاسي وتوزيع Akash بالنسبة للبيانات الحقيقية .



شكل (2-3) Probability Plot of (Akash – Exponential)

دالة Cdf المقدر للبيانات لتوزيع (AK-E) مقارنة بدالة Cdf للتوزيع التجريبي Empirical وبعد تحليل البيانات تم استخراج قيم كل من دالة البقاء ودالة التراكمية ودالة المخاطرة وتم توضيح النتائج في الجدول الآتي:

جدول (9-3)

مقدر دالة البقاء ودالة المخاطرة والدالة التراكمية والدالة الاحتمالية للبيانات الحقيقية

| i | ti | pdf | cdf | S(x) | h(x) |
|---|------|----------|-----------|----------|----------|
| 1 | 0.87 | 0.015306 | 0.0135972 | 0.986403 | 0.015517 |
| 2 | 1.33 | 0.014949 | 0.020655 | 0.979345 | 0.015264 |
| 3 | 2.27 | 0.014367 | 0.034322 | 0.965678 | 0.014877 |
| 4 | 2.37 | 0.014314 | 0.035756 | 0.964244 | 0.014845 |
| 5 | 2.57 | 0.014214 | 0.038609 | 0.961391 | 0.014785 |

| | | | | | |
|----|-------|----------|----------|----------|----------|
| 6 | 3.00 | 0.014019 | 0.044725 | 0.955275 | 0.014676 |
| 7 | 3.60 | 0.013798 | 0.053068 | 0.946932 | 0.014571 |
| 8 | 3.60 | 0.013798 | 0.053068 | 0.946932 | 0.014571 |
| 9 | 3.83 | 0.013725 | 0.056278 | 0.943722 | 0.014544 |
| 10 | 4.13 | 0.013643 | 0.060383 | 0.939617 | 0.014520 |
| 11 | 4.13 | 0.013643 | 0.060383 | 0.939617 | 0.014520 |
| 12 | 4.83 | 0.013493 | 0.069878 | 0.930122 | 0.014507 |
| 13 | 5.30 | 0.013424 | 0.076157 | 0.923843 | 0.014531 |
| 14 | 5.63 | 0.013388 | 0.080626 | 0.919374 | 0.014562 |
| 15 | 5.77 | 0.013376 | 0.082410 | 0.917590 | 0.014577 |
| 16 | 6.43 | 0.013341 | 0.091314 | 0.908686 | 0.014682 |
| 17 | 6.67 | 0.013338 | 0.094426 | 0.905574 | 0.014728 |
| 18 | 6.67 | 0.013338 | 0.094426 | 0.905574 | 0.014728 |
| 19 | 7.20 | 0.013344 | 0.101540 | 0.898460 | 0.014852 |
| 20 | 7.70 | 0.013366 | 0.108217 | 0.891783 | 0.014988 |
| 21 | 7.87 | 0.013376 | 0.110445 | 0.889555 | 0.015037 |
| 22 | 8.27 | 0.013408 | 0.115802 | 0.884198 | 0.015164 |
| 23 | 8.50 | 0.013430 | 0.118933 | 0.881067 | 0.015243 |
| 24 | 9.77 | 0.013588 | 0.136038 | 0.863962 | 0.015728 |
| 25 | 9.87 | 0.013603 | 0.137398 | 0.862602 | 0.015770 |
| 26 | 10.37 | 0.013681 | 0.144218 | 0.855782 | 0.015987 |
| 27 | 10.40 | 0.013687 | 0.144675 | 0.855325 | 0.016002 |
| 28 | 10.87 | 0.013766 | 0.151080 | 0.848920 | 0.016215 |
| 29 | 10.90 | 0.013771 | 0.151539 | 0.848461 | 0.016231 |
| 30 | 12.57 | 0.014081 | 0.174745 | 0.825255 | 0.017062 |
| 31 | 13.27 | 0.014217 | 0.184648 | 0.815352 | 0.017436 |
| 32 | 13.63 | 0.014288 | 0.189874 | 0.810126 | 0.017637 |
| 33 | 13.63 | 0.014288 | 0.189874 | 0.810126 | 0.017637 |
| 34 | 13.80 | 0.014320 | 0.192258 | 0.807742 | 0.017729 |
| 35 | 14.03 | 0.014366 | 0.195605 | 0.804395 | 0.017859 |

| | | | | | |
|----|-------|----------|----------|----------|----------|
| 36 | 14.07 | 0.014372 | 0.196084 | 0.803916 | 0.017878 |
| 37 | 14.67 | 0.014487 | 0.204742 | 0.795258 | 0.018217 |
| 38 | 14.77 | 0.014506 | 0.206191 | 0.793809 | 0.018274 |
| 39 | 15.13 | 0.014575 | 0.211523 | 0.788477 | 0.018485 |
| 40 | 15.90 | 0.014715 | 0.222751 | 0.777249 | 0.018932 |
| 41 | 16.07 | 0.014744 | 0.225206 | 0.774794 | 0.019030 |
| 42 | 16.20 | 0.014768 | 0.227174 | 0.772826 | 0.019109 |
| 43 | 16.87 | 0.014881 | 0.237057 | 0.762943 | 0.019504 |
| 44 | 17.03 | 0.014908 | 0.239539 | 0.760461 | 0.019604 |
| 45 | 17.07 | 0.014913 | 0.240036 | 0.759964 | 0.019624 |
| 46 | 17.33 | 0.014956 | 0.244019 | 0.755981 | 0.019783 |
| 47 | 17.47 | 0.014977 | 0.246014 | 0.753986 | 0.019863 |
| 48 | 17.83 | 0.015032 | 0.251516 | 0.748484 | 0.020083 |
| 49 | 18.17 | 0.015081 | 0.256535 | 0.743465 | 0.020284 |
| 50 | 18.57 | 0.015136 | 0.262578 | 0.737422 | 0.020526 |
| 51 | 18.67 | 0.015149 | 0.264092 | 0.735908 | 0.020586 |
| 52 | 18.77 | 0.015163 | 0.265608 | 0.734392 | 0.020646 |
| 53 | 19.20 | 0.015217 | 0.272190 | 0.727810 | 0.020908 |
| 54 | 19.37 | 0.015237 | 0.274728 | 0.725272 | 0.021009 |
| 55 | 19.47 | 0.015249 | 0.276252 | 0.723748 | 0.021070 |
| 56 | 20.20 | 0.015329 | 0.287465 | 0.712535 | 0.021513 |
| 57 | 20.97 | 0.015400 | 0.299245 | 0.700755 | 0.021976 |
| 58 | 21.50 | 0.015442 | 0.307470 | 0.692530 | 0.022297 |
| 59 | 22.30 | 0.015492 | 0.319844 | 0.680156 | 0.022777 |
| 60 | 22.37 | 0.015495 | 0.320877 | 0.679123 | 0.022817 |
| 61 | 22.57 | 0.015505 | 0.323977 | 0.676023 | 0.022936 |
| 62 | 22.73 | 0.015513 | 0.326562 | 0.673438 | 0.023035 |
| 63 | 23.13 | 0.015529 | 0.332771 | 0.667229 | 0.023273 |
| 64 | 23.20 | 0.015531 | 0.333806 | 0.666194 | 0.023313 |
| 65 | 23.43 | 0.015538 | 0.337431 | 0.662569 | 0.023451 |

| | | | | | |
|----|-------|----------|----------|----------|----------|
| 66 | 23.57 | 0.015541 | 0.339503 | 0.660497 | 0.023530 |
| 67 | 24.03 | 0.015550 | 0.346757 | 0.653243 | 0.023805 |
| 68 | 24.20 | 0.015552 | 0.349349 | 0.650651 | 0.023902 |
| 69 | 24.90 | 0.015553 | 0.360237 | 0.639763 | 0.024311 |
| 70 | 26.00 | 0.015533 | 0.377337 | 0.622663 | 0.024946 |
| 71 | 26.07 | 0.015531 | 0.378372 | 0.621628 | 0.024984 |
| 72 | 26.57 | 0.015512 | 0.386133 | 0.613867 | 0.025269 |
| 73 | 26.93 | 0.015494 | 0.391818 | 0.608182 | 0.025476 |
| 74 | 27.47 | 0.015464 | 0.400073 | 0.599927 | 0.025776 |
| 75 | 28.80 | 0.015362 | 0.420628 | 0.579372 | 0.026514 |
| 76 | 29.47 | 0.015297 | 0.430847 | 0.569153 | 0.026877 |
| 77 | 29.87 | 0.015254 | 0.436958 | 0.563042 | 0.027092 |
| 78 | 30.77 | 0.015147 | 0.450639 | 0.549361 | 0.027571 |
| 79 | 31.50 | 0.015048 | 0.461711 | 0.538289 | 0.027955 |
| 80 | 32.17 | 0.014951 | 0.471711 | 0.528289 | 0.028300 |
| 81 | 32.27 | 0.014935 | 0.473205 | 0.526795 | 0.028351 |
| 82 | 32.40 | 0.014915 | 0.475195 | 0.524805 | 0.028420 |
| 83 | 32.53 | 0.014894 | 0.477182 | 0.522818 | 0.028488 |
| 84 | 32.93 | 0.014830 | 0.483127 | 0.516873 | 0.028691 |
| 85 | 33.10 | 0.014802 | 0.485596 | 0.514404 | 0.028775 |
| 86 | 33.50 | 0.014734 | 0.491504 | 0.508496 | 0.028976 |
| 87 | 33.73 | 0.014693 | 0.494937 | 0.505063 | 0.029092 |
| 88 | 34.00 | 0.014646 | 0.498849 | 0.501151 | 0.029224 |
| 89 | 34.37 | 0.014579 | 0.504207 | 0.495793 | 0.029405 |
| 90 | 34.83 | 0.014491 | 0.510990 | 0.489010 | 0.029633 |
| 91 | 35.13 | 0.014433 | 0.515328 | 0.484672 | 0.029779 |
| 92 | 35.37 | 0.014387 | 0.518691 | 0.481309 | 0.029891 |
| 93 | 35.57 | 0.014347 | 0.521564 | 0.478436 | 0.029987 |
| 94 | 35.60 | 0.014340 | 0.522042 | 0.477958 | 0.030003 |
| 95 | 36.73 | 0.014104 | 0.538162 | 0.461838 | 0.030539 |

| | | | | | |
|-----|-------|----------|----------|----------|----------|
| 96 | 37.80 | 0.013869 | 0.553082 | 0.446918 | 0.031032 |
| 97 | 37.80 | 0.013869 | 0.553082 | 0.446918 | 0.031032 |
| 98 | 39.53 | 0.013462 | 0.576773 | 0.423227 | 0.031808 |
| 99 | 39.67 | 0.01343 | 0.578565 | 0.421435 | 0.031867 |
| 100 | 39.67 | 0.01343 | 0.578565 | 0.421435 | 0.031867 |
| 101 | 39.77 | 0.013405 | 0.579907 | 0.420093 | 0.031911 |
| 102 | 39.90 | 0.013373 | 0.581692 | 0.418308 | 0.031969 |
| 103 | 40.93 | 0.013116 | 0.595379 | 0.404621 | 0.032415 |
| 104 | 41.43 | 0.012988 | 0.601905 | 0.398095 | 0.032627 |
| 105 | 41.63 | 0.012937 | 0.604497 | 0.395503 | 0.032711 |
| 106 | 43.20 | 0.012527 | 0.624446 | 0.375554 | 0.033357 |
| 107 | 43.33 | 0.012492 | 0.626114 | 0.373886 | 0.033411 |
| 108 | 43.60 | 0.012421 | 0.629436 | 0.370564 | 0.033519 |
| 109 | 44.53 | 0.012169 | 0.640912 | 0.359088 | 0.03389 |
| 110 | 44.97 | 0.012052 | 0.64616 | 0.35384 | 0.03406 |
| 111 | 45.13 | 0.012006 | 0.648164 | 0.351836 | 0.034125 |
| 112 | 45.57 | 0.011888 | 0.653341 | 0.346659 | 0.034292 |
| 113 | 46.13 | 0.011732 | 0.660034 | 0.339966 | 0.034509 |
| 114 | 46.33 | 0.011677 | 0.662374 | 0.337626 | 0.034585 |
| 115 | 47.10 | 0.011464 | 0.671245 | 0.328755 | 0.034872 |
| 116 | 47.23 | 0.011427 | 0.672771 | 0.327229 | 0.034922 |
| 117 | 48.17 | 0.011168 | 0.683316 | 0.316684 | 0.035264 |
| 118 | 49.40 | 0.010823 | 0.696877 | 0.303123 | 0.035706 |
| 119 | 49.73 | 0.01073 | 0.700469 | 0.299531 | 0.035824 |
| 120 | 49.90 | 0.010684 | 0.702254 | 0.297746 | 0.035882 |
| 121 | 50.43 | 0.010535 | 0.707912 | 0.292088 | 0.036068 |
| 122 | 51.20 | 0.010321 | 0.715907 | 0.284093 | 0.036331 |
| 123 | 51.47 | 0.010247 | 0.718649 | 0.281351 | 0.036421 |
| 124 | 52.97 | 0.009831 | 0.733708 | 0.266292 | 0.03692 |
| 125 | 53.37 | 0.009721 | 0.737618 | 0.262382 | 0.03705 |

| | | | | | |
|-----|-------|----------|----------|----------|----------|
| 126 | 53.80 | 0.009602 | 0.741805 | 0.258195 | 0.03719 |
| 127 | 54.70 | 0.009356 | 0.750336 | 0.249664 | 0.037476 |
| 128 | 55.47 | 0.009149 | 0.75743 | 0.24257 | 0.037716 |
| 129 | 55.50 | 0.00914 | 0.757735 | 0.242265 | 0.037726 |
| 130 | 55.97 | 0.009014 | 0.761971 | 0.238029 | 0.03787 |
| 131 | 56.17 | 0.008961 | 0.763768 | 0.236232 | 0.037931 |
| 132 | 56.23 | 0.008943 | 0.764365 | 0.235635 | 0.037952 |
| 133 | 56.27 | 0.008934 | 0.764663 | 0.235337 | 0.037962 |
| 134 | 56.70 | 0.008818 | 0.768509 | 0.231491 | 0.038093 |
| 135 | 56.83 | 0.008783 | 0.769682 | 0.230318 | 0.038134 |
| 136 | 57.33 | 0.00865 | 0.774041 | 0.225959 | 0.038283 |
| 137 | 58.47 | 0.008354 | 0.783676 | 0.216324 | 0.038617 |
| 138 | 58.83 | 0.008259 | 0.786722 | 0.213278 | 0.038723 |
| 139 | 59.43 | 0.008105 | 0.791631 | 0.208369 | 0.038895 |
| 140 | 59.63 | 0.008054 | 0.793246 | 0.206754 | 0.038952 |
| 141 | 60.40 | 0.007859 | 0.799346 | 0.200654 | 0.039168 |
| 142 | 60.40 | 0.007859 | 0.799346 | 0.200654 | 0.039168 |
| 143 | 60.40 | 0.007859 | 0.799346 | 0.200654 | 0.039168 |
| 144 | 60.63 | 0.007801 | 0.801173 | 0.198827 | 0.039233 |
| 145 | 60.83 | 0.007751 | 0.802728 | 0.197272 | 0.039289 |
| 146 | 61.07 | 0.007692 | 0.80453 | 0.19547 | 0.039353 |
| 147 | 63.83 | 0.007022 | 0.824876 | 0.175124 | 0.040094 |
| 148 | 64.47 | 0.006873 | 0.829276 | 0.170724 | 0.040258 |
| 149 | 64.83 | 0.006788 | 0.83178 | 0.16822 | 0.040352 |
| 150 | 65.40 | 0.006658 | 0.83559 | 0.16441 | 0.040496 |
| 151 | 65.77 | 0.006575 | 0.838016 | 0.161984 | 0.040588 |
| 152 | 66.07 | 0.006507 | 0.839978 | 0.160022 | 0.040663 |
| 153 | 66.70 | 0.006366 | 0.844054 | 0.155946 | 0.04082 |
| 154 | 66.93 | 0.006314 | 0.845534 | 0.154466 | 0.040877 |
| 155 | 67.20 | 0.006256 | 0.84721 | 0.15279 | 0.040942 |

| | | | | | |
|-----|-------|----------|----------|----------|----------|
| 156 | 67.83 | 0.006118 | 0.851128 | 0.148872 | 0.041095 |
| 157 | 68.77 | 0.005919 | 0.856745 | 0.143255 | 0.041318 |
| 158 | 69.60 | 0.005745 | 0.861604 | 0.138396 | 0.041513 |
| 159 | 69.90 | 0.005683 | 0.863319 | 0.136681 | 0.041582 |
| 160 | 70.00 | 0.005663 | 0.863886 | 0.136114 | 0.041605 |
| 161 | 70.03 | 0.005656 | 0.864075 | 0.135925 | 0.041613 |
| 162 | 70.20 | 0.005622 | 0.865014 | 0.134986 | 0.041651 |
| 163 | 70.80 | 0.005501 | 0.868351 | 0.131649 | 0.041788 |
| 164 | 70.90 | 0.005481 | 0.868901 | 0.131099 | 0.041811 |
| 165 | 70.97 | 0.005468 | 0.869266 | 0.130734 | 0.041826 |
| 166 | 71.10 | 0.005442 | 0.869993 | 0.130007 | 0.041856 |
| 167 | 71.83 | 0.005297 | 0.87393 | 0.12607 | 0.04202 |
| 168 | 72.13 | 0.005239 | 0.875511 | 0.124489 | 0.042086 |
| 169 | 74.23 | 0.004846 | 0.886096 | 0.113904 | 0.042542 |
| 170 | 75.10 | 0.00469 | 0.890228 | 0.109772 | 0.042724 |
| 171 | 75.80 | 0.004567 | 0.893468 | 0.106532 | 0.042869 |
| 172 | 76.00 | 0.004532 | 0.894377 | 0.105623 | 0.042911 |
| 173 | 76.67 | 0.004418 | 0.897361 | 0.102639 | 0.043047 |
| 174 | 78.93 | 0.004047 | 0.90695 | 0.09305 | 0.043497 |
| 175 | 79.00 | 0.004037 | 0.90722 | 0.09278 | 0.04351 |
| 176 | 79.07 | 0.004026 | 0.907489 | 0.092511 | 0.043523 |
| 177 | 80.13 | 0.003861 | 0.911695 | 0.088305 | 0.043728 |
| 178 | 80.30 | 0.003836 | 0.912336 | 0.087664 | 0.04376 |
| 179 | 80.53 | 0.003801 | 0.913227 | 0.086773 | 0.043804 |
| 180 | 82.20 | 0.003558 | 0.919358 | 0.080642 | 0.044115 |
| 181 | 82.40 | 0.003529 | 0.920066 | 0.079934 | 0.044151 |
| 182 | 83.63 | 0.003359 | 0.924313 | 0.075687 | 0.044374 |
| 183 | 84.47 | 0.003247 | 0.927065 | 0.072935 | 0.044522 |
| 184 | 85.87 | 0.003067 | 0.931484 | 0.068516 | 0.044766 |
| 185 | 87.37 | 0.002884 | 0.935946 | 0.064054 | 0.045021 |

| | | | | | |
|------|---------|------------|------------|------------|------------|
| 186 | 89.80 | 0.002606 | 0.942621 | 0.057379 | 0.045421 |
| 187 | 95.87 | 0.002013 | 0.956565 | 0.043435 | 0.046349 |
| 188 | 99.00 | 0.001757 | 0.962463 | 0.037537 | 0.046794 |
| 189 | 101.10 | 0.001601 | 0.965986 | 0.034014 | 0.04708 |
| 190 | 107.47 | 0.001204 | 0.974861 | 0.025139 | 0.047892 |
| 191 | 108.83 | 0.001131 | 0.976457 | 0.023543 | 0.048056 |
| 192 | 111.97 | 0.00098 | 0.97976 | 0.020241 | 0.048421 |
| 193 | 112.23 | 0.000968 | 0.980019 | 0.019981 | 0.048451 |
| 194 | 112.67 | 0.000949 | 0.980435 | 0.019565 | 0.0485 |
| 195 | 112.67 | 0.000949 | 0.980435 | 0.019565 | 0.0485 |
| 196 | 113.80 | 0.0009 | 0.981482 | 0.018518 | 0.048627 |
| 197 | 131.67 | 0.000385 | 0.992358 | 0.007642 | 0.050381 |
| 198 | 131.73 | 0.000384 | 0.992384 | 0.007616 | 0.050387 |
| 199 | 144.77 | 0.000202 | 0.996078 | 0.003922 | 0.051433 |
| 200 | 145.60 | 0.000193 | 0.996243 | 0.003757 | 0.051494 |
| Sun | 8898.10 | 2.140265 | 109.715374 | 90.271027 | 6.192587 |
| Mean | 44.4905 | 0.01070132 | 0.54857687 | 0.45135513 | 0.03096293 |

من الجدول (3-9) يتبين بأن قيم دالة المخاطرة المقدرة تكون اول شهرين متناقصة عند (7.87) اسبوعا ومن ثم تزداد بشكل طفيف بتزايد مدة بقاء المريض على قيد الحياة ولكنها لا تتجاوز قيمة المعلمة المقدرة $(\hat{\lambda})$, والبالغة (0.0774407) وهذا ما يؤكد ما تم طرحه في الجانب النظري لهذه الرسالة إذ نلاحظ بأن قيم دالة المخاطرة تكون متزايدة حتى بلوغ المريض مدة بقاء (44.4905) اسبوعا

وكذلك

1-دالة البقاء متناقصة مع الزمن أي تتناسب عكسيا مع الزمن وهذا ما يتناسب مع النظرية الاحصائية .

2- قيم دالة التوزيع التراكمية تقع بين الصفر والواحد وهي في تزايد مع الزمن وهذا ما يتناسب مع النظرية الإحصائية.

3- أن مجموع دالة البقاء وقيم دالة التراكمية يساوي واحد أي أن أحدهم متمم للآخر.

4- متوسط قيم دالة المخاطرة 0.03096 أي ان احتمال خطورة المريض المصاب بالسرطان هو 30% تقريبا

الفصل الرابع

الاستنتاجات

والتوصيات

(1-4)-الاستنتاجات والتوصيات:

في هذا الفصل سيتم عرض اهم الاستنتاجات التي توصل إليها الباحث وكذلك سيتم طرح بعد التوصيات عن طريق الجانب والتجريبي والتطبيقي للدراسة.

(1-1-4)الاستنتاجات :

في هذه الدراسة تم تركيب توزيعي دالة الاسي وتوزيع Akash وقد حصلنا على توزيع جديد وهو توزيع (Akash - Exponential) قمنا بتقدير معالم التوزيع وايجاد الخصائص الإحصائية للتوزيع وكذلك قمنا بتقدير دالة المخاطرة من خلال استعمال ثلاث طرائق للتقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم، وطريقة المقدرات التجزئية، طريقة الحد الأقصى للمسافة ومن ثم تم اختيار افضل طريقة للتقدير في الجانب التجريبي باستعمال المحاكاة وتم استعمالها فيما بعد في الجانب التطبيقي وكانت النتائج كما يلي:

1- إن توزيع (Akash - Exponential) يكون اكثر مرونة مقارنة بتوزيع (Exponential) والتوزيع (Akash) وذلك لامتلاكه دالة مخاطرة تأخذ شكل متناقص في بداية الامر ثم تبدأ بالتزايد مع مرور الزمن .

2- اقتراب مقدرات دالة المخاطرة من قيم دالة المخاطرة الاصلية او الافتراضية بازدياد حجم العينة في جميع طرائق وهذا ما يتناسب مع النظرية الاحصائية .

3- ان افضل طريقة الحد الأقصى للمسافة في تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (Exponential - Akash) مقارنة بطريقتي الامكان الاعظم وطريقة المقدرات التجزئية استنادا على معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) .

4- تكون طريقة الحد الأقصى للمسافة هي الطريقة الفضلى للأحجام العينات كافة في النماذج التي تكون فيها ($\theta > \lambda$) كذلك النماذج التي تكون فيها ($\theta = \lambda$) في حين تنخفض الأفضلية في النماذج التي تكون فيها ($\theta < \lambda$) .

5- عدم ملائمة طريقة الامكان الاعظم في تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (Exponential - Akash) .

6- اظهر الجانب التطبيقي أن تقديرات معلمات توزيع (Akash - Exponential) للبيانات الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الافتراضية للجانب التجريبي.

(2-1-4) التوصيات :

- 1- العمل الجاد والتعميق في دراسة خواص توزيع (Akash - Exponential) ودراسة سلوك بقية دواله كدالة المخاطرة .
- 2- اجراء دراسة لمقارنة توزيع (Akash - Exponential) مع توزيعات اخرى ناشئة من عائلة التوزيعات الأسية والاحتمالية ولعينة البيانات نفسها أو غيرها.
- 3- استعمال الطرائق البيزية لتقدير دالة المخاطرة لتوزيع (Akash - Exponential) واجراء دراسة مقارنة مع الطرائق الكلاسيكية المستعملة في هذه الدراسة او غيرها من الطرائق.
- 4- استعمال التوزيع المركب الجديد لدراسة انواع أخرى من البيانات كعينات البيانات غير الكاملة (المراقبة وغيرها)
- 5- .اعتماد الدراسة لدى وزارة الصحة لاستفادة منها في تفسير سلوك أنواع أخرى من امراض السرطان أو غيرها من الأمراض.

المصادر

المصادر العربية

1. الأعظمي, علاء حسين علي, (2006) خصائص توزيع باريتو ومقارنة طرائق تقدير معلمة (الشكل) , رسالة ماجستير في بحوث العمليات, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة بغداد.
2. -ايدن حسن حسين الكناني وحمزة اسماعيل شاهين (2000) (المدخل الى الإحصاء الرياضي)". قسم الإحصاء-كلية الإدارة والاقتصاد-الجامعة المستنصرية
3. الباقر, زينب محمد باقر صادق, (2017) , (تقديرات دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي), رسالة ماجستير في علوم الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة كربلاء
4. الثعلبي, ساهرة حسين زين , (2008) , (تحليل البيانات الثنائية لدراسة العوامل المؤثرة في حدوث التشوهات الولادية في مستشفى البصرة النسائية والأطفال), رسالة ماجستير في علوم الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة البصرة.
5. -حافظ, علي ماضي, (2021) , (مقارنة بين طريقة العزوم وطريقة المقدرات التجزئية لتقدير الدالة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط الآسي-فريجت) ,مجلة الدراسات الاقتصادية والإدارية, المجلد 1 , العدد 22 , 733 – 753.
6. رمضان, أقبال قاسم, (2021) , (مقارنة بين توزيعات مختلفة لاختيار أفضل توزيع لتقدير دالة البقاء لمرضى كورونا), رسالة ماجستير في علوم الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة كربلاء.
7. -زعلان, ريسان عبد الامام, (2008) , (بناء نموذج محاكاة لتحسين أداء أنشطة مركز أورام سرطان البصرة), رسالة ماجستير في علوم الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة البصرة.
8. صالح , احمد علوان , (2016) تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (Quasi-lindeiy) بحث مقارن مع تطبيق عملي " , رسالة ماجستير , جامعة بغداد , كلية الإدارة والاقتصاد , قسم الإحصاء.
9. الطيباوي, علاء عدنان عودة(2021) استعمال اسلوب Jackknife والطريقة البيزية لتقدير معولية توزيع بيتا , رسالة ماجستير , علوم الاحصاء-كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء
10. ظافر رشيد وعلي الوكيل, "مقدمة في الإحصاء الرياضي"
11. العامري, بهاء عبد الرزاق قاسم (2021) استعمال بعض التوزيعات المبتورة في بناء نظام خبري لتقدير الفترة المثلي لاستبدال المكانن والمعدات مع تطبيق عملي, اطروحة دكتوراء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة كربلاء.
12. العاني, مي تحسين عبد الحليم, (2007) (مقارنة بين طرائق تقدير المعولة في حالة الاجهاد والمتانة أالنموذجي باريتو ووبيل) , رسالة ماجستير في بحوث العمليات , كلية الادارة والاقتصاد, جامعة البصرة.

المصادر

13. -عبد الأحد, عفاف ادرد(2007) تقديرات المعولية للتوزيع الأسّي بمعلمتين – دراسة مقارنة –", رسالة ماجستير في بحوث العمليات, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة بغداد.
14. عبدالحسين , غفران خالد(2022) تقدير دالة البقاء باستعمال التوزيع المختلط الجديد (Power Function-Truncated Burr III) مع التطبيق, رسالة ماجستير , علوم الاحصاء-كلية الادارة والاقتصاد جامعة البصرة.
15. عزيز, سكيّنة سلطان(2021)مقدّرات بيزية مقلّصة لمعلّمة القياس ودالة المعولية لتوزيع وقت الفشل (ماكسويل) باعتماد دالتي الخسارة التربيعية والآسية الخطية", رسالة ماجستير في علوم الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة البصرة.
16. فهد, باقر كريم(2018)اختيار افضل طريقة لتقدير معلمات توزيع كابا الاحتمالي مع تطبيق عملي", رسالة ماجستير في فلسفة الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة كربلاء.
17. كريم, اثير عبد الزهرة, (2018) تحليل دالة البقاء عندما يتناسب معامل الخطورة مع الزمن (دراسة تطبيقية), رسالة ماجستير في علوم الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة كربلاء.
18. المحمداوي, حسام راضي نعيمة(2022) تحليل دالة المخاطرة باستخدام نموذج انحدار cox للأطفال المصابين بمرض السرطان في مستشفى البصرة التخصصي للأطفال("), رسالة ماجستير في علوم الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد, جامعة البصرة.
19. مهدي , منتظر جمعة (2021) التحويل التكميبي لتوزيع Burr XII مع تطبيق عملي , رسالة ماجستير , علوم الاحصاء-كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء
20. هرمز, امير حنا(1990)الإحصاء الرياضي", كتاب منهجي, دار الكتب للطباعة والنشر, جامعة الموصل

- 21.- <https://www.who.int/ar/news-room/fact-sheets/detail/breast-cancer>
- 22.Abdel-Hamee D. & cinlar M.S. , and Quinn., (1984),"Reliability theory and Models",Acsdem press New York
- 23.Ade, R. B., Teltumbade, D. P., & Tasare, P. W. (2021). Characterization and estimation of area biased quasi Akash distribution. International Journal of Mathematics Trends and Technology, 67(1), 53-59
- 24.Aderaju, S., & Adeniyi, I. (2022). On Power Generalized Akash Distribution with Properties and Applications. Journal of Statistical Modeling & Analytics (JOSMA), 4(1).
- 25.Ahmad M. H. Al-Khazaleh*, Loai Alzoubi. (2021). New compound probability distribution using biweight kernel function and exponential distribution. (2021). Journal of Mathematical and Computational Science. <https://doi.org/10.28919/jmcs/6082>
- 26.AL-Kadim .k. A. and . Boshi. M. A.(2013) "Exponential –Pareto Distribution " . Mathematica
- 27.Al-sabah, S., (2020), Estimation of Hazard Function of a Composite Probability Model Applied Study of a Sample of Deaths of Breast Cancer Patients in ThiQar Governorate. <http://www.researchgate.net/publication/347937669>
- 28.Charles, E.E. (1997), "An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering" the Mcgrau Hial, companies, Inc. New York.
- 29.Frank J. F , and Sergio M. F , and Svetlozar T. R , and Bala G. A , (2014) , " Model Selection Criterion : AIC and BIC " , 2014 John Wiley & Sons , Inc Published by John Wiley & Sons , Inc , Vol.95 , No.3 , page (631 636) .
- 30.Ganaie, R. A. , & Rajagopalan, V. (2020). On weighted three parameters Akash distribution with application of lifetime data. Journal of Xidian University, 14(4), 877-893.
- 31.Hassan, A. S., & Abd-Allah, M. (Shanker). Exponentiated Weibull-Lomax distribution: properties and estimation. Journal of Data Science, 16(2), 277-298

32. Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R. , "Regional frequency analysis An Approach Based on L-Moments" , (2005), The Edinburgh Building, Cambridge University Press.
33. Hussian, M. A. (2014). Transmuted exponentiated gamma distribution: A generalization of the exponentiated gamma probability distribution. *Applied Mathematical Sciences*, 8(27), 1297-1310.
34. Ibrahim , Ahmad Hassan Saad . (2018) . On T - X Method for Generating Families from Distributions " , A Thesis Submitted to the Institute of Statistical Studies and Research , Cairo University , in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Statistics.
35. Jafari, A. A., Tahmasebi, S., & Alizadeh, M. (2014). The Beta-Gompertz Distribution. *Revista Colombiana de Estadística*, 37(1).
<https://doi.org/10.15446/rce.v37n1.44363>
36. Merran, E., Nicholas, H. and Brian, P., "Statistical Distribution", (1993), United States of America, Second Edition
37. Michael, B. M. , " Mathematics & Statistics for Financial Risk Management" (1973), United States of America.
38. Nadarajah, S., & Gupta, A. K. (2005). On the moments of the exponentiated Weibull distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 34(2), 253-256.
39. Nofal, Z. M., Afify, A. Z., Yousof, H. M., Granzotto, D. C. T., & Louzada, F. (2018). The transmuted exponentiated additive weibull distribution: properties and applications. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 17(1), 4
40. Oguntunde, P. E., Balogun, O. S., Okagbue, H. I., & Bishop, S. A. (2015). The Weibull-exponential distribution: Its properties and applications. *Journal of Applied Sciences*, 15(11), 1305-1311.
41. Okereke, E. W. , & Uwaeme, O. R. (2018). Exponentiated Akash distribution and its applications. *NSA 2018 JOURNAL VOL. 30*.
42. Rama Shanker,(2015) Akash Distribution and Its Applications, *International Journal of Probability and Statistics* , Vol. 4 No. 3, 2015, pp. 65-75. doi: 10.5923/j.ijps.20150403.01.

43. Rama Shanker,(2017) Department of Statistics, Eritrea Institute of Technology, Asmara, Eritrea, November 03, 2017 | Published: November 22, 2017
44. Shafiq, A., Sindhu, T. N., Lone, S. A., Hassan, M. K., & Nonlaopon, K. (2022). Mixture of Akash Distributions: Estimation, Simulation and Application. *Axioms*, 11(10), 516.
45. Tesng, K., (2015), "A sample Lecture Note on AIC and BIC" <https://www.researchgate.net/publication/277137869>.
46. Shanker, R., Shukla, K. K., & Leonida, T. A. (2018). A Generalized Poisson-Akash Distribution: Properties and Applications. *International Journal of Statistics and Applications*, 8(5), 249-258.
47. Pal, M., Ali, M. M., & Woo, J. (2006). Exponentiated weibull distribution. *Statistica*, 66(2), 139-147.
48. Elbatal, I., Asha, G., & Raja, A. V. (2014). Transmuted exponentiated Fréchet distribution: properties and applications. *Journal of Statistics Applications & Probability*, 3(3), 379.
49. Elgarhy, M., Shakil, M., & Kibria, G. (2017). Exponentiated Weibull-exponential distribution with applications. *Applications and Applied Mathematics: An International Journal (AAM)*, 12(2), 5.

الملاحقة

الملحق A

جدول 1: متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 0.5, \lambda = 0.05$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الاول .

| Size Sample | Parameter | Methods | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 25 | Lambda | 0.112702 | 0.155030 | 0.091957 |
| | MSE-Lambda | 0.010856(2) | 0.038847(3) | 0.004431(1) |
| | Theta | 0.397830 | 0.591610 | 0.403910 |
| | MSE-Theta | 0.095645(1) | 0.212625(3) | 0.079531(2) |
| | Sum of Rank | $3^{1.5}$ | 6^3 | $3^{1.5}$ |
| 50 | Lambda | 0.104280 | 0.060470 | 0.087149 |
| | MSE-Lambda | 0.007043(3) | 0.003744(2) | 0.002569(1) |
| | Theta | 0.349490 | 0.589600 | 0.326940 |
| | MSE-Theta | 0.063900(2) | 0.085237(3) | 0.041271(1) |
| | Sum of Rank | $5^{2.5}$ | $5^{2.5}$ | 2^1 |
| 100 | Lambda | 0.080484 | 0.057889 | 0.099360 |
| | MSE-Lambda | 0.002532(2) | 0.005446(3) | 0.0004936(1) |
| | Theta | 0.402410 | 0.583520 | 0.321980 |
| | MSE-Theta | 0.046301(3) | 0.042939(1) | 0.050942(3) |
| | Sum of Rank | 5^3 | $4^{1.5}$ | $4^{1.5}$ |
| 200 | Lambda | 0.079590 | 0.060391 | 0.056359 |
| | MSE-Lambda | 0.001710(2) | 0.003318(3) | 0.000217(1) |
| | Theta | 0.364560 | 0.500730 | 0.472906 |
| | MSE-Theta | 0.033059(3) | 0.013272(2) | 0.010609(1) |
| | Sum of Rank | $5^{2.5}$ | $5^{2.5}$ | 2^1 |

الملحق A

جدول 2 :متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 0.5, \lambda = 0.5$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الثاني .

| Size Sample | Parameter | Methods | | |
|-------------|-------------|----------------|---------------|--------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 25 | Lambda | 0.86734 | 0.62753 | 0.58074 |
| | MSE-Lambda | 0.57088(2) | 0.630067(3) | 0.135134(1) |
| | Theta | 0.4978 | 0.72575 | 0.60598 |
| | MSE-Theta | 0.106539(1) | 0.201497(3) | 0.148888(2) |
| | Sum of Rank | $3^{1.5}$ | 6^3 | $3^{1.5}$ |
| 50 | Lambda | 0.74797 | 0.6174 | 0.57025 |
| | MSE-Lambda | 0.57088(2) | 0.630067(3) | 0.0685933(1) |
| | Theta | 0.43519 | 0.5873 | 0.49055 |
| | MSE-Theta | 0.0416626(2) | 0.0857645(3) | 0.0300501(1) |
| | Sum of Rank | 4^2 | 6^3 | 2^1 |
| 100 | Lambda | 0.54794 | 0.43384 | 0.51224 |
| | MSE-Lambda | 0.0386421(3) | 0.0235361(1) | 0.0282015(2) |
| | Theta | 0.51919 | 0.61158 | 0.53327 |
| | MSE-Theta | (2) 0.0308231 | 0.0438306(3) | 0.0269001(1) |
| | Sum of Rank | 5^3 | 4^2 | 3^1 |
| 200 | Lambda | 0.5691 | 0.51006 | 0.563979 |
| | MSE-Lambda | 0.0117387(3) | 0.0116281(1) | 0.0218275(3) |
| | Theta | 0.45645 | 0.50872 | 0.472631 |
| | MSE-Theta | 0.000668788(3) | 0.00857444(2) | 0.0106237(3) |
| | Sum of Rank | 6^3 | 3^1 | $6^{2.5}$ |

الملحق A

جدول 3 :متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 0.5, \lambda = 1.2$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الثالث .

| Size Sample | Parameter | Methods | | |
|-------------|-------------|---------------|---------------|--------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 25 | Lambda | 2.1463 | 1.5172 | 1.2818 |
| | MSE-Lambda | 6.22603 (3) | 3.31204(2) | 1.54616(1) |
| | Theta | 0.51692 | 0.7252 | 0.97664 |
| | MSE-Theta | 0.103005(3) | 0.20246(2) | 3.63715(3) |
| | Sum of Rank | 6^3 | $4^{1.5}$ | $4^{1.5}$ |
| 50 | Lambda | 1.6106 | 1.305 | 1.173 |
| | MSE-Lambda | 0.74412(3) | 0.857813(3) | 0.200723(1) |
| | Theta | 0.45897 | 0.5934 | 0.55227 |
| | MSE-Theta | 0.0394536(2) | 0.0826283(3) | 0.0302057(1) |
| | Sum of Rank | 5^2 | 6^3 | 2^1 |
| 100 | Lambda | 1.3207 | 1.0517 | 0.9491 |
| | MSE-Lambda | 0.287872(3) | 0.142141(2) | 0.127546(1) |
| | Theta | 0.51746 | 0.60906 | 0.6478 |
| | MSE-Theta | 0.0240172(1) | 0.50915(3) | 0.0420107(2) |
| | Sum of Rank | 4^2 | 5^3 | 3^1 |
| 200 | Lambda | 1.2551 | 1.2223 | 1.35392 |
| | MSE-Lambda | 0.0510356(1) | 0.0657942(2) | 0.125948(3) |
| | Theta | 0.49492 | 0.50915 | 0.472515 |
| | MSE-Theta | 0.00673391(2) | 0.00842765(3) | 0.0106295(1) |
| | Sum of Rank | 3^1 | 5^3 | 4^2 |

الملحق A

جدول 4: متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 1, \lambda = 0.05$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الرابع .

| Size Sample | Parameter | Methods | | |
|-------------|-------------|---------------|----------------|-----------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 25 | Lambda | 0.1457 | 0.08996 | 0.11178 |
| | MSE-Lambda | 0.0344821(3) | 0.0195392(2) | 0.0136196(1) |
| | Theta | 0.87987 | 1.236 | 0.92566 |
| | MSE-Theta | 0.6072(3) | 0.3826(1) | 0.462(2) |
| | Sum of Rank | 6^3 | $3^{1.5}$ | $3^{1.5}$ |
| 50 | Lambda | 0.11113 | 0.05576 | 0.11663 |
| | MSE-Lambda | 0.0120863(3) | 0.0010174(1) | 0.0109001(2) |
| | Theta | 0.74023 | 1.127 | 0.67351 |
| | MSE-Theta | 0.1889(2) | 0.2182(3) | 0.26436(1) |
| | Sum of Rank | 4^2 | 6^3 | 2^1 |
| 100 | Lambda | 0.084267 | 0.047222 | 0.05937 |
| | MSE-Lambda | 0.00439553(3) | 0.00043488(1) | 0.000450161(2) |
| | Theta | 0.86622 | 0.2182 | 0.9331 |
| | MSE-Theta | (2) .179430 | 0.2182(3) | 0.056(1) |
| | Sum of Rank | 5^3 | 4^2 | 3^1 |
| 20 | Lambda | 0.081613 | 0.052184 | 0.0525976 |
| | MSE-Lambda | 0.00276022(3) | 0.000112817(2) | 0.0000962144(1) |
| | Theta | 0.78657 | 1.0047 | 0.991251 |
| | MSE-Theta | 0.12121(3) | 0.02555(2) | 0.0210336(1) |
| | Sum of Rank | 6^3 | 4^2 | 2^1 |

الملحق A

جدول 5: متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 1, \lambda = 0.5$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الخامس .

| Size Sample | Parameter | Methodsظ | | |
|-------------|-------------|--------------|--------------|---------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 25 | Lambda | 0.81991 | 0.74729 | 0.68345 |
| | MSE-Lambda | 0.541492(2) | 1.11091(3) | 0.17297(1) |
| | Theta | 1.0661 | 1.137 | 0.98625 |
| | MSE-Theta | 0.5619(3) | 0.214(1) | 0.21799(2) |
| | Sum of Rank | 5^{35} | 4^2 | 3^1 |
| 50 | Lambda | 0.56954 | 0.5527 | 0.66399 |
| | MSE-Lambda | 0.0553631(2) | 0.101901(3) | 0.011602(1) |
| | Theta | 0.99042 | 1.137 | 0.90495 |
| | MSE-Theta | 0.08599(1) | 0.214(3) | 0.11885(2) |
| | Sum of Rank | $3^{1.5}$ | 6^3 | $3^{1.5}$ |
| 100 | Lambda | 0.53966 | 0.47161 | 0.4606 |
| | MSE-Lambda | 0.0346154(2) | 0.0433817(3) | 0.0172791(1) |
| | Theta | 1.0321 | 1.2018 | 1.135 |
| | MSE-Theta | (1) 0.07838 | 0.2154(3) | 0.1102(2) |
| | Sum of Rank | $3^{1.5}$ | 6^3 | $3^{1.5}$ |
| 200 | Lambda | 0.59347 | 0.52204 | 0.526378 |
| | MSE-Lambda | 0.0373615(3) | 0.0112822(2) | 0.00965237(1) |
| | Theta | 0.92591 | 1.0045 | 0.990657 |
| | MSE-Theta | 0.0432(3) | 0.02568(2) | 0.0210127(1) |
| | Sum of Rank | 6^3 | 4^2 | 2^1 |

الملحق A

جدول 6: متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 1, \lambda = 1.2$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج السادس .

| Size Sample | Parameter | Methods | | |
|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 25 | Lambda | 2.0633 | 1.6325 | 1.1531 |
| | MSE-Lambda | 4.82488(3) | 4.01115(2) | 0.169913(1) |
| | Theta | 1.159 | 1.2971 | 1.1524 |
| | MSE-Theta | 1.0088(3) | 0.4442(2) | 0.15616(1) |
| | Sum of Rank | 6^3 | 4^2 | 2^{15} |
| 50 | Lambda | 1.3481 | 1.327 | 1.161 |
| | MSE-Lambda | 0.295807(2) | 0.591902(3) | 0.117711(1) |
| | Theta | 0.99626 | 1.14 | 1.0428 |
| | MSE-Theta | 0.08292(2) | 0.22(3) | 0.03308(1) |
| | Sum of Rank | 4^2 | 6^3 | 2^1 |
| 100 | Lambda | 1.2623 | 1.1344 | 1.064 |
| | MSE-Lambda | 0.194375(2) | 0.246959(3) | 0.154902(1) |
| | Theta | 1.0468 | 1.1946 | 1.181 |
| | MSE-Theta | (1) 0.06937 | 0.19664(3) | 0.137(2) |
| | Sum of Rank | $3^{1.5}$ | 6^3 | $3^{1.5}$ |
| 200 | Lambda | 1.2329 | 1.2524 | 1.26342 |
| | MSE-Lambda | 0.0426755(1) | 0.0653229(3) | 0.0556069(2) |
| | Theta | 0.99927 | 1.0047 | 0.990581 |
| | MSE-Theta | 0.01367(1) | 0.02574(3) | 0.0210078(2) |
| | Sum of Rank | 2^1 | 6^3 | 4^2 |

الملحق A

جدول 7: متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 2, \lambda = 0.05$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج السابع .

| Size Sample | Parameter | Methods | | |
|-------------|-------------|----------------|----------------|----------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 50 | Lambda | 0.12859 | 0.15615 | 0.14662 |
| | MSE-Lambda | 0.0278179(2) | 0.02529585(1) | 0.0280164(3) |
| | Theta | 1.599 | 1.6439 | 1.5852 |
| | MSE-Theta | 0.7471(2) | 0.6138(1) | 1.283(2) |
| | Sum of Rank | 4 ² | 2 ¹ | 5 ³ |
| 50 | Lambda | 0.083511 | 0.11 | 0.16833 |
| | MSE-Lambda | 0.00819828(1) | 0.00829341(2) | 0.0290738(3) |
| | Theta | 1.8581 | 1.596 | 1.1422 |
| | MSE-Theta | 0.5718(3) | 0.357(1) | 1.1391(3) |
| | Sum of Rank | 4 ² | 3 ¹ | 6 ³ |
| 100 | Lambda | 0.065978 | 0.11435 | 0.1386 |
| | MSE-Lambda | 0.00119131(1) | 0.0133613(2) | 0.0159291(3) |
| | Theta | 1.8231 | 1.594 | 1.326 |
| | MSE-Theta | (1) 0.2401 | 0.4815(2) | 1.1432(3) |
| | Sum of Rank | 2 ¹ | 4 ² | 6 ³ |
| 200 | Lambda | 0.065989 | 0.076942 | 0.0501381 |
| | MSE-Lambda | 0.00328751(2) | 0.00384152(3) | 0.000353437(1) |
| | Theta | 1.8962 | 1.7844 | 2.26577 |
| | MSE-Theta | 0.34(2) | 0.2376(1) | 1.13263(3) |
| | Sum of Rank | 4 ² | 4 ² | 4 ² |

الملحق A

جدول 8: متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 2, \lambda = 0.5$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج الثامن .

| Size Sample | Parameter | Methods | | |
|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 25 | Lambda | 0.92822 | 1.5429 | 0.83715 |
| | MSE-Lambda | 1.42788(2) | 5.1629(3) | 0.283798(1) |
| | Theta | 2.1404 | 1.6215 | 1.7518 |
| | MSE-Theta | 3.0687(3) | 0.5144(1) | 1.0143(2) |
| | Sum of Rank | 5^3 | 4^2 | 3^1 |
| 50 | Lambda | 0.62013 | 0.9843 | 0.73418 |
| | MSE-Lambda | 0.160588(1) | 0.578171(3) | 0.162242(2) |
| | Theta | 2.262 | 1.705 | 1.7727 |
| | MSE-Theta | 1.4369(3) | 0.375(1) | 0.5292(2) |
| | Sum of Rank | 4^2 | 4^2 | 4^2 |
| 100 | Lambda | 0.56929 | 0.84999 | 0.86641 |
| | MSE-Lambda | 0.0800336(1) | 0.302383(3) | 0.262709(2) |
| | Theta | 2.1651 | 1.8191 | 1.6367 |
| | MSE-Theta | (2) 0.8096 | 0.5846(1) | 0.8751(3) |
| | Sum of Rank | 3^1 | 4^2 | 5^3 |
| 200 | Lambda | 0.56894 | 0.67079 | 0.501666 |
| | MSE-Lambda | 0.0557305(2) | 0.105599(3) | 0.0354075(1) |
| | Theta | 2.0269 | 1.8935 | 2.26598 |
| | MSE-Theta | 0.4912(2) | 0.3347(1) | 1.14167(3) |
| | Sum of Rank | 4^2 | 4^2 | 4^2 |

الملحق A

جدول 9: متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لطرق التقدير ولمعالم التوزيع الأولية ($\theta = 2, \lambda = 1.2$) واحجام العينات ($n=25,50,100,200$) للنموذج التاسع .

| Size Sample | Parameter | Methods | | |
|-------------|-------------|------------------|------------------|------------------|
| | | MLE | PC | MPS |
| 25 | Lambda | 2.0717 | 3.4799 | 1.5614 |
| | MSE-Lambda | 4.61138(2) | 28.8894(3) | 0.204095(1) |
| | Theta | 2.3894 | 1.6886 | 2.1069 |
| | MSE-Theta | 6.595(3) | 0.539(1) | 0.9438(2) |
| | Sum Of Rank | 6 ³ | 4 ² | 3 ¹ |
| 50 | Lambda | 1.47612 | 1.938 | 1.2889 |
| | MSE-Lambda | 0.949639(2) | 2.1645(3) | 0.243812(1) |
| | Theta | 2.4847 | 2.006 | 2.1334 |
| | MSE-Theta | 4.37(3) | 0.899(2) | 0.6203(1) |
| | Sum of Rank | 5 ^{2.5} | 5 ^{2.5} | 2 ¹ |
| 100 | Lambda | 1.2188 | 1.8784 | 1.1895 |
| | MSE-Lambda | 0.371068(2) | 1.3942(3) | 0.221195(1) |
| | Theta | 2.3679 | 2.0502 | 2.2765 |
| | MSE-Theta | 1.11(2) | 1.5019(3) | 0.7966(1) |
| | Sum of Rank | 4 ² | 6 ³ | 2 ¹ |
| 200 | Lambda | 1.2487 | 1.4482 | 1.20433 |
| | MSE-Lambda | 0.178962(1) | 0.462924(3) | 0.204095(2) |
| | Theta | 2.1139 | 2.1372 | 2.26601 |
| | MSE-Theta | 0.4784(1) | 0.9462(2) | 1.14477(3) |
| | Sum of Rank | 2 ¹ | 5 ^{2.5} | 5 ^{2.5} |

الملحق A

جدول 10: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الاول .

$$(\theta = 0.5, \lambda = 0.05)$$

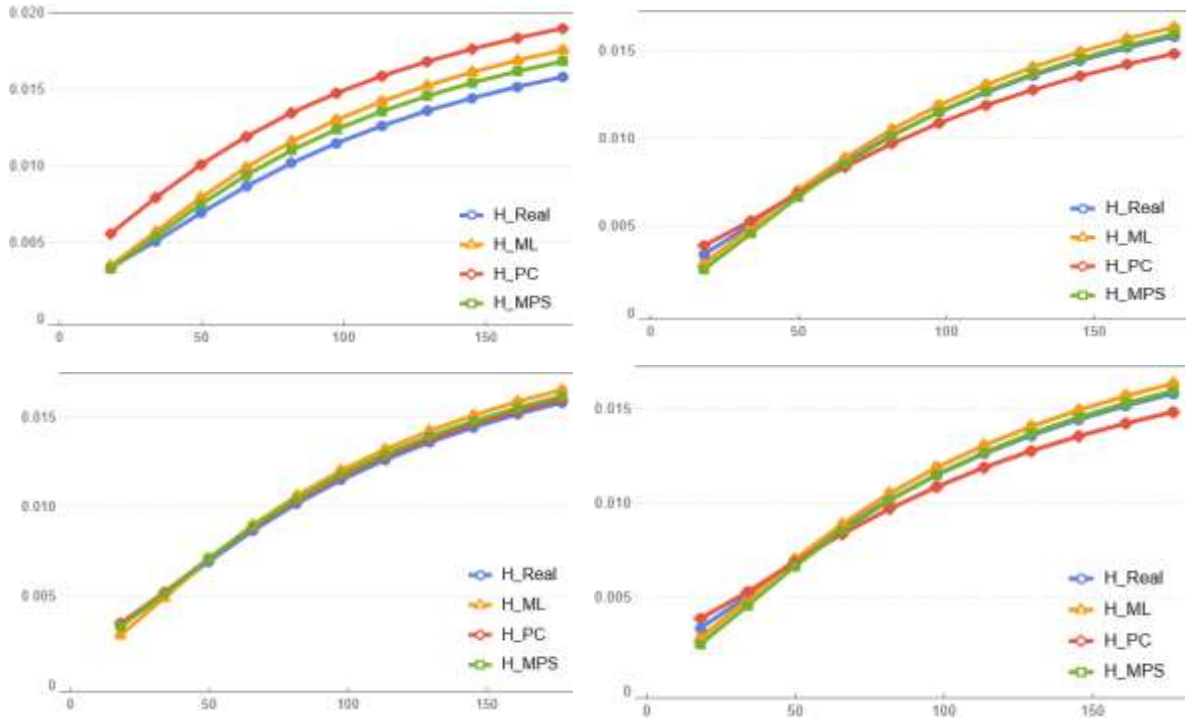
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|-----|----------|----------|----------|---------------|------------|---------------|----------|---------------|
| 25 | 1.85067 | 0.034229 | 0.003542 | 0.00000245 | 0.00000245 | 0.00000125 | 0.003347 | 0.00000197 |
| | 3.37807 | 0.051761 | 0.005829 | 0.00000242 | 0.00000242 | 0.00000076 | 0.005504 | 0.00000194 |
| | 5.53783 | 0.078101 | 0.008945 | 0.00000477 | 0.00000477 | 0.00000148 | 0.008471 | 0.00000414 |
| | 5.66993 | 0.079616 | 0.009119 | 0.00000494 | 0.00000494 | 0.00000154 | 0.008638 | 0.00000429 |
| | 9.77786 | 0.118676 | 0.013415 | 0.00000925 | 0.00000925 | 0.00000321 | 0.012783 | 0.00000841 |
| | 13.47640 | 0.142593 | 0.015946 | 0.00001153 | 0.00001153 | 0.00000410 | 0.015250 | 0.00001059 |
| | 13.85710 | 0.144610 | 0.016157 | 0.00001170 | 0.00001170 | 0.00000417 | 0.015456 | 0.00001076 |
| | 14.78810 | 0.149257 | 0.016642 | 0.00001208 | 0.00001208 | 0.00000432 | 0.015931 | 0.00001112 |
| | 14.82690 | 0.149443 | 0.016661 | 0.00001210 | 0.00001210 | 0.00000432 | 0.015950 | 0.00001114 |
| | 17.69570 | 0.161573 | 0.017919 | 0.00001300 | 0.00001300 | 0.00000467 | 0.017185 | 0.00001200 |
| | IMSE | | | 0.00000842(3) | | 0.00000298(1) | | 0.00000764(2) |
| 50 | 1.85067 | 0.034229 | 0.002911 | 0.00000125 | 0.003924 | 0.00000184 | 0.002584 | 0.00000095 |
| | 3.37807 | 0.051761 | 0.005029 | 0.00000076 | 0.005376 | 0.00000094 | 0.004689 | 0.00000072 |
| | 5.53783 | 0.078101 | 0.007971 | 0.00000148 | 0.007622 | 0.00000218 | 0.007614 | 0.00000124 |
| | 5.66993 | 0.079616 | 0.008138 | 0.00000154 | 0.007755 | 0.00000230 | 0.007780 | 0.00000129 |
| | 9.77786 | 0.118676 | 0.012281 | 0.00000321 | 0.011207 | 0.00000609 | 0.011902 | 0.00000242 |
| | 13.47640 | 0.142593 | 0.014754 | 0.00000410 | 0.013391 | 0.00000848 | 0.014365 | 0.00000303 |
| | 13.85710 | 0.144610 | 0.014961 | 0.00000417 | 0.013577 | 0.00000867 | 0.014571 | 0.00000307 |
| | 14.78810 | 0.149257 | 0.015437 | 0.00000432 | 0.014009 | 0.00000910 | 0.015045 | 0.00000318 |
| | 14.82690 | 0.149443 | 0.015456 | 0.00000432 | 0.014026 | 0.00000911 | 0.015064 | 0.00000318 |
| | 17.69570 | 0.161573 | 0.016694 | 0.00000467 | 0.015162 | 0.00001015 | 0.016298 | 0.00000342 |
| | IMSE | | | 0.00000298(2) | | 0.00000589(3) | | 0.00000225(1) |
| 100 | 1.85067 | 0.034229 | 0.003187 | 0.00000110 | 0.004340 | 0.00000480 | 0.002766 | 0.002766 |
| | 3.37807 | 0.051761 | 0.005260 | 0.00000044 | 0.006099 | 0.00001256 | 0.005023 | 0.005023 |
| | 5.53783 | 0.078101 | 0.008186 | 0.00000066 | 0.008652 | 0.00002272 | 0.008110 | 0.008110 |
| | 5.66993 | 0.079616 | 0.008352 | 0.00000069 | 0.008799 | 0.00002323 | 0.008283 | 0.008283 |
| | 9.77786 | 0.118676 | 0.012503 | 0.00000159 | 0.012561 | 0.00003371 | 0.012565 | 0.012565 |
| | 13.47640 | 0.142593 | 0.014987 | 0.00000210 | 0.014883 | 0.00003804 | 0.015095 | 0.015095 |
| | 13.85710 | 0.144610 | 0.015195 | 0.00000214 | 0.015079 | 0.00003834 | 0.015305 | 0.015305 |

الملحق A

| | | | | | | | | |
|-----|----------|----------|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|
| | 14.78810 | 0.149257 | 0.015673 | 0.00000223 | 0.015533 | 0.00003901 | 0.015790 | 0.015790 |
| | 14.82690 | 0.149443 | 0.015692 | 0.00000223 | 0.015551 | 0.00003903 | 0.015810 | 0.015810 |
| | 17.69570 | 0.161573 | 0.016936 | 0.00000243 | 0.016738 | 0.00004055 | 0.017068 | 0.017068 |
| | IMSE | | | 0.00000156(1) | | 0.00002920(2) | | 0.002766(3) |
| 200 | 1.85067 | 0.034229 | 0.002898 | 0.00000067 | 0.003534 | 0.00000034 | 0.003386 | 0.00000039 |
| | 3.37807 | 0.051761 | 0.005043 | 0.00000035 | 0.005321 | 0.00000048 | 0.005257 | 0.00000036 |
| | 5.53783 | 0.078101 | 0.008036 | 0.00000064 | 0.007980 | 0.00000117 | 0.008004 | 0.00000064 |
| | 5.66993 | 0.079616 | 0.008206 | 0.00000067 | 0.008135 | 0.00000122 | 0.008163 | 0.00000066 |
| | 9.77786 | 0.118676 | 0.012416 | 0.00000142 | 0.012051 | 0.00000239 | 0.012167 | 0.00000119 |
| | 13.47640 | 0.142593 | 0.014921 | 0.00000182 | 0.014445 | 0.00000299 | 0.014596 | 0.00000148 |
| | 13.85710 | 0.144610 | 0.015130 | 0.00000185 | 0.014646 | 0.00000303 | 0.014800 | 0.00000150 |
| | 14.78810 | 0.149257 | 0.015612 | 0.00000192 | 0.015111 | 0.00000313 | 0.015271 | 0.00000155 |
| | 14.82690 | 0.149443 | 0.015631 | 0.00000192 | 0.015130 | 0.00000313 | 0.015290 | 0.00000155 |
| | 17.69570 | 0.161573 | 0.016881 | 0.00000207 | 0.016343 | 0.00000337 | 0.016516 | 0.00000166 |
| | IMSE | | | 0.00000133(2) | | 0.00000212(3) | | 0.00000110(1) |

الملحق A

شكل 1 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الأول .



الملحق A

جدول 11: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE الطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الثاني .

$$(\theta = 0.5, \lambda = 0.5)$$

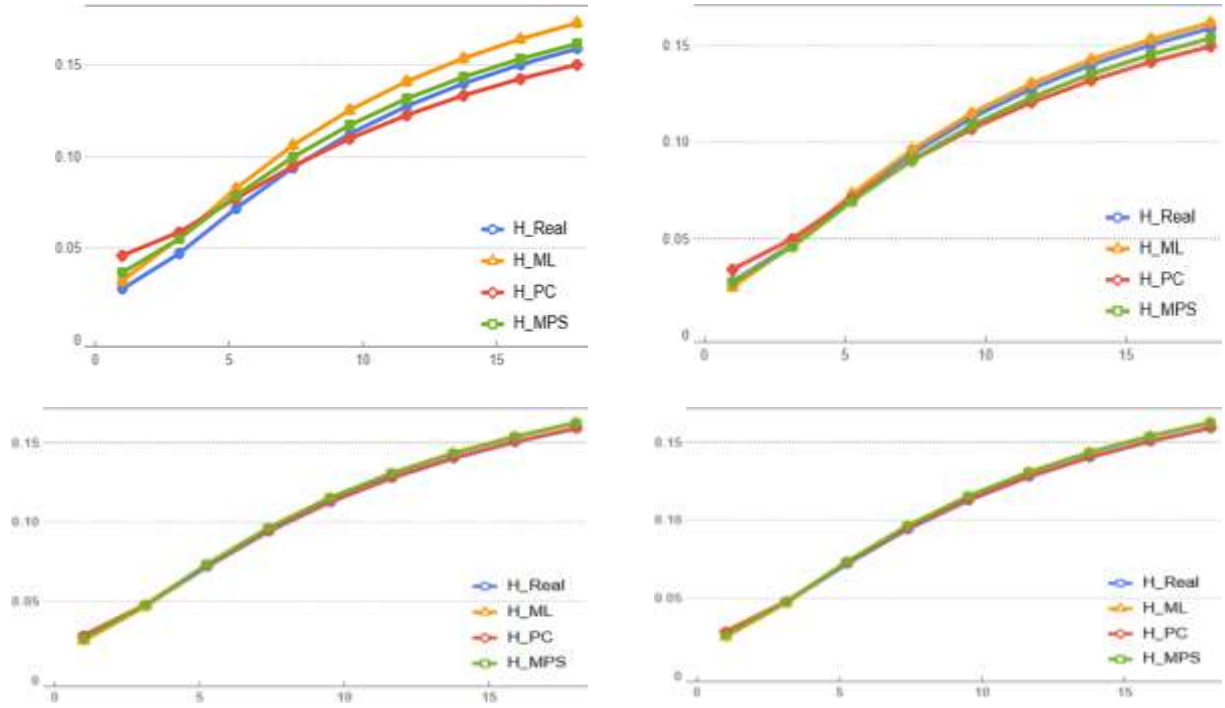
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|-----|-----------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| 25 | 18.51350 | 0.003424 | 0.040524 | 0.000394 | 0.049827 | 0.000718 | 0.042861 | 0.000409 |
| | 33.77520 | 0.005175 | 0.060723 | 0.000313 | 0.062150 | 0.000552 | 0.059667 | 0.000298 |
| | 55.37270 | 0.007809 | 0.089413 | 0.000447 | 0.082136 | 0.000757 | 0.084699 | 0.000390 |
| | 56.70790 | 0.007963 | 0.091028 | 0.000459 | 0.083322 | 0.000777 | 0.086135 | 0.000400 |
| | 97.77250 | 0.011867 | 0.131873 | 0.000796 | 0.115113 | 0.001424 | 0.123174 | 0.000755 |
| | 134.76200 | 0.014259 | 0.156384 | 0.000990 | 0.135715 | 0.001841 | 0.145995 | 0.001001 |
| | 138.56800 | 0.014461 | 0.158439 | 0.001005 | 0.137491 | 0.001874 | 0.147926 | 0.001021 |
| | 147.87900 | 0.014926 | 0.163171 | 0.001038 | 0.141607 | 0.001949 | 0.152385 | 0.001067 |
| | 148.26700 | 0.014944 | 0.163360 | 0.001039 | 0.141772 | 0.001952 | 0.152564 | 0.001069 |
| | 176.96800 | 0.016158 | 0.175678 | 0.001119 | 0.152668 | 0.002134 | 0.164242 | 0.001183 |
| | IMSE | | | 0.000760(2) | | 0.001398(3) | | 0.000759(1) |
| 50 | 18.51350 | 0.003424 | 0.032623 | 0.000088 | 0.039257 | 0.000186 | 0.033560 | 0.000108 |
| | 33.77520 | 0.005175 | 0.051907 | 0.000059 | 0.053877 | 0.000096 | 0.050297 | 0.000080 |
| | 55.37270 | 0.007809 | 0.079607 | 0.000131 | 0.076449 | 0.000217 | 0.075451 | 0.000125 |
| | 56.70790 | 0.007963 | 0.081177 | 0.000137 | 0.077766 | 0.000229 | 0.076902 | 0.000129 |
| | 97.77250 | 0.011867 | 0.121140 | 0.000300 | 0.112416 | 0.000602 | 0.114501 | 0.000249 |
| | 134.76200 | 0.014259 | 0.145312 | 0.000390 | 0.134308 | 0.000837 | 0.137736 | 0.000319 |
| | 138.56800 | 0.014461 | 0.147343 | 0.000397 | 0.136177 | 0.000856 | 0.139703 | 0.000325 |
| | 147.87900 | 0.014926 | 0.152022 | 0.000412 | 0.140498 | 0.000898 | 0.144240 | 0.000337 |
| | 148.26700 | 0.014944 | 0.152209 | 0.000413 | 0.140672 | 0.000900 | 0.144422 | 0.000337 |
| | 176.96800 | 0.016158 | 0.164404 | 0.000449 | 0.152042 | 0.001001 | 0.156294 | 0.000366 |
| | IMSE | | | 0.000278(2) | | 0.000582(3) | | 0.000237(1) |
| 100 | 18.51350 | 0.003424 | 0.037303 | 0.000118 | 0.040832 | 0.000161 | 0.037136 | 0.000107 |
| | 33.77520 | 0.005175 | 0.055006 | 0.000058 | 0.054977 | 0.000083 | 0.053960 | 0.000052 |
| | 55.37270 | 0.007809 | 0.081488 | 0.000063 | 0.077701 | 0.000111 | 0.079507 | 0.000056 |
| | 56.70790 | 0.007963 | 0.083008 | 0.000065 | 0.079041 | 0.000115 | 0.080983 | 0.000058 |
| | 97.77250 | 0.011867 | 0.122163 | 0.000128 | 0.114493 | 0.000257 | 0.119222 | 0.000117 |
| | 134.76200 | 0.014259 | 0.146117 | 0.000166 | 0.136924 | 0.000347 | 0.142800 | 0.000154 |
| | 138.56800 | 0.014461 | 0.148137 | 0.000169 | 0.138837 | 0.000354 | 0.144793 | 0.000157 |

الملحق A

| | | | | | | | | |
|-----|-----------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| | 147.87900 | 0.014926 | 0.152791 | 0.000176 | 0.143257 | 0.000369 | 0.149389 | 0.000164 |
| | 148.26700 | 0.014944 | 0.152977 | 0.000176 | 0.143434 | 0.000370 | 0.149573 | 0.000164 |
| | 176.96800 | 0.016158 | 0.165124 | 0.000192 | 0.155045 | 0.000407 | 0.161586 | 0.000179 |
| | IMSE | | | 0.000131(2) | | 0.000257(3) | | 0.000121(1) |
| 200 | 18.51350 | 0.003424 | 0.032714 | 0.000026 | 0.035254 | 0.000035 | 0.033842 | 0.000039 |
| | 33.77520 | 0.005175 | 0.051874 | 0.000029 | 0.052733 | 0.000042 | 0.052568 | 0.000036 |
| | 55.37270 | 0.007809 | 0.079764 | 0.000054 | 0.078946 | 0.000090 | 0.080050 | 0.000064 |
| | 56.70790 | 0.007963 | 0.081349 | 0.000056 | 0.080453 | 0.000093 | 0.081617 | 0.000066 |
| | 97.77250 | 0.011867 | 0.121768 | 0.000101 | 0.119304 | 0.000178 | 0.121678 | 0.000119 |
| | 134.76200 | 0.014259 | 0.146197 | 0.000125 | 0.143114 | 0.000223 | 0.145973 | 0.000148 |
| | 138.56800 | 0.014461 | 0.148248 | 0.000127 | 0.145122 | 0.000226 | 0.148015 | 0.000150 |
| | 147.87900 | 0.014926 | 0.152971 | 0.000131 | 0.149752 | 0.000233 | 0.152719 | 0.000155 |
| | 148.26700 | 0.014944 | 0.153160 | 0.000131 | 0.149937 | 0.000234 | 0.152907 | 0.000155 |
| | 176.96800 | 0.016158 | 0.165459 | 0.000140 | 0.162025 | 0.000252 | 0.165163 | 0.000166 |
| | IMSE | | | 0.000092(1) | | 0.000160(3) | | 0.000110(2) |

الملحق A

شكل 2 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الثاني



الملحق A

جدول 12: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE الطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الثالث .

$$(\theta = 0.5, \lambda = 1.2)$$

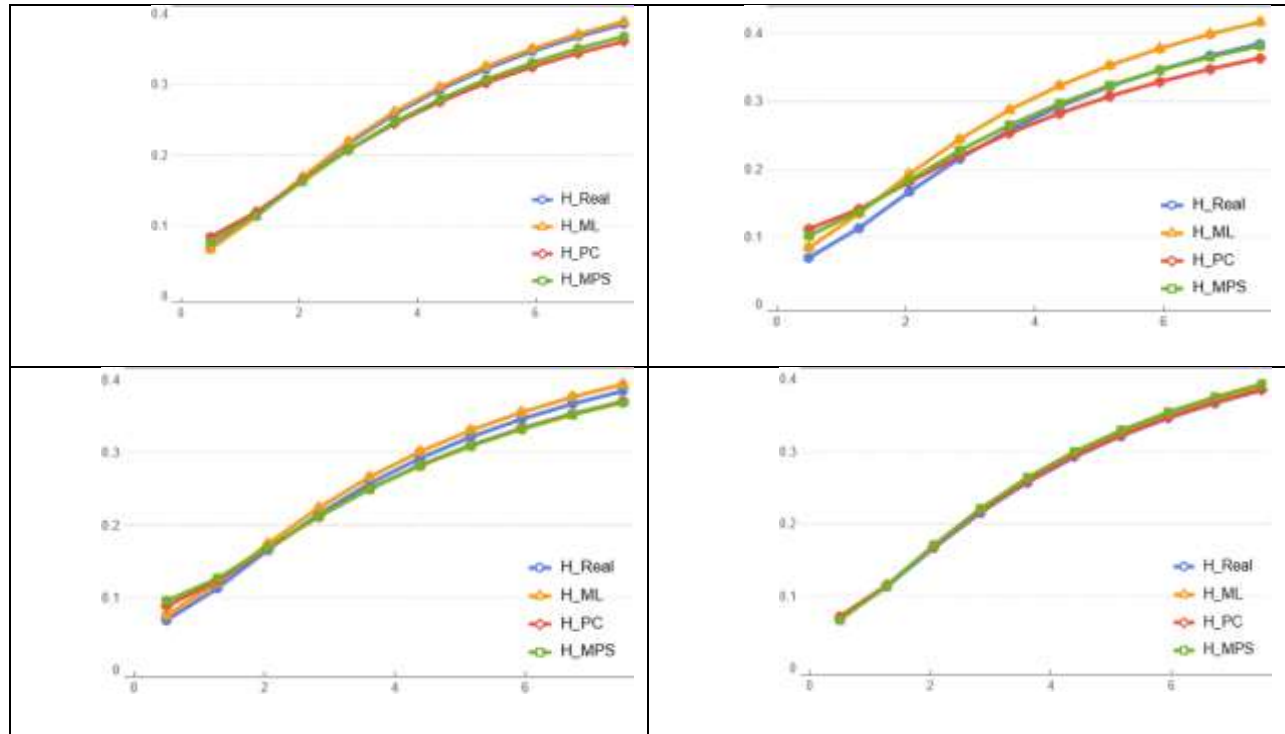
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| 25 | 0.77136 | 0.082163 | 0.099458 | 0.002209 | 0.119492 | 0.004127 | 0.111585 | 0.111585 |
| | 1.40785 | 0.124248 | 0.146750 | 0.001801 | 0.148945 | 0.003116 | 0.146806 | 0.146806 |
| | 2.30755 | 0.187450 | 0.214439 | 0.002652 | 0.196801 | 0.004218 | 0.202046 | 0.202046 |
| | 2.36266 | 0.191091 | 0.218267 | 0.002723 | 0.199646 | 0.004330 | 0.205273 | 0.205273 |
| | 4.07441 | 0.284835 | 0.315266 | 0.004748 | 0.275878 | 0.007973 | 0.289558 | 0.289558 |
| | 5.61531 | 0.342228 | 0.373691 | 0.005902 | 0.325293 | 0.010338 | 0.342137 | 0.342137 |
| | 5.77387 | 0.347066 | 0.378595 | 0.005991 | 0.329552 | 0.010526 | 0.346600 | 0.346600 |
| | 6.16181 | 0.358221 | 0.389894 | 0.006188 | 0.339429 | 0.010952 | 0.356910 | 0.356910 |
| | 6.17801 | 0.358667 | 0.390346 | 0.006195 | 0.339825 | 0.010969 | 0.357323 | 0.357323 |
| | 7.37322 | 0.387776 | 0.419776 | 0.006664 | 0.365964 | 0.012004 | 0.384348 | 0.384348 |
| | IMSE | | | 0.004507(1) | | 0.007855(2) | | 0.274259(3) |
| 50 | 0.77136 | 0.082163 | 0.080626 | 0.000582 | 0.094202 | 0.001056 | 0.088129 | 0.088129 |
| | 1.40785 | 0.124248 | 0.125294 | 0.000362 | 0.128845 | 0.000528 | 0.124719 | 0.124719 |
| | 2.30755 | 0.187450 | 0.190228 | 0.000693 | 0.182533 | 0.001207 | 0.181577 | 0.181577 |
| | 2.36266 | 0.191091 | 0.193929 | 0.000722 | 0.185675 | 0.001274 | 0.184900 | 0.184900 |
| | 4.07441 | 0.284835 | 0.288490 | 0.001569 | 0.268369 | 0.003413 | 0.271895 | 0.271895 |
| | 5.61531 | 0.342228 | 0.345980 | 0.002053 | 0.320699 | 0.004775 | 0.326370 | 0.326370 |
| | 5.77387 | 0.347066 | 0.350819 | 0.002090 | 0.325169 | 0.004883 | 0.330999 | 0.330999 |
| | 6.16181 | 0.358221 | 0.361974 | 0.002173 | 0.335509 | 0.005126 | 0.341696 | 0.341696 |
| | 6.17801 | 0.358667 | 0.362420 | 0.002176 | 0.335924 | 0.005135 | 0.342124 | 0.342124 |
| | 7.37322 | 0.387776 | 0.391515 | 0.002372 | 0.363137 | 0.005724 | 0.370176 | 0.370176 |
| | IMSE | | | 0.001479(1) | | 0.003312(2) | | 0.256259(3) |
| 100 | 0.77136 | 0.082163 | 0.089175 | 0.000465 | 0.040832 | 0.000923 | 0.103639 | 0.000940 |
| | 1.40785 | 0.124248 | 0.131940 | 0.000253 | 0.054977 | 0.000482 | 0.135286 | 0.000370 |
| | 2.30755 | 0.187450 | 0.195824 | 0.000385 | 0.097915 | 0.000655 | 0.188024 | 0.000276 |
| | 2.36266 | 0.191091 | 0.199496 | 0.000399 | 0.132204 | 0.000680 | 0.191173 | 0.000284 |
| | 4.07441 | 0.284835 | 0.293851 | 0.000811 | 0.187074 | 0.001513 | 0.275122 | 0.000671 |
| | 5.61531 | 0.342228 | 0.351499 | 0.001041 | 0.190310 | 0.002035 | 0.328670 | 0.000950 |
| | 5.77387 | 0.347066 | 0.356355 | 0.001059 | 0.275726 | 0.002076 | 0.333244 | 0.000971 |

الملحق A

| | | | | | | | | |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| | 6.16181 | 0.358221 | 0.367552 | 0.001097 | 0.329685 | 0.002166 | 0.343822 | 0.001021 |
| | 6.17801 | 0.358667 | 0.368000 | 0.001099 | 0.334283 | 0.002170 | 0.344246 | 0.001023 |
| | 7.37322 | 0.387776 | 0.397209 | 0.001190 | 0.344911 | 0.002386 | 0.372056 | 0.001141 |
| | IMSE | | | 0.000780(2) | | 0.001508(3) | | 0.000765(1) |
| 200 | 0.77136 | 0.082163 | 0.083016 | 0.000165 | 0.084685 | 0.000203 | 0.081219 | 0.000039 |
| | 1.40785 | 0.124248 | 0.126023 | 0.000161 | 0.126617 | 0.000245 | 0.126177 | 0.000036 |
| | 2.30755 | 0.187450 | 0.190085 | 0.000285 | 0.189495 | 0.000514 | 0.192123 | 0.000064 |
| | 2.36266 | 0.191091 | 0.193764 | 0.000294 | 0.193116 | 0.000533 | 0.195888 | 0.000066 |
| | 4.07441 | 0.284835 | 0.288224 | 0.000534 | 0.286355 | 0.001014 | 0.292040 | 0.000119 |
| | 5.61531 | 0.342228 | 0.345875 | 0.000662 | 0.343489 | 0.001268 | 0.350340 | 0.000148 |
| | 5.77387 | 0.347066 | 0.350730 | 0.000672 | 0.348308 | 0.001288 | 0.355240 | 0.000150 |
| | 6.16181 | 0.358221 | 0.361923 | 0.000693 | 0.359420 | 0.001330 | 0.366529 | 0.000155 |
| | 6.17801 | 0.358667 | 0.362370 | 0.000694 | 0.359864 | 0.001332 | 0.366980 | 0.000155 |
| | 7.37322 | 0.387776 | 0.391564 | 0.000745 | 0.388873 | 0.001433 | 0.396393 | 0.000166 |
| | IMSE | | | 0.000491(1) | | 0.000916(3) | | 0.000633(2) |

الملحق A

شكل 3 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الثالث



الملحق A

جدول 13: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE الطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الرابع .

$$(\theta = 1, \lambda = 0.05)$$

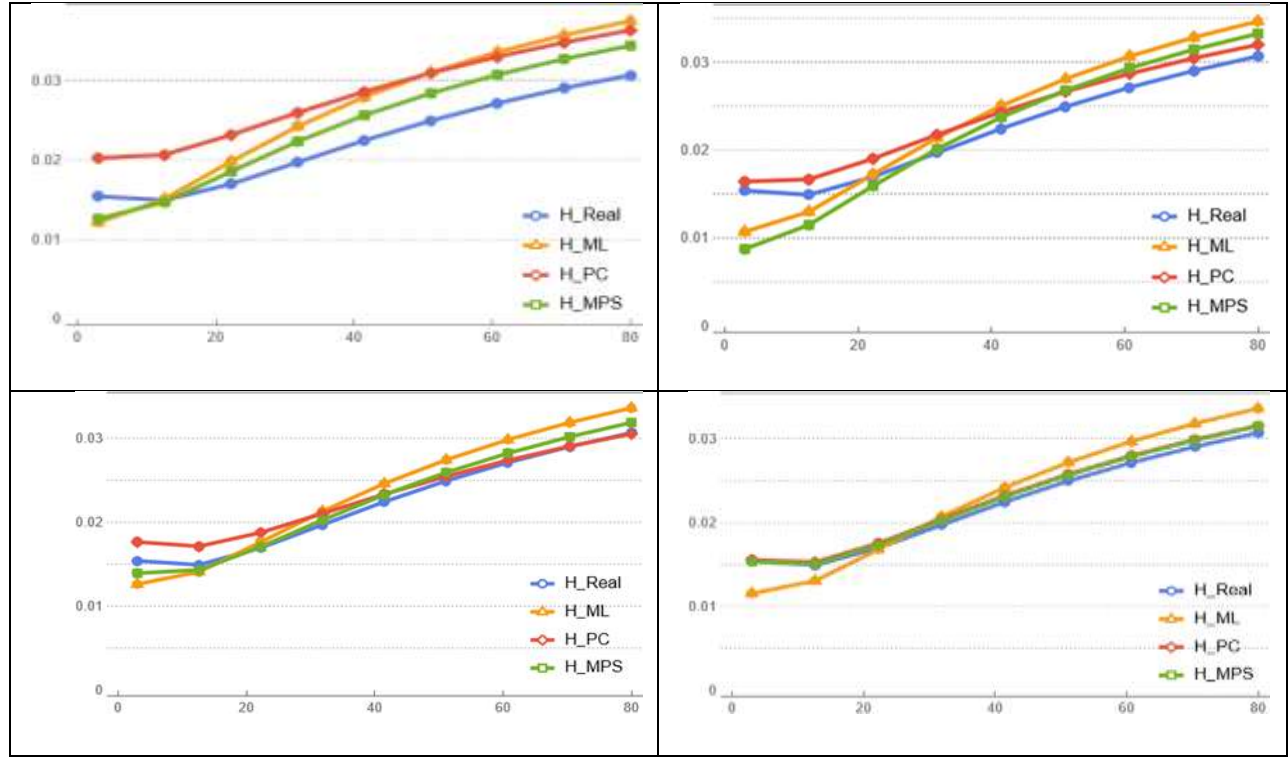
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|-----|----------|----------|----------|---------------|----------|-------------|----------|---------------|
| 25 | 0.015291 | 0.012116 | 0.010700 | 0.000082 | 0.020148 | 0.000124 | 0.012560 | 0.000077 |
| | 0.014652 | 0.013155 | 0.011399 | 0.000050 | 0.019948 | 0.000107 | 0.013198 | 0.000050 |
| | 0.015891 | 0.017700 | 0.015304 | 0.000028 | 0.021947 | 0.000110 | 0.016775 | 0.000020 |
| | 0.016053 | 0.018050 | 0.015621 | 0.000028 | 0.022139 | 0.000111 | 0.017064 | 0.000020 |
| | 0.022483 | 0.027981 | 0.025086 | 0.000079 | 0.028617 | 0.000184 | 0.025656 | 0.000038 |
| | 0.027454 | 0.033947 | 0.031040 | 0.000118 | 0.033295 | 0.000228 | 0.031075 | 0.000063 |
| | 0.027884 | 0.034433 | 0.031531 | 0.000121 | 0.033699 | 0.000231 | 0.031524 | 0.000065 |
| | 0.028879 | 0.035544 | 0.032655 | 0.000127 | 0.034637 | 0.000238 | 0.032555 | 0.000070 |
| | 0.028919 | 0.035588 | 0.032699 | 0.000127 | 0.034674 | 0.000239 | 0.032596 | 0.000070 |
| | 0.031526 | 0.038424 | 0.035580 | 0.000143 | 0.037145 | 0.000255 | 0.035251 | 0.000082 |
| | IMSE | | | 0.000090(2) | | 0.000183(3) | | 0.000056(1) |
| 50 | 0.015291 | 0.012116 | 0.010700 | 0.000055 | 0.016345 | 0.000032 | 0.008758 | 0.000077 |
| | 0.014652 | 0.013155 | 0.011399 | 0.000031 | 0.016095 | 0.000025 | 0.009728 | 0.000046 |
| | 0.015891 | 0.017700 | 0.015304 | 0.000007 | 0.017876 | 0.000016 | 0.013935 | 0.000012 |
| | 0.016053 | 0.018050 | 0.015621 | 0.000007 | 0.018057 | 0.000016 | 0.014263 | 0.000011 |
| | 0.022483 | 0.027981 | 0.025086 | 0.000030 | 0.024376 | 0.000039 | 0.023801 | 0.000025 |
| | 0.027454 | 0.033947 | 0.031040 | 0.000051 | 0.028990 | 0.000062 | 0.029688 | 0.000043 |
| | 0.027884 | 0.034433 | 0.031531 | 0.000052 | 0.029389 | 0.000063 | 0.030172 | 0.000045 |
| | 0.028879 | 0.035544 | 0.032655 | 0.000056 | 0.030312 | 0.000068 | 0.031280 | 0.000048 |
| | 0.028919 | 0.035588 | 0.032699 | 0.000056 | 0.030349 | 0.000068 | 0.031324 | 0.000048 |
| | 0.031526 | 0.038424 | 0.035580 | 0.000064 | 0.032782 | 0.000078 | 0.034164 | 0.000056 |
| | IMSE | | | 0.000041(1.5) | | 0.000047(3) | | 0.000041(1.5) |
| 100 | 0.015291 | 0.012116 | 0.012578 | 0.000045 | 0.017555 | 0.000030 | 0.013844 | 0.000014 |
| | 0.014652 | 0.013155 | 0.012893 | 0.000027 | 0.016941 | 0.000025 | 0.013622 | 0.000009 |
| | 0.015891 | 0.017700 | 0.015986 | 0.000006 | 0.017904 | 0.000013 | 0.015722 | 0.000003 |
| | 0.016053 | 0.018050 | 0.016254 | 0.000005 | 0.018036 | 0.000012 | 0.015934 | 0.000003 |
| | 0.022483 | 0.027981 | 0.024660 | 0.000017 | 0.023377 | 0.000012 | 0.023321 | 0.000010 |
| | 0.027454 | 0.033947 | 0.030209 | 0.000032 | 0.027673 | 0.000022 | 0.028573 | 0.000018 |

الملحق A

| | | | | | | | | |
|-----|----------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| | 0.027884 | 0.034433 | 0.030673 | 0.000033 | 0.028052 | 0.000023 | 0.029019 | 0.000018 |
| | 0.028879 | 0.035544 | 0.031739 | 0.000036 | 0.028934 | 0.000025 | 0.030048 | 0.000020 |
| | 0.028919 | 0.035588 | 0.031781 | 0.000036 | 0.028969 | 0.000025 | 0.030089 | 0.000020 |
| | 0.031526 | 0.038424 | 0.034535 | 0.000042 | 0.031314 | 0.000031 | 0.032766 | 0.000023 |
| | IMSE | | | 0.00028(3) | | 0.000022(2) | | 0.000014(1) |
| 200 | 0.015291 | 0.012116 | 0.011496 | 0.000039 | 0.015450 | 0.000007 | 0.015227 | 0.000007 |
| | 0.014652 | 0.013155 | 0.011806 | 0.000023 | 0.014899 | 0.000006 | 0.014685 | 0.000005 |
| | 0.015891 | 0.017700 | 0.015043 | 0.000005 | 0.016366 | 0.000004 | 0.016173 | 0.000003 |
| | 0.016053 | 0.018050 | 0.015325 | 0.000005 | 0.016543 | 0.000004 | 0.016352 | 0.000003 |
| | 0.022483 | 0.027981 | 0.024215 | 0.000010 | 0.023242 | 0.000008 | 0.023112 | 0.000005 |
| | 0.027454 | 0.033947 | 0.030034 | 0.000019 | 0.028289 | 0.000012 | 0.028194 | 0.000008 |
| | 0.027884 | 0.034433 | 0.030517 | 0.000020 | 0.028724 | 0.000012 | 0.028631 | 0.000008 |
| | 0.028879 | 0.035544 | 0.031626 | 0.000022 | 0.029727 | 0.000013 | 0.029641 | 0.000008 |
| | 0.028919 | 0.035588 | 0.031670 | 0.000022 | 0.029767 | 0.000013 | 0.029681 | 0.000008 |
| | 0.031526 | 0.038424 | 0.034521 | 0.000025 | 0.032392 | 0.000014 | 0.032319 | 0.000009 |
| | IMSE | | | 0.000019(3) | | 0.000009(2) | | 0.000006(1) |

الملحق A

شكل 4 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الرابع



الملحق A

جدول 14: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE الطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الخامس .

$$(\theta = 1, \lambda = 0.5)$$

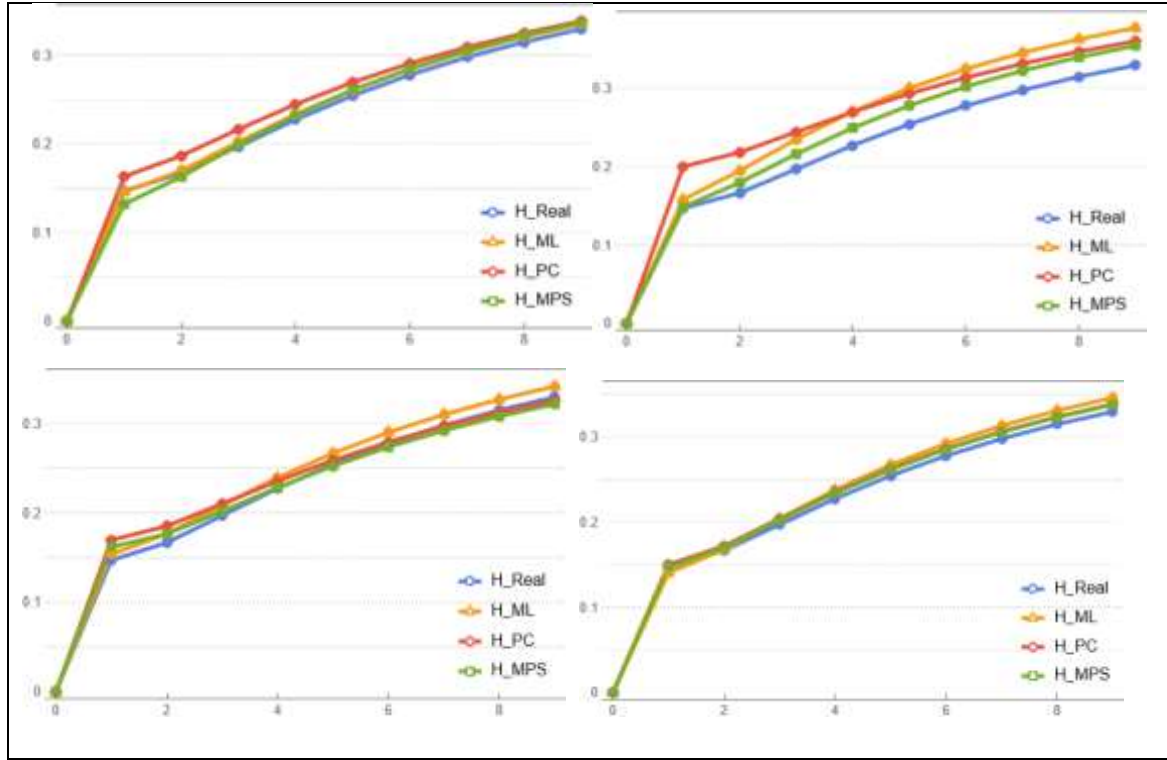
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| 25 | 0.33310 | 0.152899 | 0.150567 | 0.006557 | 0.203487 | 0.012641 | 0.145082 | 0.005184 |
| | 0.77133 | 0.146520 | 0.152711 | 0.004770 | 0.199004 | 0.010458 | 0.144859 | 0.003861 |
| | 1.70475 | 0.158944 | 0.182843 | 0.002719 | 0.211614 | 0.007500 | 0.169223 | 0.001965 |
| | 1.76977 | 0.160552 | 0.185451 | 0.002677 | 0.213049 | 0.007402 | 0.171484 | 0.001900 |
| | 3.91596 | 0.224830 | 0.267702 | 0.004327 | 0.267831 | 0.007855 | 0.246930 | 0.002299 |
| | 5.85241 | 0.274551 | 0.321401 | 0.006516 | 0.310796 | 0.009542 | 0.298899 | 0.003565 |
| | 6.04999 | 0.278854 | 0.325876 | 0.006704 | 0.314589 | 0.009690 | 0.303297 | 0.003676 |
| | 6.53186 | 0.288796 | 0.336142 | 0.007135 | 0.323407 | 0.010025 | 0.313421 | 0.003930 |
| | 6.55190 | 0.289193 | 0.336550 | 0.007152 | 0.323761 | 0.010039 | 0.313825 | 0.003940 |
| | 8.02785 | 0.315253 | 0.363048 | 0.008235 | 0.347234 | 0.010864 | 0.340156 | 0.004568 |
| | IMSE | | | 0.005679(2) | | 0.009601(3) | | 0.003489(1) |
| 50 | 0.33310 | 0.152899 | 0.146868 | 0.002217 | 0.163271 | 0.003148 | 0.127709 | 0.003151 |
| | 0.77133 | 0.146520 | 0.143503 | 0.001581 | 0.160799 | 0.002438 | 0.128063 | 0.002037 |
| | 1.70475 | 0.158944 | 0.161050 | 0.000705 | 0.178350 | 0.001598 | 0.152470 | 0.000649 |
| | 1.76977 | 0.160552 | 0.162912 | 0.000679 | 0.180113 | 0.001601 | 0.154712 | 0.000615 |
| | 3.91596 | 0.224830 | 0.230788 | 0.001110 | 0.242285 | 0.003870 | 0.229625 | 0.001527 |
| | 5.85241 | 0.274551 | 0.280703 | 0.001864 | 0.287795 | 0.006224 | 0.281450 | 0.002822 |
| | 6.04999 | 0.278854 | 0.284990 | 0.001928 | 0.291736 | 0.006419 | 0.285842 | 0.002928 |
| | 6.53186 | 0.288796 | 0.294885 | 0.002071 | 0.300859 | 0.006859 | 0.295955 | 0.003168 |
| | 6.55190 | 0.289193 | 0.295281 | 0.002076 | 0.301224 | 0.006876 | 0.296358 | 0.003178 |
| | 8.02785 | 0.315253 | 0.321172 | 0.002422 | 0.325285 | 0.007944 | 0.322670 | 0.003754 |
| | IMSE | | | 0.001665(1) | | 0.004698(3) | | 0.002383(2) |
| 100 | 0.33310 | 0.152899 | 0.156713 | 0.001565 | 0.175457 | 0.003017 | 0.169444 | 0.001582 |
| | 0.77133 | 0.146520 | 0.152115 | 0.001159 | 0.169318 | 0.002491 | 0.162089 | 0.001305 |
| | 1.70475 | 0.158944 | 0.168088 | 0.000509 | 0.178918 | 0.001255 | 0.170242 | 0.000640 |
| | 1.76977 | 0.160552 | 0.169882 | 0.000488 | 0.180219 | 0.001198 | 0.171511 | 0.000606 |
| | 3.91596 | 0.224830 | 0.236887 | 0.000859 | 0.233477 | 0.001196 | 0.226076 | 0.000405 |
| | 5.85241 | 0.274551 | 0.286790 | 0.001514 | 0.276378 | 0.002194 | 0.270710 | 0.000819 |

الملحق A

| | | | | | | | | |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| | 6.04999 | 0.278854 | 0.291083 | 0.001569 | 0.280168 | 0.002289 | 0.274644 | 0.000862 |
| | 6.53186 | 0.288796 | 0.300998 | 0.001695 | 0.288976 | 0.002509 | 0.283775 | 0.000963 |
| | 6.55190 | 0.289193 | 0.301394 | 0.001700 | 0.289329 | 0.002517 | 0.284141 | 0.000967 |
| | 8.02785 | 0.315253 | 0.327347 | 0.002003 | 0.312752 | 0.003077 | 0.308341 | 0.001233 |
| | IMSE | | | 0.001306(2) | | 0.002174(3) | | 0.000938(1) |
| 200 | 0.33310 | 0.152899 | 0.140664 | 0.001447 | 0.154473 | 0.000744 | 0.152172 | 0.000707 |
| | 0.77133 | 0.146520 | 0.137720 | 0.000971 | 0.148972 | 0.000577 | 0.146765 | 0.000533 |
| | 1.70475 | 0.158944 | 0.158139 | 0.000337 | 0.163707 | 0.000371 | 0.161740 | 0.000306 |
| | 1.76977 | 0.160552 | 0.160242 | 0.000317 | 0.165456 | 0.000369 | 0.163508 | 0.000300 |
| | 3.91596 | 0.224830 | 0.235085 | 0.000478 | 0.232460 | 0.000753 | 0.231155 | 0.000496 |
| | 5.85241 | 0.274551 | 0.288594 | 0.000835 | 0.282951 | 0.001159 | 0.282012 | 0.000760 |
| | 6.04999 | 0.278854 | 0.293137 | 0.000864 | 0.287296 | 0.001191 | 0.286384 | 0.000782 |
| | 6.53186 | 0.288796 | 0.303598 | 0.000930 | 0.297330 | 0.001264 | 0.296477 | 0.000830 |
| | 6.55190 | 0.289193 | 0.304015 | 0.000932 | 0.297731 | 0.001267 | 0.296879 | 0.000832 |
| | 8.02785 | 0.315253 | 0.331192 | 0.001086 | 0.323977 | 0.001439 | 0.323258 | 0.000948 |
| | IMSE | | | 0.000820(3) | | 0.000744(2) | | 0.000649(1) |

الملحق A

شكل 5 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج الخامس



الملحق A

جدول 15: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE الطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج السادس .

$$(\theta = 1, \lambda = 1.2)$$

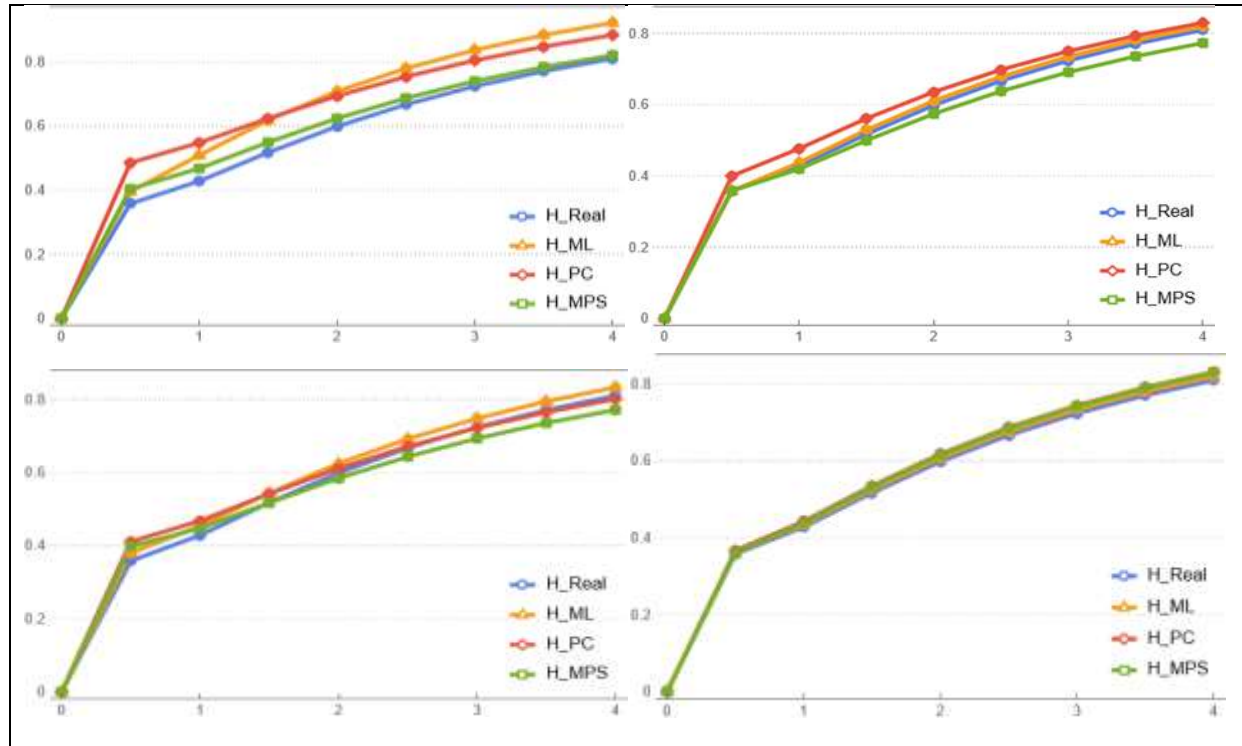
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| 25 | 0.13879 | 0.366958 | 0.361808 | 0.038462 | 0.488271 | 0.072275 | 0.414295 | 0.013970 |
| | 0.32143 | 0.351648 | 0.367577 | 0.028089 | 0.477138 | 0.059601 | 0.398490 | 0.011720 |
| | 0.71036 | 0.381472 | 0.440401 | 0.016183 | 0.507104 | 0.042801 | 0.425089 | 0.008765 |
| | 0.73746 | 0.385333 | 0.446673 | 0.015930 | 0.510548 | 0.042264 | 0.428613 | 0.008706 |
| | 1.63170 | 0.539601 | 0.643452 | 0.024769 | 0.642580 | 0.045675 | 0.569527 | 0.013588 |
| | 2.43866 | 0.658944 | 0.771088 | 0.037240 | 0.746375 | 0.055696 | 0.679335 | 0.020710 |
| | 2.52089 | 0.669256 | 0.781674 | 0.038347 | 0.755526 | 0.056559 | 0.688888 | 0.021358 |
| | 2.72170 | 0.693121 | 0.805974 | 0.040906 | 0.776826 | 0.058521 | 0.711045 | 0.022854 |
| | 2.73008 | 0.694078 | 0.806943 | 0.041009 | 0.777684 | 0.058599 | 0.711934 | 0.022914 |
| | 3.34497 | 0.756611 | 0.869494 | 0.047662 | 0.834345 | 0.063391 | 0.770350 | 0.026749 |
| | IMSE | | | 0.032860(2) | | 0.055538(3) | | 0.017133(1) |
| 50 | 0.13879 | 0.366958 | 0.354118 | 0.012131 | 0.391912 | 0.018275 | 0.367971 | 0.004457 |
| | 0.32143 | 0.351648 | 0.345593 | 0.008668 | 0.386155 | 0.014173 | 0.353297 | 0.003232 |
| | 0.71036 | 0.381472 | 0.386499 | 0.003859 | 0.428519 | 0.009260 | 0.378488 | 0.001922 |
| | 0.73746 | 0.385333 | 0.390889 | 0.003720 | 0.432759 | 0.009274 | 0.381868 | 0.001926 |
| | 1.63170 | 0.539601 | 0.551870 | 0.006324 | 0.581846 | 0.022473 | 0.520262 | 0.005711 |
| | 2.43866 | 0.658944 | 0.670874 | 0.010715 | 0.690814 | 0.036287 | 0.630499 | 0.009754 |
| | 2.52089 | 0.669256 | 0.681094 | 0.011083 | 0.700236 | 0.037433 | 0.640141 | 0.010090 |
| | 2.72170 | 0.693121 | 0.704731 | 0.011914 | 0.722080 | 0.040024 | 0.662525 | 0.010851 |
| | 2.73008 | 0.694078 | 0.705678 | 0.011947 | 0.722956 | 0.040126 | 0.663424 | 0.010881 |
| | 3.34497 | 0.756611 | 0.767546 | 0.013954 | 0.780555 | 0.046417 | 0.722531 | 0.012732 |
| | IMSE | | | 0.009432(2) | | 0.027374(3) | | 0.007156(1) |
| 100 | 0.13879 | 0.366958 | 0.383308 | 0.008397 | 0.420966 | 0.017402 | 0.414481 | 0.010625 |
| | 0.32143 | 0.351648 | 0.370739 | 0.006197 | 0.406148 | 0.014310 | 0.396760 | 0.008699 |
| | 0.71036 | 0.381472 | 0.405464 | 0.002894 | 0.429198 | 0.007161 | 0.412628 | 0.003815 |
| | 0.73746 | 0.385333 | 0.409546 | 0.002802 | 0.432327 | 0.006832 | 0.415325 | 0.003576 |
| | 1.63170 | 0.539601 | 0.565557 | 0.005160 | 0.560559 | 0.006898 | 0.535112 | 0.003487 |
| | 2.43866 | 0.658944 | 0.683668 | 0.008779 | 0.663950 | 0.012572 | 0.635949 | 0.007918 |
| | 2.52089 | 0.669256 | 0.693855 | 0.009081 | 0.673073 | 0.013106 | 0.644918 | 0.008348 |
| | 2.72170 | 0.693121 | 0.717433 | 0.009765 | 0.694304 | 0.014338 | 0.665821 | 0.009345 |
| | 2.73008 | 0.694078 | 0.718378 | 0.009792 | 0.695159 | 0.014387 | 0.666663 | 0.009385 |
| | 3.34497 | 0.756611 | 0.780189 | 0.011441 | 0.751599 | 0.017496 | 0.722399 | 0.011942 |
| | | | | | | | | |

الملحق A

| | IMSE | | | 0.007431(2) | | 0.012450(3) | | 0.003740(1) |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| 200 | 0.13879 | 0.366958 | 0.367522 | 0.003004 | 0.370692 | 0.004276 | 0.365184 | 0.004071 |
| | 0.32143 | 0.351648 | 0.353483 | 0.002254 | 0.357490 | 0.003312 | 0.352213 | 0.003071 |
| | 0.71036 | 0.381472 | 0.386348 | 0.001405 | 0.392817 | 0.002128 | 0.388171 | 0.001761 |
| | 0.73746 | 0.385333 | 0.390389 | 0.001394 | 0.397012 | 0.002116 | 0.392418 | 0.001729 |
| | 1.63170 | 0.539601 | 0.548057 | 0.002621 | 0.557703 | 0.004352 | 0.554788 | 0.002856 |
| | 2.43866 | 0.658944 | 0.668311 | 0.003951 | 0.678828 | 0.006707 | 0.676864 | 0.004377 |
| | 2.52089 | 0.669256 | 0.678674 | 0.004058 | 0.689241 | 0.006895 | 0.687345 | 0.004501 |
| | 2.72170 | 0.693121 | 0.702643 | 0.004297 | 0.713316 | 0.007317 | 0.711572 | 0.004781 |
| | 2.73008 | 0.694078 | 0.703604 | 0.004306 | 0.714280 | 0.007333 | 0.712542 | 0.004792 |
| | 3.34497 | 0.756611 | 0.766343 | 0.004874 | 0.777237 | 0.008333 | 0.775843 | 0.005459 |
| | IMSE | | | 0.003216(1) | | 0.005277(3) | | 0.003740(2) |

الملحق A

شكل 6 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج السادس



الملحق A

جدول 16: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE الطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج السابع .

$$(\theta = 2, \lambda = 0.05)$$

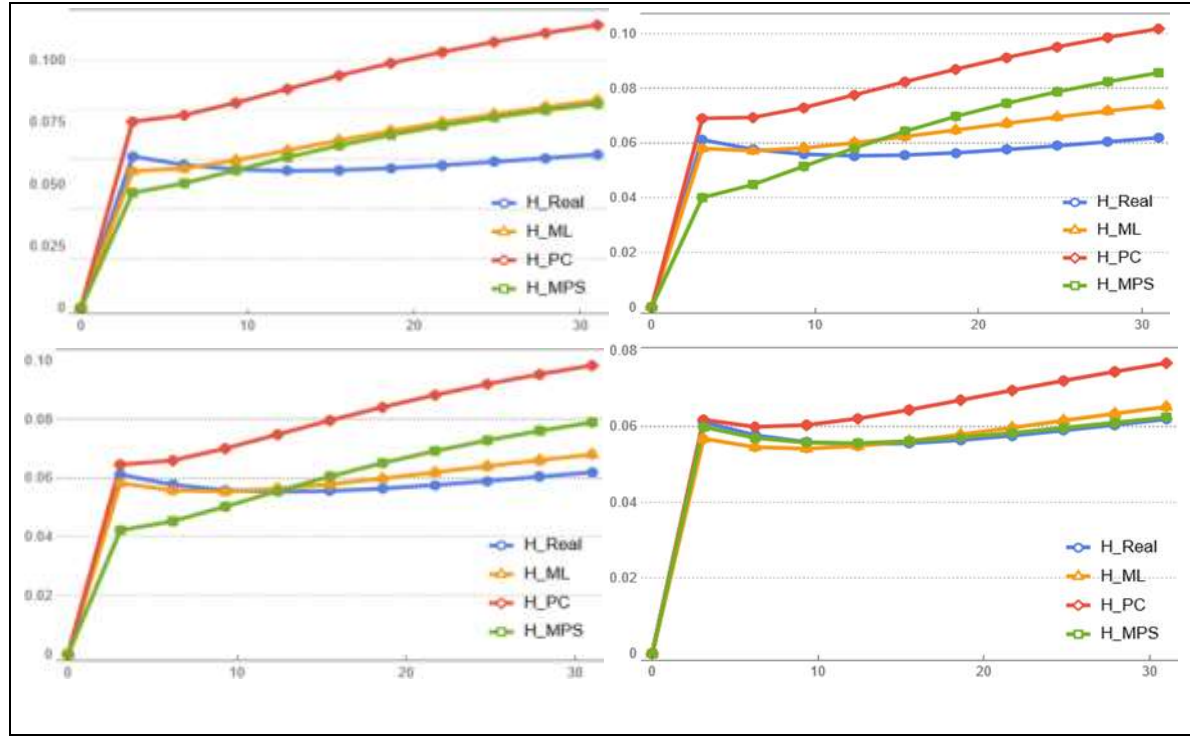
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|-----|----------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| 25 | 0.80495 | 0.064962 | 0.057749 | 0.000525 | 0.077993 | 0.001719 | 0.046962 | 0.000770 |
| | 1.82380 | 0.063039 | 0.056020 | 0.000467 | 0.075833 | 0.001454 | 0.046145 | 0.000677 |
| | 4.12123 | 0.059620 | 0.055173 | 0.000299 | 0.075617 | 0.001210 | 0.047534 | 0.000400 |
| | 4.29525 | 0.059409 | 0.055226 | 0.000288 | 0.075756 | 0.001213 | 0.047749 | 0.000382 |
| | 11.57140 | 0.055308 | 0.062951 | 0.000266 | 0.087539 | 0.002490 | 0.060013 | 0.000275 |
| | 20.25530 | 0.057248 | 0.074035 | 0.000701 | 0.102167 | 0.004210 | 0.072625 | 0.000808 |
| | 21.20650 | 0.057653 | 0.075115 | 0.000747 | 0.103535 | 0.004356 | 0.073755 | 0.000865 |
| | 23.55850 | 0.058727 | 0.077654 | 0.000854 | 0.106715 | 0.004684 | 0.076366 | 0.000998 |
| | 23.65820 | 0.058774 | 0.077758 | 0.000858 | 0.106844 | 0.004697 | 0.076471 | 0.001003 |
| | 31.03180 | 0.062418 | 0.084553 | 0.001126 | 0.115130 | 0.005453 | 0.083215 | 0.001335 |
| | IMSE | | | 0.000613(1) | | 0.003149(3) | | 0.000751(2) |
| 50 | 0.80495 | 0.064962 | 0.061028 | 0.000191 | 0.073515 | 0.000483 | 0.040512 | 0.000873 |
| | 1.82380 | 0.063039 | 0.059250 | 0.000167 | 0.070641 | 0.000420 | 0.039591 | 0.000776 |
| | 4.12123 | 0.059620 | 0.057343 | 0.000097 | 0.068479 | 0.000339 | 0.041352 | 0.000450 |
| | 4.29525 | 0.059409 | 0.057283 | 0.000093 | 0.068482 | 0.000338 | 0.041620 | 0.000427 |
| | 11.57140 | 0.055308 | 0.059725 | 0.000169 | 0.076824 | 0.000863 | 0.057176 | 0.000161 |
| | 20.25530 | 0.057248 | 0.066534 | 0.000458 | 0.090169 | 0.001823 | 0.073329 | 0.000666 |
| | 21.20650 | 0.057653 | 0.067289 | 0.000486 | 0.091470 | 0.001912 | 0.074767 | 0.000724 |
| | 23.55850 | 0.058727 | 0.069115 | 0.000551 | 0.094519 | 0.002114 | 0.078074 | 0.000861 |
| | 23.65820 | 0.058774 | 0.069191 | 0.000554 | 0.094643 | 0.002122 | 0.078207 | 0.000867 |
| | 31.03180 | 0.062418 | 0.074403 | 0.000715 | 0.102711 | 0.002605 | 0.086635 | 0.001211 |
| | IMSE | | | 0.000348(1) | | 0.001302(3) | | 0.000702(2) |
| 100 | 0.80495 | 0.064962 | 0.062150 | 0.000107 | 0.067791 | 0.000279 | 0.043346 | 0.000827 |
| | 1.82380 | 0.063039 | 0.060076 | 0.000106 | 0.065521 | 0.000245 | 0.042248 | 0.000761 |
| | 4.12123 | 0.059620 | 0.057006 | 0.000089 | 0.064523 | 0.000254 | 0.042926 | 0.000498 |
| | 4.29525 | 0.059409 | 0.056850 | 0.000087 | 0.064595 | 0.000261 | 0.043095 | 0.000477 |
| | 11.57140 | 0.055308 | 0.056113 | 0.000045 | 0.074095 | 0.001038 | 0.054773 | 0.000069 |
| | 20.25530 | 0.057248 | 0.061355 | 0.000089 | 0.087211 | 0.002073 | 0.068170 | 0.000296 |

الملحق A

| | | | | | | | | |
|-----|----------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| | 21.20650 | 0.057653 | 0.062021 | 0.000096 | 0.088466 | 0.002164 | 0.069403 | 0.000329 |
| | 23.55850 | 0.058727 | 0.063669 | 0.000113 | 0.091400 | 0.002370 | 0.072264 | 0.000411 |
| | 23.65820 | 0.058774 | 0.063739 | 0.000114 | 0.091519 | 0.002378 | 0.072380 | 0.000414 |
| | 31.03180 | 0.062418 | 0.068652 | 0.000163 | 0.099257 | 0.002862 | 0.079831 | 0.000631 |
| | IMSE | | | 0.000101(1) | | 0.001392(3) | | 0.000471(2) |
| 200 | 0.80495 | 0.064962 | 0.060204 | 0.060204 | 0.065832 | 0.000104 | 0.063304 | 0.000036 |
| | 1.82380 | 0.063039 | 0.058372 | 0.058372 | 0.063570 | 0.000092 | 0.061534 | 0.000038 |
| | 4.12123 | 0.059620 | 0.055650 | 0.055650 | 0.060685 | 0.000065 | 0.058547 | 0.000038 |
| | 4.29525 | 0.059409 | 0.055510 | 0.055510 | 0.060562 | 0.000064 | 0.058372 | 0.000038 |
| | 11.57140 | 0.055308 | 0.054669 | 0.054669 | 0.061783 | 0.000191 | 0.055540 | 0.000023 |
| | 20.25530 | 0.057248 | 0.059200 | 0.059200 | 0.068898 | 0.000463 | 0.057956 | 0.000022 |
| | 21.20650 | 0.057653 | 0.059791 | 0.059791 | 0.069717 | 0.000489 | 0.058361 | 0.000023 |
| | 23.55850 | 0.058727 | 0.061262 | 0.061262 | 0.071704 | 0.000550 | 0.059408 | 0.000027 |
| | 23.65820 | 0.058774 | 0.061325 | 0.061325 | 0.071786 | 0.000552 | 0.059453 | 0.000028 |
| | 31.03180 | 0.062418 | 0.065772 | 0.065772 | 0.077478 | 0.000703 | 0.062859 | 0.000044 |
| | IMSE | | | 0.059176(3) | | 0.000327(2) | | 0.000032(1) |

الملحق A

شكل 7 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج السابع



الملحق A

جدول 17: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE الطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج الثامن .

$$(\theta = 2, \lambda = 0.5)$$

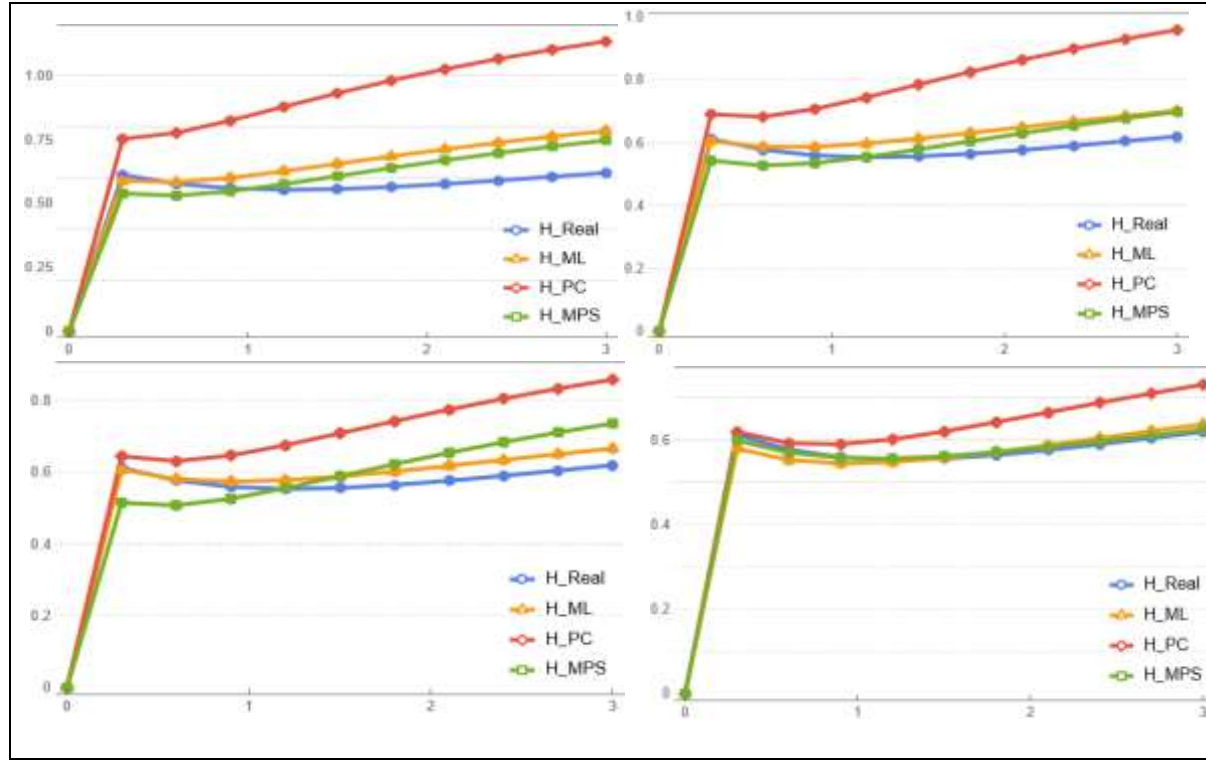
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| 25 | 0.08050 | 0.649614 | 0.621305 | 0.032068 | 0.781258 | 0.171614 | 0.576232 | 0.024839 |
| | 0.18243 | 0.630384 | 0.601560 | 0.030462 | 0.759266 | 0.145098 | 0.554553 | 0.024007 |
| | 0.41215 | 0.596192 | 0.581905 | 0.024201 | 0.755550 | 0.120432 | 0.531090 | 0.020118 |
| | 0.42964 | 0.594076 | 0.581457 | 0.023718 | 0.756808 | 0.120643 | 0.530429 | 0.019765 |
| | 1.15740 | 0.553073 | 0.621630 | 0.021948 | 0.869944 | 0.246211 | 0.570584 | 0.015002 |
| | 2.02595 | 0.572496 | 0.704722 | 0.047178 | 1.014100 | 0.415778 | 0.661051 | 0.033452 |
| | 2.12107 | 0.576548 | 0.713283 | 0.050063 | 1.027690 | 0.430195 | 0.670379 | 0.035841 |
| | 2.35618 | 0.587286 | 0.733620 | 0.056877 | 1.059340 | 0.462432 | 0.692507 | 0.041600 |
| | 2.36608 | 0.587755 | 0.734449 | 0.057153 | 1.060620 | 0.463689 | 0.693409 | 0.041836 |
| | 3.10340 | 0.624194 | 0.790238 | 0.074889 | 1.143440 | 0.538230 | 0.753835 | 0.057385 |
| | IMSE | | | 0.041856(2) | | 0.311432(3) | | 0.031384(1) |
| 50 | 0.08050 | 0.649614 | 0.639527 | 0.010297 | 0.738024 | 0.047417 | 0.579791 | 0.014073 |
| | 0.18243 | 0.630384 | 0.620434 | 0.010247 | 0.709128 | 0.041419 | 0.558855 | 0.014085 |
| | 0.41215 | 0.596192 | 0.594259 | 0.009014 | 0.680768 | 0.031977 | 0.532377 | 0.012073 |
| | 0.42964 | 0.594076 | 0.593036 | 0.008893 | 0.680138 | 0.031603 | 0.531312 | 0.011845 |
| | 1.15740 | 0.553073 | 0.594490 | 0.009086 | 0.737708 | 0.059025 | 0.550132 | 0.006514 |
| | 2.02595 | 0.572496 | 0.643630 | 0.020756 | 0.853410 | 0.127085 | 0.622593 | 0.016644 |
| | 2.12107 | 0.576548 | 0.649482 | 0.022192 | 0.865097 | 0.133721 | 0.630563 | 0.018149 |
| | 2.35618 | 0.587286 | 0.663805 | 0.025668 | 0.892669 | 0.148952 | 0.649728 | 0.021863 |
| | 2.36608 | 0.587755 | 0.664402 | 0.025811 | 0.893789 | 0.149557 | 0.650516 | 0.022018 |
| | 3.10340 | 0.624194 | 0.706406 | 0.035447 | 0.967928 | 0.186735 | 0.704469 | 0.032544 |
| | IMSE | | | 0.017741(2) | | 0.095749(3) | | 0.016981(1) |
| 100 | 0.08050 | 0.649614 | 0.642054 | 0.008382 | 0.689601 | 0.025488 | 0.550648 | 0.020946 |
| | 0.18243 | 0.630384 | 0.623100 | 0.008513 | 0.663281 | 0.023526 | 0.529647 | 0.021479 |
| | 0.41215 | 0.596192 | 0.593659 | 0.007820 | 0.633670 | 0.019604 | 0.507378 | 0.017702 |
| | 0.42964 | 0.594076 | 0.592062 | 0.007728 | 0.632710 | 0.019387 | 0.506797 | 0.017247 |
| | 1.15740 | 0.553073 | 0.576088 | 0.004744 | 0.670132 | 0.030498 | 0.550519 | 0.003868 |
| | 2.02595 | 0.572496 | 0.613217 | 0.007507 | 0.766013 | 0.068736 | 0.645812 | 0.013124 |

الملحق A

| | | | | | | | | |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| | 2.12107 | 0.576548 | 0.618321 | 0.008031 | 0.776028 | 0.072748 | 0.655632 | 0.014762 |
| | 2.35618 | 0.587286 | 0.631128 | 0.009385 | 0.799826 | 0.082098 | 0.678921 | 0.018848 |
| | 2.36608 | 0.587755 | 0.631670 | 0.009443 | 0.800797 | 0.082473 | 0.679870 | 0.019019 |
| | 3.10340 | 0.624194 | 0.671120 | 0.013687 | 0.865872 | 0.106073 | 0.743366 | 0.030673 |
| | IMSE | | | 0.008524(1) | | 0.053063(3) | | 0.017767(2) |
| 200 | 0.08050 | 0.649614 | 0.614956 | 0.007286 | 0.662372 | 0.008980 | 0.632918 | 0.003645 |
| | 0.18243 | 0.630384 | 0.596240 | 0.007436 | 0.638953 | 0.008329 | 0.615197 | 0.003790 |
| | 0.41215 | 0.596192 | 0.566414 | 0.006759 | 0.604867 | 0.006775 | 0.585334 | 0.003799 |
| | 0.42964 | 0.594076 | 0.564757 | 0.006665 | 0.603165 | 0.006664 | 0.583574 | 0.003781 |
| | 1.15740 | 0.553073 | 0.546215 | 0.002346 | 0.598771 | 0.007356 | 0.555325 | 0.002310 |
| | 2.02595 | 0.572496 | 0.583005 | 0.001844 | 0.659046 | 0.018643 | 0.579578 | 0.002218 |
| | 2.12107 | 0.576548 | 0.588191 | 0.002029 | 0.666395 | 0.020015 | 0.583634 | 0.002347 |
| | 2.35618 | 0.587286 | 0.601248 | 0.002591 | 0.684392 | 0.023319 | 0.594112 | 0.002745 |
| | 2.36608 | 0.587755 | 0.601802 | 0.002618 | 0.685141 | 0.023454 | 0.594563 | 0.002764 |
| | 3.10340 | 0.624194 | 0.642214 | 0.004844 | 0.737613 | 0.032419 | 0.628657 | 0.004448 |
| | IMSE | | | 0.004442(2) | | 0.015595(3) | | 0.003185(1) |

الملحق A

شكل 8 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج التاسع



الملحق A

جدول 18: القيم الحقيقية لدالة المخاطرة ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ MSE والرتب الجزئية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE الطرائق التقدير كافة واحجام العينات للنموذج التاسع .

$$(\theta = 2, \lambda = 1.2)$$

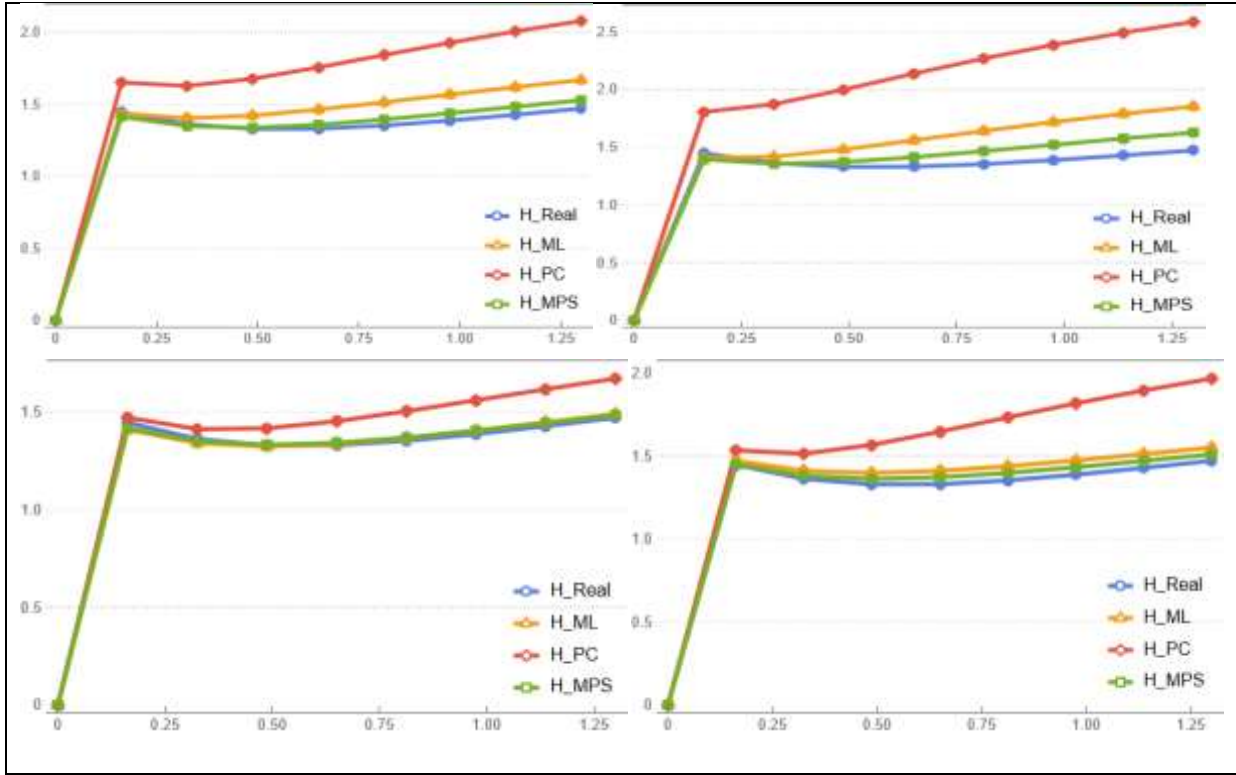
| N | t | H-real | H-MLE | MSE | H-PC | MSE | H-MPS | MSE |
|------|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| 25 | 0.03354 | 1.559070 | 1.497890 | 0.183202 | 1.887110 | 0.981999 | 1.495180 | 0.126228 |
| | 0.07601 | 1.512920 | 1.451220 | 0.174386 | 1.832190 | 0.831423 | 1.449150 | 0.117961 |
| | 0.17173 | 1.430860 | 1.404450 | 0.139601 | 1.807010 | 0.691477 | 1.384110 | 0.097164 |
| | 0.17902 | 1.425780 | 1.403360 | 0.136909 | 1.808550 | 0.692101 | 1.380970 | 0.095634 |
| | 0.48227 | 1.327370 | 1.495830 | 0.128270 | 2.028300 | 1.317640 | 1.378900 | 0.073285 |
| | 0.84418 | 1.374000 | 1.689330 | 0.271779 | 2.343450 | 2.169030 | 1.499560 | 0.124736 |
| | 0.88381 | 1.383720 | 1.709310 | 0.288146 | 2.373910 | 2.241750 | 1.514150 | 0.131837 |
| | 0.98177 | 1.409490 | 1.756830 | 0.326808 | 2.445220 | 2.404600 | 1.549920 | 0.149331 |
| | 0.98588 | 1.410620 | 1.758760 | 0.328367 | 2.448090 | 2.410930 | 1.551410 | 0.150057 |
| | 1.29310 | 1.498070 | 1.889390 | 0.429035 | 2.636770 | 2.788790 | 1.656420 | 0.200331 |
| IMSE | | | | 0.240650(2) | | 1.652974(3) | | 0.126656(1) |
| 50 | 0.03354 | 1.559070 | 1.534390 | 0.055802 | 1.783590 | 0.264320 | 1.521650 | 0.042035 |
| | 0.07601 | 1.512920 | 1.489200 | 0.056036 | 1.719540 | 0.232205 | 1.475260 | 0.039146 |
| | 0.17173 | 1.430860 | 1.427550 | 0.050184 | 1.641650 | 0.184879 | 1.399830 | 0.034629 |
| | 0.17902 | 1.425780 | 1.424690 | 0.049593 | 1.638630 | 0.182963 | 1.395560 | 0.034344 |
| | 0.48227 | 1.327370 | 1.429910 | 0.055065 | 1.693870 | 0.280514 | 1.340800 | 0.030437 |
| | 0.84418 | 1.374000 | 1.548400 | 0.123397 | 1.897250 | 0.543405 | 1.421610 | 0.048886 |
| | 0.88381 | 1.383720 | 1.562450 | 0.131534 | 1.919350 | 0.569542 | 1.433400 | 0.051804 |
| | 0.98177 | 1.409490 | 1.596810 | 0.151084 | 1.972250 | 0.629903 | 1.463170 | 0.059314 |
| | 0.98588 | 1.410620 | 1.598240 | 0.151882 | 1.974420 | 0.632300 | 1.464430 | 0.059635 |
| | 1.29310 | 1.498070 | 1.698710 | 0.205269 | 2.121420 | 0.782217 | 1.557120 | 0.083609 |
| IMSE | | | | 0.102985(2) | | 0.430225(3) | | 0.048384(1) |
| 100 | 0.03354 | 1.559070 | 1.570060 | 0.036297 | 1.658490 | 0.146522 | 1.550980 | 0.024578 |
| | 0.07601 | 1.512920 | 1.527760 | 0.037280 | 1.597880 | 0.134951 | 1.507790 | 0.024052 |
| | 0.17173 | 1.430860 | 1.458870 | 0.036237 | 1.524250 | 0.112941 | 1.435160 | 0.023056 |
| | 0.17902 | 1.425780 | 1.454930 | 0.036010 | 1.521460 | 0.111662 | 1.430880 | 0.022956 |
| | 0.48227 | 1.327370 | 1.398210 | 0.027028 | 1.582800 | 0.150789 | 1.362200 | 0.019008 |

الملحق A

| | | | | | | | | |
|-----|---------|----------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|
| | 0.84418 | 1.374000 | 1.459800 | 0.037915 | 1.786590 | 0.321880 | 1.418910 | 0.027604 |
| | 0.88381 | 1.383720 | 1.469440 | 0.040103 | 1.808460 | 0.340377 | 1.428410 | 0.029371 |
| | 0.98177 | 1.409490 | 1.494120 | 0.045913 | 1.860710 | 0.383768 | 1.452950 | 0.034149 |
| | 0.98588 | 1.410620 | 1.495170 | 0.046166 | 1.862840 | 0.385510 | 1.454000 | 0.034360 |
| | 1.29310 | 1.498070 | 1.574390 | 0.065870 | 2.007240 | 0.496863 | 1.533830 | 0.051223 |
| | IMSE | | | 0.040882(2) | | 0.258526(3) | | 0.029036(1) |
| 200 | 0.03354 | 1.559070 | 1.514530 | 0.019192 | 1.590180 | 0.051366 | 1.518970 | 0.021005 |
| | 0.07601 | 1.512920 | 1.470250 | 0.019998 | 1.537930 | 0.046564 | 1.476430 | 0.021839 |
| | 0.17173 | 1.430860 | 1.396070 | 0.019886 | 1.458130 | 0.037939 | 1.404750 | 0.021889 |
| | 0.17902 | 1.425780 | 1.391730 | 0.019770 | 1.453900 | 0.037398 | 1.400530 | 0.021787 |
| | 0.48227 | 1.327370 | 1.325080 | 0.011100 | 1.423020 | 0.037950 | 1.332780 | 0.013303 |
| | 0.84418 | 1.374000 | 1.390640 | 0.011567 | 1.539790 | 0.083117 | 1.391080 | 0.012779 |
| | 0.88381 | 1.383720 | 1.401210 | 0.012429 | 1.554830 | 0.088941 | 1.400820 | 0.013524 |
| | 0.98177 | 1.409490 | 1.428350 | 0.014981 | 1.592020 | 0.103238 | 1.425990 | 0.015818 |
| | 0.98588 | 1.410620 | 1.429520 | 0.015099 | 1.593570 | 0.103830 | 1.427070 | 0.015926 |
| | 1.29310 | 1.498070 | 1.516840 | 0.025238 | 1.704110 | 0.144850 | 1.508940 | 0.025633 |
| | IMSE | | | 0.016926(1) | | 0.073519(3) | | 0.018350(2) |

الملحق A

شكل 9 : دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للنموذج التاسع



ملحق B

ثانيا: برنامج الجانب التجريبي :

%%%%Hassan%%%%

Simulation of ((AK-E Distribution))

Clear[all]

Needs["LibraryLink`"]

<<Optimization`UnconstrainedProblems`

dist[\[Theta]_,\[Lambda]_]:= ProbabilityDistribution[(\[Theta]^3 \[Lambda] E^(-\[Theta] \[Lambda] x) (1+\[Lambda]^2 x^2))/(\[Theta]^2+2),{x,0,\[Infinity]},Assumptions->\[Theta]>0&&\[Lambda]>0];

f[x_]:= (\[Theta]^3 \[Lambda] E^(-\[Theta] \[Lambda] x) (1+\[Lambda]^2 x^2))/(\[Theta]^2+2);

F[x_]:=1-(E^(-x \[Theta] \[Lambda]) (2+\[Theta] (\[Theta]+2 x \[Lambda]+x^2 \[Theta] \[Lambda]^2)))/(2+\[Theta]^2);

S[x_]:= (E^(-x \[Theta] \[Lambda]) (2+\[Theta] (\[Theta]+2 x \[Lambda]+x^2 \[Theta] \[Lambda]^2)))/(2+\[Theta]^2);

r=1000;Subscript[n, 1]=25;Subscript[n, 2]=50;Subscript[n, 3]=100;Subscript[n, 4]=200;

Subscript[\[Theta], 1]=0.5;Subscript[\[Theta], 2]=1;Subscript[\[Theta], 3]=2.5;Subscript[\[Lambda], 1]=0.05;Subscript[\[Lambda], 2]=0.5;Subscript[\[Lambda], 3]=1.2;

distGen1=dist[Subscript[\[Theta], 1],Subscript[\[Lambda], 1]];

B ملاحق

```
distGen2=dist[Subscript[\[Theta], 1],Subscript[\[Lambda], 2]];
distGen3=dist[Subscript[\[Theta], 1],Subscript[\[Lambda], 3]];
distGen4=dist[Subscript[\[Theta], 2],Subscript[\[Lambda], 1]];
distGen5=dist[Subscript[\[Theta], 2],Subscript[\[Lambda], 2]];
distGen6=dist[Subscript[\[Theta], 2],Subscript[\[Lambda], 3]];
distGen7=dist[Subscript[\[Theta], 3],Subscript[\[Lambda], 1]];
distGen8=dist[Subscript[\[Theta], 3],Subscript[\[Lambda], 2]];
distGen9=dist[Subscript[\[Theta], 3],Subscript[\[Lambda], 3]];
```

```
SeedRandom[77];data1=RandomVariate[distGen1,{r,Subscript[n, 1]]};
data2=RandomVariate[distGen1,{r,Subscript[n, 2]]};
data3=RandomVariate[distGen1,{r,Subscript[n, 3]]};
data4=RandomVariate[distGen1,{r,Subscript[n, 4]]};
```

```
SeedRandom[7];data5=RandomVariate[distGen2,{r,Subscript[n, 1]]};
data6=RandomVariate[distGen2,{r,Subscript[n, 2]]};
data7=RandomVariate[distGen2,{r,Subscript[n, 3]]};
data8=RandomVariate[distGen2,{r,Subscript[n, 4]]};
```

```
SeedRandom[33];data9=RandomVariate[distGen3,{r,Subscript[n, 1]]};
data10=RandomVariate[distGen3,{r,Subscript[n, 2]]};
data11=RandomVariate[distGen3,{r,Subscript[n, 3]]};
data12=RandomVariate[distGen3,{r,Subscript[n, 4]]};
```

```
SeedRandom[1];data13=RandomVariate[distGen4,{r,Subscript[n, 1]]};
data14=RandomVariate[distGen4,{r,Subscript[n, 2]]};
data15=RandomVariate[distGen4,{r,Subscript[n, 3]]};
data16=RandomVariate[distGen4,{r,Subscript[n, 4]]};
```

B ملاحق

```
SeedRandom[17];data17=RandomVariate[distGen5,{r,Subscript[n, 1]}};  
data18=RandomVariate[distGen5,{r,Subscript[n, 2]}};  
data19=RandomVariate[distGen5,{r,Subscript[n, 3]}};  
data20=RandomVariate[distGen5,{r,Subscript[n, 4]}};
```

```
SeedRandom[15];data21=RandomVariate[distGen6,{r,Subscript[n, 1]}};  
data22=RandomVariate[distGen6,{r,Subscript[n, 2]}};  
data23=RandomVariate[distGen6,{r,Subscript[n, 3]}};  
data24=RandomVariate[distGen6,{r,Subscript[n, 4]}};
```

```
SeedRandom[47];data25=RandomVariate[distGen7,{r,Subscript[n, 1]}};  
data26=RandomVariate[distGen7,{r,Subscript[n, 2]}};  
data27=RandomVariate[distGen7,{r,Subscript[n, 3]}};  
data28=RandomVariate[distGen7,{r,Subscript[n, 4]}};
```

```
SeedRandom[157];data29=RandomVariate[distGen8,{r,Subscript[n, 1]}};  
data30=RandomVariate[distGen8,{r,Subscript[n, 2]}};  
data31=RandomVariate[distGen8,{r,Subscript[n, 3]}};  
data32=RandomVariate[distGen8,{r,Subscript[n, 4]}};
```

```
SeedRandom[177];data33=RandomVariate[distGen9,{r,Subscript[n, 1]}};  
data34=RandomVariate[distGen9,{r,Subscript[n, 2]}};  
data35=RandomVariate[distGen9,{r,Subscript[n, 3]}};  
data36=RandomVariate[distGen9,{r,Subscript[n, 4]}};
```

```
mlm2=Table[res=
```

B ملاحق

```
FindDistributionParameters[data2[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
1}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

```
mlm3=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data3[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
1}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

```
mlm4=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data4[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
1}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

```
mlm5=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data5[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
1}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

```
mlm6=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data6[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
1}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

```
mlm7=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data7[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
1}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

```
mlm8=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data8[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
1}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

B ملاحق

mlm9=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data9[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],1}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}];
```

mlm10=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data10[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],1}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}];
```

mlm11=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data11[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],1}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}];
```

mlm12=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data12[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],1}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}];
```

mlm13=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data13[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],2}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}];
```

mlm14=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data14[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],2}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}];
```

mlm15=Table[res=

B ملاحق

```
FindDistributionParameters[data15[[i]],dist[\[Theta],\[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],2]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],1]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}];
```

```
mlm16=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data16[[i]],dist[\[Theta],\[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],2]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],1]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}];
```

```
mlm17=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data17[[i]],dist[\[Theta],\[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],2]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],2]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}];
```

```
mlm18=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data18[[i]],dist[\[Theta],\[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],2]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],2]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}];
```

```
mlm19=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data19[[i]],dist[\[Theta],\[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],2]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],2]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}];
```

```
mlm20=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data20[[i]],dist[\[Theta],\[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],2]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],2]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}];
```

```
mlm21=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data21[[i]],dist[\[Theta],\[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],2]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],3]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}];
```

B ملاحق

mlm22=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data22[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
2}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

mlm23=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data23[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
2}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

mlm24=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data24[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
2}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

mlm25=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data25[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
3}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

mlm26=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data26[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
3}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

mlm27=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data27[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],  
3}},\[Lambda],Subscript\[Lambda], 1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method-  
>"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}};
```

mlm28=Table[res=

B ملاحق

```
FindDistributionParameters[data28[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],3}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],1}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}};
```

```
mlm29=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data29[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],3}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}};
```

```
mlm30=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data30[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],3}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}};
```

```
mlm31=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data31[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],3}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}};
```

```
mlm32=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data32[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],3}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}};
```

```
mlm33=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data33[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],3}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}};
```

```
mlm34=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data34[[i]],dist\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],Subscript\[Theta],3}},{{[Lambda],Subscript\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5,{i,1,r}};
```


B ملاحق

mlm35=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data35[[i]],dist[\[Theta],[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],3]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],3]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}];
```

mlm36=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data36[[i]],dist[\[Theta],[Lambda]],{\[Theta],Subscript[\[Theta],3]},\[Lambda],Subscript[\[Lambda],3]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"},WorkingPrecision->5},{i,1,r}];
```

PC1=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\(

*UnderoverscriptBox[\[Sum], \[i] = 1\\),

SubscriptBox[\[n\\), \[1\\)]]

*SuperscriptBox[\[(Log[i\\^((

*SubscriptBox[\[n\\), \[1\\)] + 1\\)] - Log[F[\[sdata1[\[(\\[j\\)\[i\\)]\\]\[\\[\\[i\\)\[j\\)]\\]]\\)], \[2\\)]\\)],\[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],[Lambda]},WorkingPrecision->5},{j,1,r}];

PC2=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\(

*UnderoverscriptBox[\[Sum], \[i] = 1\\),

SubscriptBox[\[n\\), \[2\\)]]

*SuperscriptBox[\[(Log[i\\^((

*SubscriptBox[\[n\\), \[2\\)] + 1\\)] - Log[F[\[sdata2[\[(\\[j\\)\[i\\)]\\]\[\\[\\[i\\)\[j\\)]\\]]\\)], \[2\\)]\\)],\[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],[Lambda]},WorkingPrecision->5},{j,1,r}];

PC3=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\(

*UnderoverscriptBox[\[Sum], \[i] = 1\\),

SubscriptBox[\[n\\), \[3\\)]]

*SuperscriptBox[\[(Log[i\\^((

*SubscriptBox[\[n\\), \[3\\)] + 1\\)] - Log[F[\[sdata3[\[(\\[j\\)\[i\\)]\\]\[\\[\\[i\\)\[j\\)]\\]]\\)], \[2\\)]\\)],\[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],[Lambda]},WorkingPrecision->5},{j,1,r}];

B ملاحق

[illegible]

```
PC5=Last/@Table[res=NMinimize[{\!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((1\))]]
\*SuperscriptBox[\((Log[i/\((
\*SubscriptBox[\(n\), \((1\)) + 1\)]\) - Log[F\((sdata5[\(\([j]\)\([i]\)\)\([i]\)\([i]\)\([i]\)\)]\),
\((2\))\), \([Theta]>0\&\&\[Lambda]>0\), \([Theta]\), \([Lambda]\), WorkingPrecision->5\), \{j, 1, r\}}];
```

```
PC6=Last/@Table[res=NMinimize[{\!(
\*UnderoverscriptBox[\(\([Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((2\))]]
\*SuperscriptBox[\((Log[i/\((
\*SubscriptBox[\(n\), \((2\)) + 1\)]) - Log[F\((sdata6[\(\([j]\)\([i]\))\(\([i]\)\([i]\)\([i]\))\),
\((2\))\), \([Theta]>0\&\&\[Lambda]>0\),\{[Theta],\[Lambda]\},WorkingPrecision->5\),\{j,1,r\};
```

$$PC7 = \text{Last} / @\text{Table}[res = N\text{Minimize}\left[\frac{\sum_{i=1}^n \log\left(\frac{i}{(F(sdata7[j][i])^{j[i]})^{(i/[i])}})\right)}{(n+1)^3} - \log[F(sdata7[(\theta)^\lambda][i])] \right], \\ \{i, 1, n\}, \{j, 1, r\};$$

```
PC8=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\(
```

B ملاحق

```
\*UnderoverscriptBox[\(\sum\), \(\mathbf{i} = 1\),
SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{4}\)]
\*SuperscriptBox[\((\log[i/\)
\*SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{4}\)] + 1)\) - \log[F[\(sdata8[\(\mathbf{j}\)\(\mathbf{j}\)]\)\(\mathbf{i}\)\(\mathbf{j}\)]\)],
\(\mathbf{2}\)]\), \(\Theta>0\&\Lambda>0\), \{\Theta, \Lambda\}, WorkingPrecision->5, \{j, 1, r\}];
```

```
PC9=Last/@Table[res=NMinimize[\(\)
\*UnderoverscriptBox[\(\sum\), \(\mathbf{i} = 1\),
SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{1}\)]
\*SuperscriptBox[\((\log[i/\)
\*SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{1}\)] + 1)\) - \log[F[\(sdata9[\(\mathbf{j}\)\(\mathbf{j}\)]\)\(\mathbf{i}\)\(\mathbf{j}\)]\)],
\(\mathbf{2}\)]\), \(\Theta>0\&\Lambda>0\), \{\Theta, \Lambda\}, WorkingPrecision->5, \{j, 1, r\}];
```

```
PC10=Last/@Table[res=NMinimize[\(\)
\*UnderoverscriptBox[\(\sum\), \(\mathbf{i} = 1\),
SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{2}\)]
\*SuperscriptBox[\((\log[i/\)
\*SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{2}\)] + 1)\) - \log[F[\(sdata10[\(\mathbf{j}\)\(\mathbf{j}\)]\)\(\mathbf{i}\)\(\mathbf{j}\)]\)],
\(\mathbf{2}\)]\), \(\Theta>0\&\Lambda>0\), \{\Theta, \Lambda\}, WorkingPrecision->5, \{j, 1, r\}];
```

```
PC11=Last/@Table[res=NMinimize[\(\)
\*UnderoverscriptBox[\(\sum\), \(\mathbf{i} = 1\),
SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{3}\)]
\*SuperscriptBox[\((\log[i/\)
\*SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{3}\)] + 1)\) - \log[F[\(sdata11[\(\mathbf{j}\)\(\mathbf{j}\)]\)\(\mathbf{i}\)\(\mathbf{j}\)]\)],
\(\mathbf{2}\)]\), \(\Theta>0\&\Lambda>0\), \{\Theta, \Lambda\}, WorkingPrecision->5, \{j, 1, r\}];
```

```
PC12=Last/@Table[res=NMinimize[\(\)
\*UnderoverscriptBox[\(\sum\), \(\mathbf{i} = 1\),
SubscriptBox[\(\mathbf{n}\), \(\mathbf{4}\)]
```

B ملاحق

*SuperscriptBox[\((Log[i/\((
*SubscriptBox[\(n\), \((4\)) + 1\)]) - Log[F[\(sdata12[\(f\)\(j\)\(j\)\)\(\(f\)\(i\)\(j\)\)]\)],
\(2\)\)], \([Theta]>0\&\&[\Lambda]>0\), {\[Theta], \[Lambda]}, WorkingPrecision->5], {j, 1, r}];

PC13=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((1\))]
*SuperscriptBox[\((Log[i/\((
*SubscriptBox[\(n\), \((1\)) + 1\)]) - Log[F[\(sdata13[\(f\)\(j\)\(j\)\)\(\(f\)\(i\)\(j\)\)]\)],
\(2\)\)], \([Theta]>0\&\&[\Lambda]>0\), {\[Theta], \[Lambda]}, WorkingPrecision->5], {j, 1, r}];

PC14=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((2\))]
*SuperscriptBox[\((Log[i/\((
*SubscriptBox[\(n\), \((2\)) + 1\)]) - Log[F[\(sdata14[\(f\)\(j\)\(j\)\)\(\(f\)\(i\)\(j\)\)]\)],
\(2\)\)], \([Theta]>0\&\&[\Lambda]>0\), {\[Theta], \[Lambda]}, WorkingPrecision->5], {j, 1, r}];

PC15=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((3\))]
*SuperscriptBox[\((Log[i/\((
*SubscriptBox[\(n\), \((3\)) + 1\)]) - Log[F[\(sdata15[\(f\)\(j\)\(j\)\)\(\(f\)\(i\)\(j\)\)]\)],
\(2\)\)], \([Theta]>0\&\&[\Lambda]>0\), {\[Theta], \[Lambda]}, WorkingPrecision->5], {j, 1, r}];

PC16=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((4\))]
*SuperscriptBox[\((Log[i/\((

B ملاحق

$\text{SubscriptBox}[(n), (4)] + 1) - \text{Log}[F[\text{sdata16}[(j)(j)][(i)(j)]]],$
 $(2)], [\Theta] > 0 \& [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\}, \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5, \{j, 1, r\};$

PC17=Last/@Table[res=NMinimize[{!
 $\text{UnderoverscriptBox}[(\text{Sum}), (i = 1),$
 $\text{SubscriptBox}[(n), (1)]$
 $\text{SuperscriptBox}[(\text{Log}[i/(($
 $\text{SubscriptBox}[(n), (1)] + 1) - \text{Log}[F[\text{sdata17}[(j)(j)][(i)(j)]]],$
 $(2)], [\Theta] > 0 \& [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\}, \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5, \{j, 1, r\};$

PC18=Last/@Table[res=NMinimize[{!
 $\text{UnderoverscriptBox}[(\text{Sum}), (i = 1),$
 $\text{SubscriptBox}[(n), (2)]$
 $\text{SuperscriptBox}[(\text{Log}[i/(($
 $\text{SubscriptBox}[(n), (2)] + 1) - \text{Log}[F[\text{sdata18}[(j)(j)][(i)(j)]]],$
 $(2)], [\Theta] > 0 \& [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\}, \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5, \{j, 1, r\};$

PC19=Last/@Table[res=NMinimize[{!
 $\text{UnderoverscriptBox}[(\text{Sum}), (i = 1),$
 $\text{SubscriptBox}[(n), (3)]$
 $\text{SuperscriptBox}[(\text{Log}[i/(($
 $\text{SubscriptBox}[(n), (3)] + 1) - \text{Log}[F[\text{sdata19}[(j)(j)][(i)(j)]]],$
 $(2)], [\Theta] > 0 \& [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\}, \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5, \{j, 1, r\};$

PC20=Last/@Table[res=NMinimize[{!
 $\text{UnderoverscriptBox}[(\text{Sum}), (i = 1),$
 $\text{SubscriptBox}[(n), (4)]$
 $\text{SuperscriptBox}[(\text{Log}[i/(($
 $\text{SubscriptBox}[(n), (4)] + 1) - \text{Log}[F[\text{sdata20}[(j)(j)][(i)(j)]]],$
 $(2)], [\Theta] > 0 \& [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\}, \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5, \{j, 1, r\};$

B ملاحق

```
PC21=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\
\\*UnderoverscriptBox[\\([Sum]\\), \\(i = 1\\),
SubscriptBox[\\(n\\), \\(1\\)]
\\*SuperscriptBox[\\((Log[i/\\(
\\*SubscriptBox[\\(n\\), \\(1\\)] + 1\\)) - Log[F[\\(sdata21[\\([\\(j\\)\\(J\\)]\\)\\([\\(i\\)\\(J\\)]\\)]\\),
\\(2\\)]\\), \\[Theta]>0&&\\[Lambda]>0},{\\[Theta],\\[Lambda]},WorkingPrecision->5},{j,1,r}];
```

```
PC22=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\
\\*UnderoverscriptBox[\\([Sum]\\), \\(i = 1\\),
SubscriptBox[\\(n\\), \\(2\\)]
\\*SuperscriptBox[\\((Log[i/\\(
\\*SubscriptBox[\\(n\\), \\(2\\)] + 1\\)) - Log[F[\\(sdata22[\\([\\(j\\)\\(J\\)]\\)\\([\\(i\\)\\(J\\)]\\)]\\),
\\(2\\)]\\), \\[Theta]>0&&\\[Lambda]>0},{\\[Theta],\\[Lambda]},WorkingPrecision->5},{j,1,r}];
```

```
PC23=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\
\\*UnderoverscriptBox[\\([Sum]\\), \\(i = 1\\),
SubscriptBox[\\(n\\), \\(3\\)]
\\*SuperscriptBox[\\((Log[i/\\(
\\*SubscriptBox[\\(n\\), \\(3\\)] + 1\\)) - Log[F[\\(sdata23[\\([\\(j\\)\\(J\\)]\\)\\([\\(i\\)\\(J\\)]\\)]\\),
\\(2\\)]\\), \\[Theta]>0&&\\[Lambda]>0},{\\[Theta],\\[Lambda]},WorkingPrecision->5},{j,1,r}];
```

```
PC24=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\
\\*UnderoverscriptBox[\\([Sum]\\), \\(i = 1\\),
SubscriptBox[\\(n\\), \\(4\\)]
\\*SuperscriptBox[\\((Log[i/\\(
\\*SubscriptBox[\\(n\\), \\(4\\)] + 1\\)) - Log[F[\\(sdata24[\\([\\(j\\)\\(J\\)]\\)\\([\\(i\\)\\(J\\)]\\)]\\),
\\(2\\)]\\), \\[Theta]>0&&\\[Lambda]>0},{\\[Theta],\\[Lambda]},WorkingPrecision->5},{j,1,r}];
```

```
PC25=Last/@Table[res=NMinimize[{!\\
```

B ملاحق

$$\frac{\sum_{i=1}^n \log\left(\frac{F\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)^{i+1}}{F\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)^i}\right)}{n} - \log\left(F\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)\right)$$
$$\text{PC26} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sum_{j=1}^n \log \left(\frac{F(\lambda_j)}{F(\lambda_i)} \right) \right]$$
[illegible]
$$\text{PC28} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sum_{j=1}^n \log \left(\frac{F(\theta_j)}{F(\theta) + 1} \right) - \log F(\theta) \right]$$

```
PC29=Last/@Table[res=NMinimize[{\!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\mathit{i} = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \(\mathit{1}\)]\)]
```

B ملاحق

```
\*SuperscriptBox[\((Log[i/\((
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((1\)) + 1\)] - Log[F[\(sdata29[\(f\)\(j\)\(j\)\)\(f\)\(i\)\(j\)\)]\),
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\(2\)\)\), \[Theta]>0&\&[\Lambda]>0\}, {\[Theta], \[Lambda]}, WorkingPrecision->5], {j, 1, r}];
```

```
PC30=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
```

$$\sum_{i=1}^n$$

```
SubscriptBox[\(n\), \((2\))]
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((2\)) + 1\)] - Log[F[\(sdata30[\(f\)\(j\)\(j\)\)\(f\)\(i\)\(j\)\)]\),
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\(2\)\)\), \[Theta]>0&\&[\Lambda]>0\}, {\[Theta], \[Lambda]}, WorkingPrecision->5], {j, 1, r}];
```

```
PC31=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
```

$$\sum_{i=1}^n$$

```
SubscriptBox[\(n\), \((3\))]
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((3\)) + 1\)] - Log[F[\(sdata31[\(f\)\(j\)\(j\)\)\(f\)\(i\)\(j\)\)]\),
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\(2\)\)\), \[Theta]>0&\&[\Lambda]>0\}, {\[Theta], \[Lambda]}, WorkingPrecision->5], {j, 1, r}];
```

```
PC32=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
```

$$\sum_{i=1}^n$$

```
SubscriptBox[\(n\), \((4\))]
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((4\)) + 1\)] - Log[F[\(sdata32[\(f\)\(j\)\(j\)\)\(f\)\(i\)\(j\)\)]\),
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\(2\)\)\), \[Theta]>0&\&[\Lambda]>0\}, {\[Theta], \[Lambda]}, WorkingPrecision->5], {j, 1, r}];
```

```
PC33=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
```

$$\sum_{i=1}^n$$

```
SubscriptBox[\(n\), \((1\))]
```

$$\frac{1}{n} \log \left(\frac{F(\theta, \lambda)}{F(\theta, \lambda)} \right) - \log F(\theta, \lambda)$$

B ملاحق

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((1\)) + 1\)] - Log[F[\(sdata33[\(f\)\(j\)\(l\)\)\(f\)\(i\)\(j\)]\)\),
\((2\))\), \[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]},WorkingPrecision->4,{j,1,r}];
```

```
PC34=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((2\))]]
\*SuperscriptBox[\((Log[i/\(
\*SubscriptBox[\(n\), \((2\)) + 1\)] - Log[F[\(sdata34[\(f\)\(j\)\(l\)\)\(f\)\(i\)\(j\)]\)\),
\((2\))\), \[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]},WorkingPrecision->5,{j,1,r}];
```

```
PC35=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((3\))]]
\*SuperscriptBox[\((Log[i/\(
\*SubscriptBox[\(n\), \((3\)) + 1\)] - Log[F[\(sdata35[\(f\)\(j\)\(l\)\)\(f\)\(i\)\(j\)]\)\),
\((2\))\), \[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]},WorkingPrecision->5,{j,1,r}];
```

```
PC36=Last/@Table[res=NMinimize[{!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \((4\))]]
\*SuperscriptBox[\((Log[i/\(
\*SubscriptBox[\(n\), \((4\)) + 1\)] - Log[F[\(sdata36[\(f\)\(j\)\(l\)\)\(f\)\(i\)\(j\)]\)\),
\((2\))\), \[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]},WorkingPrecision->5,{j,1,r}];
```

```
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$ METHOD of MPS \
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
```

ملحق B

```
MPS1=Last/@Table[res=NMaximize[{Log[(F[sdata1[[j]]][1]]*S[sdata1[[j]]][Subscript[n, 1]]]}*(\!\(
```

$$\prod_{i=2}^n$$
$$\frac{F(sdata1[\{(\lambda)\{j\}\{i\}\}] - F(sdata1[\{(\lambda)\{j\}\{i-1\}\}])}{(Subscript[n, 1]+1)), \{Theta>0 \& Subscript[\lambda, 1]>0\}, \{Theta, \lambda\} \in Disk[], AccuracyGoal->4, \{j, 1, r\};$$

```
MPS2=Last/@Table[res=NMaximize[{{(F[sdata2[[j]]][[1]])*S[sdata2[[j]][[Subscript[n, 2]]]}*(\!\(
```

$$\prod_{i=2}^n$$
$$\frac{F(s_2(i,j)) - F(s_2(i-1,j))}{(2^{n+1})^{\Theta}} \geq \frac{1}{2^{n+1}}$$

```
MPS3=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata3[[j]]][[1]])*S[sdata3[[j]][[Subscript[n, 3]]])*(!\(\
```

$$\prod_{i=2}^n$$
$$\frac{F(sdata3[(i) \setminus (j) \setminus (l)]) - F(sdata3[(i) \setminus (j) \setminus (l)](i - 1))}{(Subscript[n, 3] + 1)}, \Theta > 0 \& \text{Subscript}[\Lambda, 1] \geq \Lambda > 0, f[\Theta, \Lambda] \in \text{Element}[\text{Disk}], \text{AccuracyGoal} \rightarrow 4, \{j, 1, r\};$$

```
MPS4=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata4[[j]]][[1]])*S[sdata4[[j]][[Subscript[n, 4]]]]*(\!\(
```

$$\prod_{i=2}^n$$
$$\frac{F(s_4(j)) - F(s_4(i-1))}{(Subscript[n, 4] + 1)^{\Theta}} \cdot \lambda$$

```
MPS5=Last/@Table[res=NMaximize[{{F[sdata5[[j]][[1]]]*S[sdata5[[j]][[Subscript[n, 1]]]}*!\(
```

$$\prod_{i=2}^n$$
$$\text{SubscriptBox}[n, (1)] \frac{1}{(F[sdata5[(j)]][i)] - F[sdata5[(j)][i - 1]]}^{(1/\text{Subscript}[n,$$

B ملاحق

1]+1)),\[Theta]>0&&Subscript\[Lambda],
2]>=\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]}\[Element]Disk[],WorkingPrecision->5},{j,1,r});

MPS6=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata6[[j]][[1]])*S[sdata6[[j]][[Subscript[n, 2]]])!\[
*UnderoverscriptBox[\[Product], \[i = 2\],
SubscriptBox[\[n], \[2\]]]\[(F\[sdata6[\[i\]\[j\]\[i\]]\[i\]\[i\]\[i\]] -
F\[sdata6[\[i\]\[j\]\[i\]]\[i\]\[i - 1\]\[i\]]\)\)\]^(1/(Subscript[n,
2]+1)),\[Theta]>0&&Subscript\[Lambda],
2]>=\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]}\[Element]Disk[],WorkingPrecision->5},{j,1,r});

MPS7=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata7[[j]][[1]])*S[sdata7[[j]][[Subscript[n, 3]]])!\[
*UnderoverscriptBox[\[Product], \[i = 2\],
SubscriptBox[\[n], \[3\]]]\[(F\[sdata7[\[i\]\[j\]\[i\]]\[i\]\[i\]\[i\]] -
F\[sdata7[\[i\]\[j\]\[i\]]\[i\]\[i - 1\]\[i\]]\)\)\]^(1/(Subscript[n,
3]+1)),\[Theta]>0&&Subscript\[Lambda],
2]>=\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]}\[Element]Disk[],WorkingPrecision->5},{j,1,r});

MPS8=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata8[[j]][[1]])*S[sdata8[[j]][[Subscript[n, 4]]])!\[
*UnderoverscriptBox[\[Product], \[i = 2\],
SubscriptBox[\[n], \[4\]]]\[(F\[sdata8[\[i\]\[j\]\[i\]]\[i\]\[i\]\[i\]] -
F\[sdata8[\[i\]\[j\]\[i\]]\[i\]\[i - 1\]\[i\]]\)\)\]^(1/(Subscript[n,
4]+1)),\[Theta]>0&&Subscript\[Lambda],
2]>=\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]}\[Element]Disk[],WorkingPrecision->5},{j,1,r});

MPS9=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata9[[j]][[1]])*S[sdata9[[j]][[Subscript[n, 1]]])!\[
*UnderoverscriptBox[\[Product], \[i = 2\],
SubscriptBox[\[n], \[1\]]]\[(F\[sdata9[\[i\]\[j\]\[i\]]\[i\]\[i\]\[i\]] -
F\[sdata9[\[i\]\[j\]\[i\]]\[i\]\[i - 1\]\[i\]]\)\)\]^(1/(Subscript[n,
1]+1)),\[Theta]>0&&Subscript\[Lambda],
3]>=\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]}\[Element]Disk[],WorkingPrecision->5},{j,1,r});

MPS10=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata10[[j]][[1]])*S[sdata10[[j]][[Subscript[n, 2]]])!\[
*UnderoverscriptBox[\[Product], \[i = 2\],

B ملاحق

SubscriptBox[(n), (2)] \ ((F[sdata10[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$F[sdata10[(j)]]) \ ((F[(i - 1)])) \))^{1/(Subscript[n, 2] + 1)}, [\Theta] > 0 \&\& Subscript[\Lambda, 3] > = [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\} \backslash [Element] Disk[], WorkingPrecision -> 5, \{j, 1, r\};$$

MPS11=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata11[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$\backslash * UnderoverscriptBox[(\backslash [Product]), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (3)] \ ((F[sdata11[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$F[sdata11[(j)]]) \ ((F[(i - 1)])) \))^{1/(Subscript[n, 3] + 1)}, [\Theta] > 0 \&\& Subscript[\Lambda, 3] > = [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\} \backslash [Element] Disk[], WorkingPrecision -> 5, \{j, 1, r\};$$

MPS12=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata12[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$\backslash * UnderoverscriptBox[(\backslash [Product]), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (4)] \ ((F[sdata12[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$F[sdata12[(j)]]) \ ((F[(i - 1)])) \))^{1/(Subscript[n, 4] + 1)}, [\Theta] > 0 \&\& Subscript[\Lambda, 3] > = [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\} \backslash [Element] Disk[], WorkingPrecision -> 5, \{j, 1, r\};$$

MPS13=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata13[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$\backslash * UnderoverscriptBox[(\backslash [Product]), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (1)] \ ((F[sdata13[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$F[sdata13[(j)]]) \ ((F[(i - 1)])) \))^{1/(Subscript[n, 1] + 1)}, [\Theta] > 0 \&\& Subscript[\Lambda, 1] > = [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\} \backslash [Element] Disk[], WorkingPrecision -> 5, \{j, 1, r\};$$

MPS14=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata14[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$\backslash * UnderoverscriptBox[(\backslash [Product]), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (2)] \ ((F[sdata14[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

$$F[sdata14[(j)]]) \ ((F[(i - 1)])) \))^{1/(Subscript[n, 2] + 1)}, [\Theta] > 0 \&\& Subscript[\Lambda, 1] > = [\Lambda] > 0, \{[\Theta], [\Lambda]\} \backslash [Element] Disk[], WorkingPrecision -> 5, \{j, 1, r\};$$

MPS15=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata15[(j)]]) \ ((F[(i)])) -

B ملاحق

```

\*UnderoverscriptBox[\(\[Product]\), \(\mathit{i} = 2\),
SubscriptBox[\(\mathit{n}\), \(\mathit{3}\)] \(\big(F[\(\mathit{sdata15}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)] -
F[\(\mathit{sdata15}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i} - 1\)\(\mathit{j}\)]\])\)\)^{1/(\mathit{Subscript}[\mathit{n},
3]+1)},\[\Theta\]>0\&\&\mathit{Subscript}[\mathit{\Lambda},
1]\geq\mathit{\Lambda}>0\},\{\mathit{\Theta},\mathit{\Lambda}\}\backslash[\mathit{Element}]\mathit{Disk}[],\mathit{WorkingPrecision}\rightarrow 5,\{\mathit{j},1,\mathit{r}\};

MPS16=Last/@Table[res=NMaximize[{\(F[\mathit{sdata16}[\mathit{j}][[1]]\)*S[\mathit{sdata16}[\mathit{j}][[\mathit{Subscript}[\mathit{n}, 4]]]\)}\!\\
\*UnderoverscriptBox[\(\[Product]\), \(\mathit{i} = 2\),
SubscriptBox[\(\mathit{n}\), \(\mathit{4}\)] \(\big(F[\(\mathit{sdata16}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)] -
F[\(\mathit{sdata16}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i} - 1\)\(\mathit{j}\)]\])\)\)^{1/(\mathit{Subscript}[\mathit{n},
4]+1)},\[\Theta\]>0\&\&\mathit{Subscript}[\mathit{\Lambda},
1]\geq\mathit{\Lambda}>0\},\{\mathit{\Theta},\mathit{\Lambda}\}\backslash[\mathit{Element}]\mathit{Disk}[],\mathit{WorkingPrecision}\rightarrow 5,\{\mathit{j},1,\mathit{r}\};

MPS17=Last/@Table[res=NMaximize[{\(F[\mathit{sdata17}[\mathit{j}][[1]]\)*S[\mathit{sdata17}[\mathit{j}][[\mathit{Subscript}[\mathit{n}, 1]]]\)}\!\\
\*UnderoverscriptBox[\(\[Product]\), \(\mathit{i} = 2\),
SubscriptBox[\(\mathit{n}\), \(\mathit{1}\)] \(\big(F[\(\mathit{sdata17}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)] -
F[\(\mathit{sdata17}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i} - 1\)\(\mathit{j}\)]\])\)\)^{1/(\mathit{Subscript}[\mathit{n},
1]+1)},\[\Theta\]>0\&\&\mathit{Subscript}[\mathit{\Lambda},
2]\geq\mathit{\Lambda}>0\},\{\mathit{\Theta},\mathit{\Lambda}\}\backslash[\mathit{Element}]\mathit{Disk}[],\mathit{WorkingPrecision}\rightarrow 5,\{\mathit{j},1,\mathit{r}\};

MPS18=Last/@Table[res=NMaximize[{\(F[\mathit{sdata18}[\mathit{j}][[1]]\)*S[\mathit{sdata18}[\mathit{j}][[\mathit{Subscript}[\mathit{n}, 2]]]\)}\!\\
\*UnderoverscriptBox[\(\[Product]\), \(\mathit{i} = 2\),
SubscriptBox[\(\mathit{n}\), \(\mathit{2}\)] \(\big(F[\(\mathit{sdata18}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)] -
F[\(\mathit{sdata18}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i} - 1\)\(\mathit{j}\)]\])\)\)^{1/(\mathit{Subscript}[\mathit{n},
2]+1)},\[\Theta\]>0\&\&\mathit{Subscript}[\mathit{\Lambda},
2]\geq\mathit{\Lambda}>0\},\{\mathit{\Theta},\mathit{\Lambda}\}\backslash[\mathit{Element}]\mathit{Disk}[],\mathit{WorkingPrecision}\rightarrow 5,\{\mathit{j},1,\mathit{r}\};

MPS19=Last/@Table[res=NMaximize[{\(F[\mathit{sdata19}[\mathit{j}][[1]]\)*S[\mathit{sdata19}[\mathit{j}][[\mathit{Subscript}[\mathit{n}, 3]]]\)}\!\\
\*UnderoverscriptBox[\(\[Product]\), \(\mathit{i} = 2\),
SubscriptBox[\(\mathit{n}\), \(\mathit{3}\)] \(\big(F[\(\mathit{sdata19}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)] -
F[\(\mathit{sdata19}[\(\mathit{i}\)\(\mathit{j}\)]\)]\)[\(\mathit{i} - 1\)\(\mathit{j}\)]\])\)\)^{1/(\mathit{Subscript}[\mathit{n},
3]+1)},\[\Theta\]>0\&\&\mathit{Subscript}[\mathit{\Lambda},
2]\geq\mathit{\Lambda}>0\},\{\mathit{\Theta},\mathit{\Lambda}\}\backslash[\mathit{Element}]\mathit{Disk}[],\mathit{WorkingPrecision}\rightarrow 5,\{\mathit{j},1,\mathit{r}\};

```

B ملاحق

$$\text{MPS}_{20} = \text{Last}/\text{@Table}[\text{res}=\text{NMaximize}\{\{(F[\text{sdata}_{20}[j]][[1]]) * S[\text{sdata}_{20}[j]][[\text{Subscript}[n, 4]]]\} \backslash !(\backslash * \text{UnderoverscriptBox}[(\backslash (\text{Product})], (i=2)),$$

$$\text{SubscriptBox}[(n), (4)] \backslash ((F[\text{sdata}_{20}[(\backslash (\backslash (j) \backslash ([\backslash)])] \backslash (\backslash (\backslash (i) \backslash ([\backslash)])] - F[\text{sdata}_{20}[(\backslash (\backslash (j) \backslash ([\backslash)])] \backslash (\backslash (\backslash (i-1) \backslash ([\backslash)])] \backslash)])^{(1/(\text{Subscript}[n, 4]+1))}, [\Theta]>0 \&\& \text{Subscript}[(\Lambda), 2]) >=(\Lambda)>0\}, \{\Theta, [\Lambda]\} \backslash [\text{Element}] \text{Disk[], WorkingPrecision->5, \{j, 1, r\};$$
$$\text{MPS21} = \text{Last}/\text{@Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{ \{ \text{F}[\text{sdata21}[\text{j}]] \{1\} \} * \text{S}[\text{sdata21}[\text{j}]] [\text{Subscript}[n, 1]] \} \backslash \{ \text{UnderoverscriptBox}[\backslash \{ \text{Product} \}, \text{j} = 2 \backslash], \text{SubscriptBox}[\backslash \{ n \}, \text{j} \} \backslash \{ \{ \text{F}[\text{sdata21}[\text{j}] \} \{ \text{Subscript}[n, 1] \} \} - \text{F}[\text{sdata21}[\text{j}] \} \{ \text{Subscript}[n, 1] \} \} \} \wedge 1 / (\text{Subscript}[n, 1] + 1)), \{ \text{Theta} \} > 0 \& \& \text{Subscript}[\text{Lambda}, 3] > \text{Subscript}[\text{Lambda}, 0] \}, \{ \text{Theta} \}, \{ \text{Lambda} \} \} \text{Element Disk}[], \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5, \{ \text{j}, 1, \text{r} \}];$$
$$\begin{aligned} \text{MPS22} &= \text{Last}/\text{@Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{(F[\text{sdata22}[\text{j}]]^{[1]}) * S[\text{sdata22}[\text{j}]]^{[\text{Subscript}[n, 2]]}\} \backslash \\ &\quad \backslash * \text{UnderoverscriptBox}[\backslash(\backslash[\text{Product}]\backslash), \backslash(i = 2\backslash), \\ &\quad \text{SubscriptBox}[\backslash(n\backslash), \backslash(2\backslash)] \backslash \backslash ((F[\backslash(\text{sdata22}[\backslash(\backslash\backslash(j)\backslash\backslash)]) \backslash(\backslash\backslash(i)\backslash\backslash)]) - \\ &\quad F[\backslash(\text{sdata22}[\backslash(\backslash\backslash(j)\backslash\backslash)]) \backslash(\backslash\backslash(i - 1)\backslash\backslash)]) \backslash\backslash)^{1/(\text{Subscript}[n, \\ &\quad 2] + 1)) \backslash(\text{Theta}] > 0 \&\& \text{Subscript}[\backslash[\text{Lambda}], \\ &\quad 3] > \backslash[\text{Lambda}] > 0\}, \backslash\{\text{Theta}\}, \backslash[\text{Lambda}]\} \backslash[\text{Element}] \text{Disk}[], \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5\}, \{j, 1, r\}; \end{aligned}$$
[illegible]
$$\text{MPS24} = \text{Last}/\text{@Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{ \{ \text{F}[\text{sdata24}[\text{j}]]^{\text{[1]}} \} \} \text{S}[\text{sdata24}[\text{j}]]^{\text{[Subscript[n, 4]]}} \} \} \backslash \backslash$$

$$\backslash * \text{UnderoverscriptBox}[\backslash \backslash [\text{Product}] \backslash \backslash, \backslash (i = 2 \backslash \backslash,$$

$$\text{SubscriptBox}[\backslash (n \backslash \backslash), \backslash (4 \backslash \backslash)] \backslash \backslash ((\text{F}[\backslash (\text{sdata24}[\backslash (\backslash \backslash (j) \backslash \backslash (j) \backslash \backslash)] \backslash \backslash (\backslash (\backslash \backslash (i) \backslash \backslash (j) \backslash \backslash)] -$$

$$\text{F}[\backslash (\text{sdata24}[\backslash (\backslash \backslash (j) \backslash \backslash (j) \backslash \backslash)] \backslash \backslash (\backslash \backslash (i - 1) \backslash \backslash (j) \backslash \backslash)] \backslash \backslash)^{1/(\text{Subscript[n, 4] + 1})}, \backslash [\text{Theta}] > 0 \& \& \text{Subscript}[\backslash [\text{Lambda}],$$

$$3] > \backslash [\text{Lambda}] > 0 \& \& \backslash [\text{Theta}], \backslash [\text{Lambda}]\} \backslash [\text{Element}] \text{Disk}[], \text{WorkingPrecision} > 5 \& \& \{j, 1, r\};$$

B ملاحق

$$\text{MPS25} = \text{Last}/\text{@Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{(\text{F}[\text{sdata25}[\text{j}]]^{1/\text{Subscript}[n, 1]}) * \text{S}[\text{sdata25}[\text{j}]]^{1/\text{Subscript}[n, 1]}\}, \{i = 2\}], \text{SubscriptBox}[\text{n}, 1]] - \text{F}[\text{sdata25}[\text{j}]]^{1/\text{Subscript}[n, 1] + 1} \text{Theta} > 0 \& \& \text{Subscript}[\text{Lambda}, 1] > \text{Lambda} > 0\}, \{\text{Theta}, \text{Lambda}\}, \text{Element}[\text{Disk}], \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5, \{j, 1, r\};$$
$$\text{MPS26} = \text{Last}/\text{@Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{(\text{F}[\text{sdata26}[\text{j}]]^{1/\text{Subscript}[\text{n}, 2]}) * \text{S}[\text{sdata26}[\text{j}]]^{1/\text{Subscript}[\text{n}, 2]}\}], \{j, 1, \text{r}\}];$$
$$\text{MPS27} = \text{Last}/\text{@Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{(F[\text{sdata27}[\text{j}]]^{[1]}) * S[\text{sdata27}[\text{j}]]^{[\text{Subscript}[n, 3]]}\} \backslash \{ \backslash * \text{UnderoverscriptBox}[\backslash \{ \backslash [\text{Product}] \}, \backslash (i = 2 \backslash), \text{SubscriptBox}[\backslash (n \backslash), \backslash (3 \backslash)] \backslash \{ ((F[\backslash (\text{sdata27}[\backslash (\backslash \backslash (j) \backslash (\backslash \backslash)) \backslash (\backslash \backslash (i) \backslash (\backslash \backslash)) - F[\backslash (\text{sdata27}[\backslash (\backslash \backslash (j) \backslash (\backslash \backslash)) \backslash (\backslash \backslash (i - 1) \backslash (\backslash \backslash)) \backslash \backslash])^{1/(\text{Subscript}[n, 3] + 1)}), \backslash [\text{Theta}] > 0 \& \& \text{Subscript}[\backslash [\text{Lambda}], 1] > \backslash [\text{Lambda}] > 0 \}, \backslash [\text{Theta}], \backslash [\text{Lambda}]] \backslash [\text{Element}] \text{Disk}[], \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5 \}, \{j, 1, r\}];$$
[illegible]
$$\text{MPS29} = \text{Last} / @\text{Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{(\text{F}[\text{sdata29}[[j]][[1]]) * \text{S}[\text{sdata29}[[j]][[\text{Subscript}[n, 1]]]] \setminus (\text{Product}[\text{S}[\text{sdata29}[[j]][[i]], \{i, 2, n\}])\}, \{j, 1, \text{Length}[\text{sdata29}]\}], \{i = 2, n\},$$

B ملاحق

SubscriptBox[(n), (1)] \ ((F[sdata29[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$F[sdata29[(i)](j)](l)^{1/(Subscript[n, 1]+1)}, \{[Theta]>0 \& \& [Lambda]>0\}, \{[Theta], [Lambda]\}, WorkingPrecision->5\}, \{j, 1, r\};$$

MPS30=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata30[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$\text{*UnderoverscriptBox}[(\text{\[Product]}), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (2)] \ ((F[sdata30[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$F[sdata30[(i)](j)](l)^{1/(Subscript[n, 2]+1)}, \{[Theta]>0 \& \& [Lambda]>0\}, \{[Theta], [Lambda]\}, WorkingPrecision->5\}, \{j, 1, r\};$$

MPS31=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata31[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$\text{*UnderoverscriptBox}[(\text{\[Product]}), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (3)] \ ((F[sdata31[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$F[sdata31[(i)](j)](l)^{1/(Subscript[n, 3]+1)}, \{[Theta]>0 \& \& [Lambda]>0\}, \{[Theta], [Lambda]\}, WorkingPrecision->5\}, \{j, 1, r\};$$

MPS32=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata32[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$\text{*UnderoverscriptBox}[(\text{\[Product]}), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (4)] \ ((F[sdata32[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$F[sdata32[(i)](j)](l)^{1/(Subscript[n, 4]+1)}, \{[Theta]>0 \& \& [Lambda]>0\}, \{[Theta], [Lambda]\}, WorkingPrecision->5\}, \{j, 1, r\};$$

MPS33=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata33[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$\text{*UnderoverscriptBox}[(\text{\[Product]}), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (1)] \ ((F[sdata33[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$F[sdata33[(i)](j)](l)^{1/(Subscript[n, 1]+1)}, \{[Theta]>0 \& \& [Lambda]>0\}, \{[Theta], [Lambda]\}, WorkingPrecision->4\}, \{j, 1, r\};$$

MPS34=Last/@Table[res=NMaximize[{(F[sdata34[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$\text{*UnderoverscriptBox}[(\text{\[Product]}), (i = 2),$$

SubscriptBox[(n), (2)] \ ((F[sdata34[(i)](j)](l)](i)(j)) -

$$F[sdata34[(i)](j)](l)^{1/(Subscript[n, 2]+1)}, \{[Theta]>0 \& \& [Lambda]>0\}, \{[Theta], [Lambda]\}, WorkingPrecision->4\}, \{j, 1, r\};$$

B ملاحق

```
2j+1)),\[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]},WorkingPrecision->5,MaxIterations-
>1000},{j,1,r});
```

$$\text{MPS35} = \text{Last} / @\text{Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{(F[\text{sdata35}[\text{j}]]^{[1]}) * S[\text{sdata35}[\text{j}]]^{[\text{Subscript}[n, 3]]}\} \backslash \{ \backslash * \text{UnderoverscriptBox}[\backslash (\backslash [\text{Product}]), \backslash (i = 2 \backslash), \text{SubscriptBox}[\backslash (n \backslash), \backslash (3 \backslash)] \} \backslash \{ (F[\backslash (\text{sdata35}[\backslash (\backslash (\text{j}) \backslash (\text{j}) \backslash (\text{j}) \backslash (\text{j}) \backslash (\text{j}) \backslash (i) \backslash (\text{j})]) - F[\backslash (\text{sdata35}[\backslash (\backslash (\text{j}) \backslash (\text{j}) \backslash (\text{j}) \backslash (\text{j}) \backslash (i - 1) \backslash (\text{j})]) \backslash \backslash])^{(1/(\text{Subscript}[n, 3] + 1))}, \backslash [\text{Theta}] > 0 \& \& \backslash [\text{Lambda}] > 0 \}, \backslash [\text{Theta}], \backslash [\text{Lambda}], \text{WorkingPrecision} \rightarrow 5 \}, \{1, 1, r\}];$$
$$\text{MPS36} = \text{Last}/\text{@Table}[\text{res} = \text{NMaximize}[\{(F[\text{sdata36}[[j]][[1]]] * S[\text{sdata36}[[j]][[\text{Subscript}[n, 4]]]) \setminus (\prod_{i=2}^4 \text{UnderoverscriptBox}[\setminus, \setminus]{\text{Product}}\}) - F[\setminus(\text{sdata36}[\setminus(\setminus)(j)\setminus(\setminus)]\setminus(\setminus)(i)\setminus(\setminus)] - F[\setminus(\text{sdata36}[\setminus(\setminus)(j)\setminus(\setminus)]\setminus(\setminus)(i-1)\setminus(\setminus)]\setminus)\setminus)^{1/(\text{Subscript}[n, 4]+1)}), \setminus{\text{Theta}} > 0 \& \& \setminus{\text{Lambda}} > 0\}, \setminus{\text{Theta}}, \setminus{\text{Lambda}}, \text{WorkingPrecision} \rightarrow 4\}, \{j, 1, r\}];$$

B ملاحق

ثانيا: برنامج الجانب التطبيقي :

```
In[1]:= Clear[all]
```

```
In[2]:= <<Optimization`UnconstrainedProblems`
```

```
In[3]:= dist\[Theta]_\[Lambda]_ = ProbabilityDistribution[(\[Theta]^3 \[Lambda]
E^(-\[Theta] \[Lambda] x) (1+\[Lambda]^2
x^2))/(\[Theta]^2+2),{x,0,\[Infinity]},Assumptions->\[Theta]>0&&\[Lambda]>0];
```

```
In[36]:= Akashdist\[Theta]_ = ProbabilityDistribution[(\[Theta]^3 E^(-\[Theta] x)
(1+x^2))/(\[Theta]^2+2),{x,0,\[Infinity]},Assumptions->\[Theta]>0];
```

```
In[5]:= F[x_] := 1 + (E^(-x \[Theta] \[Lambda]) (-2 - \[Theta] (\[Theta] + 2 x
\[Lambda] + x^2 \[Theta] \[Lambda]^2)))/(2 + \[Theta]^2)
```

```
In[6]:= S[x_] := (E^(-x \[Theta] \[Lambda]) (2 + \[Theta] (\[Theta] + 2 x \[Lambda] + x^2
\[Theta] \[Lambda]^2)))/(2 + \[Theta]^2);
```

```
In[8]:= mdata = data/30//N;
```

```
In[9]:= ndata = Partition[mdata, 10, 10, 1, Nothing];
```

```
In[10]:= Text@Grid[ndata, Frame -> All]
```

```
Out[10]= Text[
```

```
Grid[CompressedData{
```

ملحق B

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|-------|
| 32.27 | 53.37 | 44.53 | 145.60 | 43.20 | 24.90 | 20.20 | 20.97 | 23.20 | 13.63 |
| 66.07 | 82.40 | 14.77 | 75.80 | 36.73 | 76.67 | 144.77 | 84.47 | 85.87 | 70.90 |
| 80.53 | 34.00 | 59.63 | 7.70 | 45.13 | 39.90 | 71.10 | 39.67 | 71.83 | 41.63 |
| 56.23 | 69.60 | 70.97 | 5.77 | 67.20 | 10.40 | 35.60 | 49.73 | 41.43 | 32.40 |
| 26.07 | 26.57 | 70.03 | 74.23 | 63.83 | 87.37 | 37.80 | 31.50 | 70.80 | 10.90 |
| 55.47 | 111.97 | 26.93 | 83.63 | 56.70 | 44.97 | 65.40 | 43.33 | 61.07 | 30.77 |
| 75.10 | 112.67 | 14.67 | 112.23 | 58.47 | 53.80 | 72.13 | 57.33 | 8.50 | 2.37 |
| 4.83 | 15.13 | 34.83 | 3.83 | 39.67 | 13.63 | 34.37 | 112.67 | 49.90 | 89.80 |
| 54.70 | 113.80 | 33.73 | 29.87 | 64.47 | 80.30 | 56.27 | 64.83 | 3.00 | 79.07 |
| 5.63 | 18.57 | 80.13 | 65.77 | 47.10 | 55.50 | 4.13 | 15.90 | 45.57 | 18.17 |
| 33.10 | 23.57 | 70.00 | 56.17 | 12.57 | 48.17 | 56.83 | 68.77 | 60.63 | 60.83 |
| 46.13 | 22.30 | 35.37 | 95.87 | 16.87 | 2.57 | 47.23 | 6.43 | 60.40 | 70.20 |
| 17.03 | 66.93 | 131.67 | 60.40 | 19.20 | 17.33 | 99.00 | 23.13 | 108.83 | 43.60 |
| 51.20 | 22.73 | 2.27 | 14.03 | 6.67 | 17.47 | 19.47 | 6.67 | 59.43 | 39.53 |
| 32.93 | 52.97 | 67.83 | 107.47 | 58.83 | 55.97 | 21.50 | 18.77 | 50.43 | 46.33 |
| 49.40 | 19.37 | 35.57 | 33.50 | 24.20 | 8.27 | 23.43 | 4.13 | 17.83 | 22.57 |
| 10.37 | 9.77 | 5.30 | 37.80 | 7.87 | 35.13 | 3.60 | 82.20 | 29.47 | 3.60 |
| 131.73 | 27.47 | 22.37 | 9.87 | 40.93 | 39.77 | 24.03 | 69.90 | 32.17 | 17.07 |
| 51.47 | 13.80 | 76.00 | 60.40 | 16.20 | 16.07 | 13.27 | 28.80 | 1.33 | 10.87 |
| 32.53 | 7.20 | 101.10 | 79.00 | 14.07 | 18.67 | 78.93 | 66.70 | 26.00 | 0.87 |

Frame -> All]]

```
In[11]:= sdata=Sort[mdata];
```

```
In[12]:= n=Length[mdata];
```

```
In[13]:= PC[\[Theta]_,\[Lambda]_]:=!(\
*\UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\), \((n)\)]
*\SuperscriptBox[\((Log[i/\((n + 1)\)] - Log[F[sdata[\(\[i]\)\(\[j]\)])])\), \((2)\)]\);
```

```
In[14]:= MPS[\[Theta]_,\[Lambda]_]:= (F[sdata[[1]]]*F[sdata[[n]]]*!(\
*\UnderoverscriptBox[\(\[Product]\), \((i = 2)\), \((n)\)] \((F[sdata[\(\[i]\)\(\[j]\)]) - F[sdata[\(\[i]\)\(\[j - 1]\)\(\[j]\)])])^(1/(n+1))\);
```

```
In[15]:= estmIm=
```

```
FindDistributionParameters[mdata,dist[\[Theta],\[Lambda]],ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}]
```

ملحق B

```
In[17]:=
estpc=Last@NMinimize[{PC[\[Theta],\[Lambda]],\[Theta]>0&&\[Lambda]>0},{\[Theta],\[Lambda]}
```

$$\ln[18] := \text{estmps} = \text{Last} @ \text{NMaximize}[\{((F[\text{mdata}[1]]) * (S[\text{mdata}[n]])) * (\prod_{i=2}^n ((F[\text{mdata}[(i)]]) - F[\text{mdata}[(i-1)]])^{1/(n+1)}), \{\text{Theta} > 0 \& \& [\text{Lambda}] > 0 \& \& [\text{Theta}] + [\text{Lambda}] == .9\}, \{\text{Theta}, [\text{Lambda}]\}$$

```
In[19]:=
DistributionFitTest[mdata,dist\[Theta],[Lambda]],{"TestDataTable",{"AndersonDarling","CramerVonMi
ses","KolmogorovSmirnov"}}]//Quiet
```

```
In[43]:= estAK=FindDistributionParameters[mdata,Akashdist\[Theta]]
```

```
In[44]:=
DistributionFitTest[mdata,Akashdist[\[Theta]]/.estAK,{"TestDataTable",{"AndersonDarling","CramerVon
Mises","KolmogorovSmirnov"}}]//Quiet
```

```
In[45]:= estexp=FindDistributionParameters[mdata,ExponentialDistribution[\[Lambda]]]
```

```
In[46]:=
DistributionFitTest[mdata,ExponentialDistribution[\[Lambda]]/.estexp,{"TestDataTable","AndersonDarling",
"CramerVonMises","KolmogorovSmirnov"}]//Quiet
```

```
In[21]:= ProbabilityPlot[mdata,dist\[Theta],\[Lambda]]/.estmIm,PlotStyle-  
>Directive[PointSize[Medium],Red],ReferenceLineStyle->Directive[Dashing[{}], Dashed],PlotTheme-  
>"Detailed",ImageSize->500]
```

```
In[49]:= Show[Histogram[mdata, Automatic, "PDF", ImageSize -> 500, ChartStyle -> Hue[.22]],  
Plot[{PDF[dist[\[Theta], \[Lambda]]/.estmps, x], PDF[Akashdist[\[Theta]]/.estAK, x], PDF[ExponentialDistrib  
ution[\[Lambda]]/.estexp, x]}, {x, 0, 146}, PlotRange -> Full,  
{Frame -> False, PlotRange -> Full, PlotLegends -> Placed[{"AK-E Dist", "AK Dist", "Exp Dist"}, Center],  
PlotStyle -> Thick, Mesh -> Full, PlotTheme -> "Web"}]]
```

B ملاحق

```
In[58]:= {Plot[{CDF[ScriptCapitalD,x],CDF[dist[Theta],[Lambda]]/.estmlm,x},{x,0,146},{Frame->True,ImageSize->500,PlotRange->Full,PlotLegends->Placed[{"Empirical","AK-Exp"},Center]},Exclusions->None,PlotStyle->{Thick,Red},Filling->{1->{2}}],
```

```
Plot[{SurvivalFunction[ScriptCapitalD,x],SurvivalFunction[dist[Theta],[Lambda]]/.estmlm,x},{x,0,146},{Frame->True,ImageSize->500,PlotRange->Full,PlotLegends->Placed[{"Empirical","AK-Exp"},Center]},Exclusions->None,PlotStyle->{Thick,Red},Filling->{1->{2}}}]
```

```
In[29]:= TableForm[#[ScriptCapitalD]]&/@{Mean,Variance,Skewness,Kurtosis,Median,StandardDeviation}]/N
```

```
In[62]:= Show[Histogram[mdata,Automatic,"HF",ImageSize->500,ChartStyle->Hue[.22]],
```

```
Plot[{HazardFunction[dist[Theta],[Lambda]]/.estmps,x],HazardFunction[Akashdist[Theta]/.estAK,x],HazardFunction[ExponentialDistribution[Lambda]]/.estexp,x},{x,0,146},
```

```
PlotLegends->Placed[{"AK-EXP","AK","Exp"},Center],
```

```
PlotStyle->Thick,PlotRange->All,Mesh->Full,PlotTheme->"Web"]]
```

```
In[53]:= TableForm[{a1c=4+(-2)*LogLikelihood[dist[Theta],[Lambda]]/.estmps,mdata],a1c+12/(n-3),(-2)*LogLikelihood[dist[Theta],[Lambda]]/.estmps,mdata]+2*Log[n]},
```

```
{a2c=2+(-2)*LogLikelihood[Akashdist[Theta]/.estAK,mdata],a2c+4/(n-2),(-2)*LogLikelihood[Akashdist[Theta]/.estAK,mdata]+1*Log[n]},
```

```
{a3c=2+(-2)*LogLikelihood[ExponentialDistribution[Lambda]]/.estexp,mdata],a3c+4/(n-2),(-2)*LogLikelihood[ExponentialDistribution[Lambda]]/.estexp,mdata]+1*Log[n]}],
```

```
TableHeadings->{"AK-Exp","AK","Exp"},{"AIC","AICc","BIC"}]}
```

Republic of Iraq

Ministry of Higher Education and Scientific

Research

University of Basra Faculty of Administration and Economics

Department of Statistics



**Estimating the risk function of the new composite
distribution (Exponential - Akash) with the application**

**A Thesis submitted to Council of the Administration and
Economics / University of Basra as partial fulfillment of the
requirements for the degree of master of science in statistics**

by

Hassan Abd al-Hadi Hussein al-Maliki

Presented by

Assist. Prof. Dr. Raissan Abdalimam Zalan

٢٠٢٣م

١٤٤٥هـ

Abstract

The study of risk analysis for breast cancer patients using different distributions, especially depends mainly on estimating the risk function, as the distributions were used to model data in many fields of medicine. Some of the traditional probability distributions are not suitable for the studied phenomenon, and in order to improve the relevance of the data for these distributions, it was established New families of distributions, which are composite distributions. Therefore, complex distributions will be obtained by using the fitting method (T-X family) to make these distributions more flexible for practical application on real evidence, and then estimate the risk function for these new distributions, which will be more efficient and better in representing Risk functions.

In this thesis, a new probability distribution (Exponential - Akash) was found using the method of fitting (T-X family). It is a distribution resulting from the combination of two continuous distributions, namely the exponential distribution and the Akash distribution. Maximum Likelihood Method (**mle**), fractional estimators (**pc**) method, and Maximum Product Spacing (**mps**) method.

The Monte Carlo method was used in simulation on the (Mathematical-**13**) program on the experimental side and to find the best estimate for the parameters and by using several sample sizes (**25, 50, 100, 200**), in order to find out the effect of the sample size on the results, then a comparison was made between the estimations of the three methods using a standard sample data Real, represented by the duration of their survival until death or recovery for patients with breast cancer, and through the results obtained from the experimental part, and finally the best probability distribution was chosen by using the Akiki criterion, the corrected Akiki criterion, and the Bayesian information criterion.) is the best distribution.