



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة البصرة
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء



تقدير دالة المخاطرة لتوزيع Marshall-Oliken مع التطبيق extended Inverted Kumaraswamy

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة البصرة
وهي جزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير في علوم الاحصاء

تتقدم بها
الطالبة

هاجر عبد الحسن موحان الصالحي

إشراف

أ.م.د. بهاء عبد الرزاق قاسم العامري

2022 م

1444 هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ
بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ﴾ [المجادلة: 11]

صدق الله العلي العظيم

الإهداء

إلى من ذابت الروح بعشقه واحترقت شوقاً لرؤية عترته الشريفة

(امام الزمان عجل الله تعالى فرجه الشريف)

إلى قوتي وعزتي صاحب الوجة النظير والقلب الكبير

(إبي الحبيب)

إلى من علمتني السعي لتحقيق أحلامي

(أمي الحبيبة)

إلى من وقف بجانبني ولم يبخل عليّ بالعلم استاذي

(أ.م.د. بهاء المحترم)

إلى السند والمشجع من شاركني حياتي

(زوجي ورفيق دربي)

إلى زينة دنياي وبهجة حياتي ابنتي

(ميّار ومريم)

أهدي ثمرة هذا الجهد ...

هاجر

الشكر والتقدير

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الخلق والمرسلين محمد وعلى آله الطيبين الطاهرين على قدر ما أعطيت وقدر ما منعت وأكرمت وأنعمت لك الحمد خالصاً لوجهك الكريم الحمد لله الذي لم يضيع لي تعباً ولا خيب لي سعياً والحمد لك يا رب حتى ترضى وأذا رضيت وبعد الرضا ، الحمد لله الذي وفقني و سهل لي كتابة رسالتي

فيطيب لي ان أتقدم بالشكر الجزيل الى استاذي (أ.م.د. بهاء عبد الرزاق قاسم) الذي أشرف على رسالتي وقدم لي الملاحظات القيمة وتابع معي كتابة الرسالة بشكل دقيق جداً إذ لم يبخل عليّ بالعلم ، وقدم لي الكثير حتى وصلت الرسالة إلى هذا المستوى العلمي فأسال الله ان يوفقه ويظيل في عمره

واتقدم بخالص الشكر الى رئيس وأعضاء لجنة المناقشة المحترمين الذين تفضلوا بقبول مناقشة رسالتي وإعطاء أهم الملاحظات المفيدة التي تزيد من اهمية الرسالة العلمية

واتقدم بالشكر الجزيل الى اساتذتي في قسم الاحصاء كلية الادارة والاقتصاد - جامعة البصرة ممن قدم لي المساعدة أسال الله ان يوفقهم جميعاً

واتقدم بالشكروالامتنان لجميع زملائي في الدراسة وأخص بالذكر الأستاذة دعاء بشير عباس وجميع الإخوة والأخوات من زملائي في الدراسات العليا متمنية لهم التوفيق والنجاح الدائم

أتقدم بخالص شكري وامتناني الى الأستاذ (منتظر جمعة مهدي) في رئاسة جامعة البصرة لما قدمه لي من مساعدة في إعداد البرنامج الخاص بالرسالة

وأخيراً اتقدم بخالص شكري وامتناني لجميع افراد عائلتي وأخص بالذكر زوجي الذي ساندني وشجعني حتى وصلت الى هذا المستوى فأسال الله ان يحفظه لي ولا يبتليه

وختاماً اسال الله ان يوفقني ويوفق جميع أصدقائي الذين وقفوا معي وأتمنى لهم النجاح والتوفيق في حياتهم وألتمس العذر ممن فاتني ذكرهم .

الباحثة

المحتويات

| الصفحات | الموضوع | الفقرة |
|---------|----------------------------------|---------|
| 4-2 | الفصل الاول – منهجة الرسالة | - |
| 2 | المقدمة | 1-1 |
| 3 | مشكلة الرسالة | 2-1 |
| 3 | هدف الرسالة | 3-1 |
| 4-3 | الاستعراض المرجعي | 4-1 |
| 21-6 | الفصل الثاني – الجانب النظري | - |
| 6 | تمهيد | 1-2 |
| 10-6 | المبحث الأول : مفاهيم أساسية | 2-2 |
| 6 | مفهوم المخاطرة | 1-2-2 |
| 7-6 | دالة المخاطرة | 2-2-2 |
| 8 | الدوال المرتبطة بدالة المخاطرة | 3-2-2 |
| 8 | دالة الكثافة الاحتمالية للفشل | 1-3-2-2 |
| 8 | الدالة التوزيعية التراكمية للفشل | 2-3-2-2 |
| 9-8 | دالة المعولية | 3-3-2-2 |
| 9 | مؤشرات المخاطرة | 4-2-2 |
| 9 | متوسط الوقت بين فشل وآخر | 1-4-2-2 |
| 10-9 | متوسط وقت الفشل | 2-4-2-2 |
| 12-10 | المبحث الثاني : توزيع (MOElkum) | 3-2 |
| 14-12 | خواص توزيع (MOElkum) | 1-3-2 |

| | | |
|--------|---|---------|
| 21-14 | تقدير معلمات التوزيع | 4-2 |
| 16-14 | طريقة الأماكن الأعظم | 1-4-2 |
| 17-16 | طريقة المربعات الصغرى | 2-4-2 |
| 18-17 | طريقة تقدير المسافة الدنيا | 3-4-2 |
| 21-18 | أسلوب الجاكناييف | 4-4-2 |
| 41-23 | الفصل الثالث – الجانب التجريبي والتطبيقي | - |
| 23 | تمهيد | 1-3 |
| 34-23 | المبحث الأول : الجانب التجريبي (المحاكاة) | 2-3 |
| 23 | مفهوم المحاكاة | 1-2-3 |
| 24-23 | توصيف الجانب التجريبي (المحاكاة) | 2-2-3 |
| 25 | مناقشة نتائج المحاكاة | 3-2-3 |
| 34-25 | نتائج محاكاة تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) | 1-3-2-3 |
| 41-34 | المبحث الثاني : الجانب التطبيقي | 3-3 |
| 35-34 | عينة الدراسة | 1-3-3 |
| 36-35 | أختبارات حسن المطابقة | 2-3-3 |
| 38-37 | تحليل البيانات | 3-3-3 |
| 44-38 | تقدير دالتي المعولية والمخاطرة لعينة الدراسة | 3-4-3 |
| 45-44 | الفصل الرابع – الاستنتاجات والتوصيات | - |
| 44 | تمهيد | 1-4 |
| 44 | الاستنتاجات | 2-4 |
| 44546 | التوصيات | 3-4 |
| 50-47 | المصادر | - |
| 48-47 | المصادر العربية | - |
| 50-48 | المصادر الأجنبية | - |
| 113-52 | الملاحق | - |
| 79-52 | ملحق A | - |

| | | |
|---------|--------|---|
| 103-79 | ملحق B | - |
| 105-103 | ملحق C | - |
| 113-105 | ملحق D | - |

الجدول

| الصفحة | العنوان | الجدول |
|--------|--|--------|
| 24 | حالات القيم الافتراضية لمعاملات توزيع (MOElkum) | 1-3 |
| 27-26 | الرتب الجزئية والكلية لطرائق التقدير والحالات الافتراضية لدالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) | 2-3 |
| 29-28 | رتب متوسط مربعات الخطأ التكاملي لطريقة Mle على أساس حجوم عينات مختلفة لتوزيع (MOElkum) | 3-3 |
| 30-29 | الرتب الجزئية والكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي لطريقة Mle على أساس حجوم عينات مختلفة وللأنماذج مختلفة | 4-3 |
| 34 | أوقات الاشتغال حتى حصول العطل في جهاز الرش المحوري للمحاصيل الزراعية | 5-3 |
| 35 | الإحصاءات الوصفية لعينة الدراسة | 6-3 |
| 35 | الجدول التكراري لعينة الدراسة | 7-3 |
| 37 | نتائج اختبارات حسن المطابقة ومعايير المقارنة بين التوزيعات | 8-3 |
| 41-38 | دالتي المعولية والمخاطرة والتراكمية لتوزيع الدراسة | 9-3 |
| 53-51 | تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (100 , 75 , 50 , 25) بالنسبة للأنموذج الاول | A-1 |
| 54-53 | المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (100 , 75 , 50 , 25) للأنموذج الاول | A-2 |

| | | |
|-------|--|------|
| 55-54 | معلمات التوزيع عند الأنموذج الأول | A-3 |
| 56-55 | تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) بالنسبة للأنموذج الثاني | A-4 |
| 57-56 | المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) للأنموذج الثاني | A-5 |
| 58-57 | معلمات التوزيع عند الأنموذج الثاني | A-6 |
| 59 | تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) بالنسبة للأنموذج الثالث | A-7 |
| 61-60 | المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) للأنموذج الثالث | A-8 |
| 62-61 | معلمات التوزيع عند الأنموذج الثالث | A-9 |
| 63-62 | تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) بالنسبة للأنموذج الرابع | A-10 |
| 64-63 | المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) للأنموذج الرابع | A-11 |
| 65-64 | معلمات التوزيع عند الأنموذج الرابع | A-12 |
| 66 | تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) بالنسبة للأنموذج الخامس | A-13 |
| 68-67 | المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) للأنموذج الخامس | A-14 |
| 69-68 | معلمات التوزيع عند الأنموذج الخامس | A-15 |
| 70-69 | تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) بالنسبة للأنموذج السادس | A-16 |
| 71-70 | المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) للأنموذج السادس | A-17 |

| | | |
|-------|---|------|
| 72-71 | معلومات التوزيع عند الأنموذج السادس | A-18 |
| 74-72 | تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) بالنسبة للأنموذج السابع | A-19 |
| 75-74 | المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) للأنموذج السابع | A-20 |
| 76-75 | معلومات التوزيع عند الأنموذج السابع | A-21 |
| 77-76 | تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) بالنسبة للأنموذج الثامن | A-22 |
| 78-77 | المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (75 , 100 , 50 , 25) للأنموذج الثامن | A-23 |
| 79-78 | معلومات التوزيع عند الأنموذج الثامن | A-24 |

الإشكال

| الصفحة | العنوان | الشكل |
|--------|---|-------|
| 11 | الرسم البياني لدالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (MOEIkum) | 1-2 |
| 12 | الرسم البياني لدالة التوزيعية التراكمية لتوزيع (MOEklum) | 2-2 |
| 30 | دالة المخاطرة عند الأنموذج الاول وحجوم العينات (25,50,75,100) | 1-3 |
| 31 | دالة المخاطرة عند الأنموذج الثاني وحجوم العينات (25,50,75,100) | 2-3 |
| 31 | دالة المخاطرة عند الأنموذج الثالث وحجوم العينات (25,50,75,100) | 3-3 |
| 32 | دالة المخاطرة عند الأنموذج الرابع وحجوم عينات (25,50,75,100) | 4-3 |
| 32 | دالة المخاطرة عند الأنموذج الخامس وحجوم عينات (25,50,75,100) | 5-3 |
| 33 | دالة المخاطرة عند الأنموذج السادس وحجوم عينات (25,50,75,100) | 6-3 |
| 33 | دالة المخاطرة عند الأنموذج السابع وحجوم عينات (25,50,75,100) | 7-3 |
| 34 | دالة المخاطرة عند الأنموذج الثامن وحجوم عينات (25,50,75,100) | 8-3 |
| 38 | منحنيات دوال الكثافة لتوزيعي (Ikum , MOEIkum) والمدرج التكراري للبيانات الحقيقية | 9-3 |
| 42 | الدالة التوزيعية للبيانات الحقيقية | 10-3 |
| 42 | الدالة المعولية للبيانات الحقيقية | 11-3 |
| 42 | دالة المخاطرة للبيانات الحقيقة | 12-3 |

الرموز والمختصرات

| الرمز/المختصر | وصف المختصر |
|---------------|---|
| $h(t)$ | دالة المخاطرة |
| $f(t)$ | دالة الكثافة الاحتمالية للفشل |
| $F(t)$ | الدالة التوزيعية التراكمية للفشل |
| $R(t)$ | دالة المعولية |
| MTBF | متوسط الوقت بين فشل واخر |
| MTTF | متوسط وقت الفشل |
| MOElkum | توزيع marshall-oliken extended inverted Kumaraswamy |
| Mle | طريقة الامكان الاعظم |
| Ols | طريقة المربعات الصغرى |
| Cvm | طريقة المسافة الدنيا |
| Jac | أسلوب الجاك نايف |
| k-s | اختبار كولمكروف-سميرنوف |
| Cra. | اختبار كرامر-فون |
| And. | اختبار اندرسن-دارلنك |
| AIC | معيار معلومات اكيكي |
| BIC | معيار معلومات بيز |
| AICc | معيار معلومات اكيكي المصحح |
| IMSE | متوسط مربعات الخطأ التكاملية |
| MSE | متوسط مربعات الخطأ |

المستخلص

يعد الجانب الصناعي معقداً ومعرضاً الى حدوث العطلات المفاجئة اذ تواجه المكنائ والمعدات الصناعية الكثير من العطلات والمشاكل المعقدة ولا بُدُ من التوصل إلى حلول لتلك المشاكل لتقليل حدوثها ، وتعد دراسة دالة المخاطرة ذات اهمية كبيرة إذ تحسب معدل الفشل للمفردة (النظام) وهي تعمل ، ولم تتعرض للعطل بعد وكذلك دراسة دالة المعولية التي توضح احتمال أنجاز عمل ضمن فترة زمنية حتى حصول العطل .

بعد التعرض للمشكلة التي ذكرت في أعلاه نلخص هدف الرسالة بما يلي : **الهدف الأول** ويتمثل بتقدير دالتي المعولية والمخاطرة لتوزيع الدراسة (MOEIkum) وبأستعمال ستة من طراق التقدير ((طريقة الامكان الاعظم mel ، طريقة الامكان الاعظم اسلوب الجاك نايف mel-jac ، طريقة المربعات الصغرى ols ،طريقة المربعات الصغرى باستعمال اسلوب الجاك نايف ols-jac ، طريقة تقدير المسافة الدنيا cvm ،طريقة تقدير المسافة الدنيا باستعمال الجاك نايف cvm-jac) واختيار الطريقة الأكفأ والأفضل من بين المقدرات الأخرى **الهدف الثاني** المقارنة بين التوزيعين الأصلي والموسع واثبات افضلية التوزيع الموسع ولتحقيق هدف الرسالة تمت مناقشة النتائج في الفصل الثالث الجانب التجريبي والتطبيقي إذ أعتمدت أسلوب المحاكاة في المقارنة بين طرائق التقدير الستة المذكورة في أعلاه المستعملة في تقدير معالم توزيع الدراسة وكذلك تقدير دالتي المعولية والمخاطرة للتوزيع الموسع اذ تم استعمال أربعة حجوم عينات مختلفة (25 ، 50 ، 75 ، 100) ولثمان نماذج مختلفة للقيم الافتراضية وتم تكرار التجربة 1000 مرة ، تم ترتيب النتائج في جداول ومقارنتها باستعمال معياريين (MSE) والتكاملي (IMSE) . واثبتت نتائج المحاكاة ان طريقة الامكان الاعظم (Mle) هي افضل مقدر من بين المقدرات الستة الاخرى . اما بالنسبة للجانب التطبيقي ، استعمل بيانات حقيقة (100) مشاهدة لوقت الاشتغال لحين العطل في اجهزة الرش المحوري في محافظة كربلاء في قضاء عين التمر . اذ تم تقدير دالتي المعولية والمخاطرة ومعلمات توزيع الدراسة والمقارنة بين التوزيع الموسع (MOEIkum) والتوزيع الاصلي (Ikum) . وأخيراً يتضمن الفصل الرابع أهم الاستنتاجات والتوصيات . اذ تم التوصل الى الاستنتاج النظري على افضلية النماذج الاحتمالية المركبة والموسعة على النماذج الاحتمالية التي تتشكل منها وتبين أيضاً ملاءمة البيانات الحقيقية للتوزيع من خلال اجراء اختبارات حسن المطابقة . ومن اهم التوصيات هي العمل على اكتشاف العطلات التي تواجه المفردة والعمل على صيانتها وذلك بدراسة دالة المخاطرة .

الفصل الأول

منهجية الرسالة

- المقدمة
- مشكلة الرسالة
- هدف الرسالة
- الاستعراض المرجعي

1-1 المقدمة Introduction

اصبحت التوزيعات الاحتمالية التقليدية غير كافية للتعامل مع البيانات الحقيقية المختلفة لذلك بدأ اهتمام كبير حول اضافة معلمات جديدة للتوزيعات لجعلها اكثر مرونة واكثر ملائمة للبيانات المراد دراستها وطور العديد من الباحثين تقنيات اضافة المعلمات للتوزيعات الاحتمالية ، ومن بينهم مارشال اولكين الذي قدم عائلة للتوزيعات المستمرة من خلال اضافة معلمات جديدة لتلك التوزيعات.

وتعد دراسة دالتى المعولية والمخاطرة ذات اهمية كبيرة بالنسبة للقطاع الصناعي اذ تعمل دالة المخاطرة على تقليل التكاليف باكتشاف (العطلات) والعمل على صيانتها او استبدالها وبالتالي زيادة الارباح . وتساعدنا دالة المعولية على معرفة ما هو احتمال حدوث العطل في المفردة (النظام) وبالتالي يسهل معالجة تلك العطلات وتقاديها . ولكثرة حدوث العطلات المفاجئة في المكائن والمعدات فقد ركزت الرسالة على تقدير دالتى المخاطرة والمعولية وكذلك تقدير المعلمات لتوزيع الدراسة (MOEIkum) باستعمال ستة من طرائق التقدير (طريقة الامكان الاعظم $me1$ ، طريقة الامكان الاعظم الصغرى ols ، طريقة المربعات الصغرى $ols-jac$ ، طريقة الجاك نايف $me1-jac$ ، طريقة تقدير المسافة الدنيا cvm ، طريقة تقدير المسافة الدنيا باستعمال الجاك نايف $cvm-jac$).

ومن أجل تحقيق أهداف الرسالة فقد شملت الرسالة أربعة فصول ، إذ يدرس الفصل الاول المقدمة ، المشكلة ، الهدف ، الاستعراض المرجعي، أما الفصل الثاني فيتضمن الجانب النظري الذي تم تجزئته إلى مبحثين، إذ ينص المبحث الأول على المفاهيم الأساس لدالة المخاطرة والدوال المرتبطة بها ، وأهم المؤشرات لدالة المخاطرة و دالة المعولية ، أما المبحث الثاني درس توزيع الدراسة الموسع فضلا عن خصائصه وطرائق التقدير المستعملة (Mle , $Mle-Jac$, Ols , $Ols-Jac$, Cvm , $Cvm-$ Jac) . والفصل الثالث تضمن الجانبين التجريبي (المحاكاة) والتطبيقي ، إذ ناقش الجانب التجريبي أفضل طريقة للتقدير من بين ست طرائق مستعملة وعند أربعة حجوم عينات مختلفة (25,50,75,100) و باستعمال ثمانية نماذج للقيم الافتراضية وتبين أن طريقة الامكان الأعظم هي التي اثبتت افضليتها على بقية المقدرات عند حجم العينة ($n=100$) وعند الأنموذج السابع بالاعتماد على المعياريين (MSE , $IMSE$) .

في حين ناقش الجانب التطبيقي وبالاعتماد على نتائج الجانب التجريبي وباستعمال البيانات الحقيقية المقارنة بين التوزيعين الأصلي ($Ikum$) والموسع (MOEIkum) باستعمال ثلاثة من اختبارات حسن المطابقة (اختبار كولمكروف – سميرنوف ($k-s$) ، اختبار اندرسن دارلينك (And.) ، اختبار كرامر- فون ((Cra.) و معايير حسن المطابقة (AIC , BIC , $AICc$)، فضلاً عن تقدير دالتى المعولية والمخاطرة لتوزيع الدراسة.

2-1 مشكلة الرسالة Study Statement Of Dereuse

يتعرض القطاع الصناعي إلى العديد من المخاطر (العطلات) وذلك بسبب زيادة التعقيد التكنولوجي للمكائن والمعدات و عليه دعت الحاجة الى اكتشاف تلك العطلات والعمل على صيانتها وذلك بدراسة دالتي المعولية والمخاطرة للتوزيعات الاحتمالية الموسعة والمركبة والمختلطة بدلا من الاقتصار على التوزيعات التقليدية لما تتمتع به هذا التوزيعات من المرونة من حيث ملاءمتها لاغلب البيانات . ومن هنا جاءت أهمية الرسالة حيث تمت دراسة دالتي المعولية والمخاطرة للتوزيع الاحتمالي الموسع (MOEIkum) .

3-1 هدف الرسالة Aim Study

يتلخص هدف الرسالة في الآتي:

1- تقدير دالتي المعولية والمخاطرة لتوزيع (Marshall-Oliken Extended Inverted Kumaraswamy) باستعمال ستة طرائق (طريقة الامكان الاعظم mel ، طريقة الامكان الاعظم باستعمال اسلوب الجاك نايف mel-jac ، طريقة المربعات الصغرى ols ، طريقة المربعات الصغرى باستعمال اسلوب الجاك نايف ols-jac ، طريقة تقدير المسافة الدنيا cvm ، طريقة تقدير المسافة الدنيا باستعمال الجاك نايف cvm-jac) واختيار افضلها فضلا عن تقدير معلمات التوزيع (MOEIkum) بالطرائق السابقة.

2- المقارنة بين التوزيع الأصلي (Ikum) والتوزيع الموسع (MOEIkum) وذلك باستعمال اهم المعايير (AIC , AICc , BIC) وبيان افضلية التوزيع الموسع

4-1 الاستعراض المرجعي Literature Review

تم تقسيم الدراسات السابقة للرسالة الى قسمين هما :

1-4-1 توزيع Marshall-Oliken Extended Inverted Kumaraswamy

1 – قدم (Alizede وآخرون) في عام (2014) صنفا جديدا من التوزيعات الاحتمالية المستمرة تتمثل بالعائلة المعممة لتوزيع (MOEIkum) ودراسة بعض الخصائص الرياضية لهذه العائلة و اعتمد في تقدير المعلمات على طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم وقام باشتقاقها ووضح أهمية هذه العائلة وذلك بتطبيقها على مجموعة من البيانات الحقيقية واستنتج ان طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل في التقدير .

2– في عام (2017) قدم (Iqpal وآخرون) التوزيع الكوماراسومي المعمم وذلك من أجل تطوير التوزيعات وجميع ما يرتبط به من خصائص التوزيع مثل مقاييس الاتجاه المركزي اذ قام باستعمال دالة المخاطرة لتوزيع Ikum وذلك بعرضها بوساطة الرسوم البيانية الخاصة بهم وقدر المعلمات باستعمال التقنية التقديرية الاحتمالية .

3– في عام (2018) قدم (Tomy , Gillariose) دراسة عن توزيع معكوس كوماراسومي ووضح بعض خصائص التوزيع وقام باستخراج دالتي الكثافة والتوزيعية ودالة المخاطرة (MOEIkum) اذ استعمل طريقة الامكان الاعظم في تقدير معلمات التوزيع .

4- **قام (Bhatti وآخرون)** بدراسة تطوير عائلة مارشال أولكين وذلك في عام (2019) إذ تم تطويرها على أساس تقنية عائلة (BIIMO-G) إذا دالة الكثافة هي قوس , اسي , منحرف لليسيار , منحرف لليمين , والشكل المتماثل إذ تطورت عائلة مارشال بأضافة معلمة الشكل وتم التطبيق على بيانات حقيقة .

5- **قدم (Gillariose وآخرون) في عام (2021)** دراسة سلوك النطاق الأوسع لمارشال أولكين لتوزيع معكوس كوماراسوامي (الموسع) وتم تقدير المعلمات من خلال تقديرات مختلفة الاساليب , ذلك بأخذ عينات توفر وقت الاختبار . وضع جدول , لأخذ عينات جديدة إذ تم تطبيق الاختبار على اوقات الفشل.

1-4-2 دالة المخاطرة

1- **قدم (Hess , Levin)** دراسة في الحصول على المزيد من بيانات البقاء على قيد الحياة وذلك باستعمال دالة المخاطرة إذ استعمل مجموعة من المرضى بشكل حصري وقدمت لهم دالة المخاطرة المعلومات حول البقاء على قيد الحياة ووضحت دالة الخطر معدل الفشل اللحظي بين المرضى الباقين على قيد الحياة.

2- **في عام (2016) قدم (صالح)** مقارنة بين طريقة العزوم وطريقة بيز لتقدير المخاطرة لتوزيع Quassi Lindely إذ تم تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (Q.L) بطريقتي العزوم وبيز ولأجل اختيار أفضلها وتبين من خلال التقدير باستعمال المحاكاة وحجوم العينات (15,25,50,100) ان طريقة العزوم هي الافضل في تقدير دالة المخاطرة .

3- **قدم الباحث (أثير عبد الزهرة كريم)** رسالته , في عام (2018) بعنوان تحليل دالة البقاء عندما يتناسب معامل الخطورة مع الزمن اذا قام بدراسة وتحليل دالة البقاء ودالة المخاطرة مع الزمن وايجاد التوزيع المناسب من خلال اشتقاق العلاقة بين معامل الخطورة والزمن

4- **تناول (مجلي) في عام (2020)** بحثاً لتقدير دالة المخاطرة لتوزيع احتمالي مركب حيث عمل على تركيب توزيعين وهم (وييل-ريللي) وقام بتقدير دالة البقاء ودالة المخاطرة لهذه التوزيع المركب وقدر المعلمات باستعمال طرق التقدير المعروفة

5- **في عام (2021) قدم (سلمان)** رسالته بناء أنموذج احتمال لتوزيع دالة القوة الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية إذ قام بدراسة عن توزيع جديد قام بتركيبه وقام بدراسة خصائصه واستعمال دالتي المعولية والمخاطرة لها وقام بتقدير دالة المخاطرة المضببة باستعمال خمس من طرائق التقدير (الامكان الاعظم , العزوم , وايت , العزوم الخطية والعزوم الاحتمالية الموزونة) وتبين ان طريقة الامكان هي الافضل في التقدير .

الفصل الثاني

الجانب النظري

- تمهيد
- المبحث الأول : مفاهيم أساسية
- المبحث الثاني : توزيع (MOEIkum)

1-2 تمهيد

يتضمن هذا الفصل بحثين ، اذ يتناول المبحث الأول مفاهيم الأساسية لدالة المخاطرة والدوال المرتبطة بها ودالة الكثافة الاحتمالية التوزيعية للفشل ودالة المعولية ومتوسط الوقت بين فشل وآخر اما المبحث الثاني تضمن توزيع (MOEIkum) ودالتي الكثافة والتراكمية وداله المعولية ودالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) فضلا عن خواص التوزيع وطرائق التقدير .

2-2 المبحث الاول : مفاهيم اساسية Basic concept

ندرس في هذا المبحث المفاهيم الأساسية لدالة المخاطرة وكما يلي .

1-2-2 مفهوم المخاطرة Hazard concept

تعرف المخاطرة بأنها حدوث خطر محتمل عن اجراء عمل ما وهي حدث غير مؤكد ويركز مفهوم المخاطرة على الجانب السلبي من القيام بذلك والعمل ويمكن ان يرتكز مفهوم المخاطرة على الجانب الإيجابي لأنها تحذرنا من وجود الخطر قبل حدوثه فإن المخاطرة تعتمد على عاملين مهمين هما (عدم احتمال الحدوث ونتائج حدوثها) أي إنَّ المخاطرة ليست مشكلة أو حدث سيئ ولكن قد يحدث ويسبب مشكلة (حميدان ، 2018 : 1076)(4) ، (maiti ، 2007 : 661-653)(36)

2-2-2 دالة المخاطرة Hazard Fuction

تعرف دالة المخاطرة بأنها معدل فشل المفردة (النظام) ضمن الفترة الزمنية $(t, t + \Delta t)$ ، علما أنَّ المفردة تعمل (لم تفشل) في الزمن t ويرمز لدالة المخاطرة بالرمز $h(t)$. (حمدان ، 2011 : 349)(3) ، (kiefer ، 1988 : 646-679)(33)

ويعبر عنها رياضيا بالمعادلة (1-2)

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} ; \quad t > 0$$

وبالإمكان تبسيطها وفق الخطوات الآتية :

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{p(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} \right] \frac{p(T > t)}{p(T > t)}$$

$$h(t) = \frac{1}{p(T > t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \right]$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)} * \frac{\partial F(t)}{\partial t}$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \dots (1 - 2)$$

اذ ان

دالة الكثافة الاحتمالية للفشل : $f(t)$

دالة المعولية : $R(t)$

ويمكن استخراج دالة المخاطرة التراكمية (التجميعية) cumulative hazard function والتي يرمز لها بالرمز $H(t)$ ، اذ تعرف دالة المخاطرة التراكمية (التجميعية) بأنها تربط بين دالة المعولية ودالة المخاطرة (كريم , 2018 : 9)(16) ويعبر عنها كالآتي :

$$H(t) = \int_0^t h(u) du$$

$$h(u) = \frac{f(u)}{R(u)}$$

$$\int_0^t h(u) du = \int_0^t \frac{f(u)}{R(u)} du$$

$$= \int_0^t \frac{f(u)}{1 - F(u)} du$$

$$= -\ln R(u) \Big|_0^t$$

$$= -\ln(R(u)) + (R(0))$$

وبما أنّ :

$$R(0) = 1$$

$$\ln R(0) = \ln(1) = 0$$

$$\int_0^t h(u) du = -\ln R(u)$$

$$-\int_0^t h(u) dt = \ln R(u)$$

$$R(u) = e^{-\int_0^t h(u) du} = e^{-H(u)} \quad \dots (2 - 2)$$

3-2-2 الدوال المرتبطة بدالة المخاطرة

توجد مجموعة من الدوال المهمة التي ترتبط بدالة المخاطرة (الطليباوي , 2021 : 12-13) (10) وهي كالآتي :

1-3-2-2 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل Probability Density Funcitn Of Failure

Failure

تعرف دالة الكثافة الاحتمالية للفشل بأنها احتمال عطل أو فشل المفردة (النظام) أو إنها معدل الفشل اللاشرطي ضمن الفترة $(t, t + \Delta t)$ إذ تعد قيمة (Δt) صغيرة ، وتعرف دالة الكثافة الاحتمالية للفشل (Zhenzhoul ، Ling ، وآخرون ، 2020 : 201) (34) بالمعادلة (3-2) .

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{pt[t < T < t+\Delta t]}{\Delta t} ; t \dots (3 - 2)$$

ومن خصائص دالة الكثافة الاحتمالية للفشل ما يلي :

$$f(t) \geq 0 \quad \forall t \quad \bullet$$

$$\int_0^{\infty} f(t)dt = 1 \quad \bullet$$

2-3-2-2 دالة التوزيعية التراكمية للفشل Failure Distribution Function

تعرف دالة التوزيعية للفشل بأنها احتمال فشل الماكنة قبل الوقت t ويرمز لها بالرمز $F(t)$ وتكتب الدالة التوزيعية للفشل رياضيا كالآتي :

$$F(t) = p(T \leq t)$$

$$F(t) = \int_0^t f(u)du \quad ; t \geq 0 \quad \dots (4 - 2)$$

وتتصف الدالة التوزيعية التراكمية بالخصائص التالية :

$$0 \leq F(t) \leq 1 \quad \bullet$$

$$F(0) = 0 \quad \bullet$$

$$F(\infty) = 1 \quad \bullet$$

3-3-2-2 دالة المعولية Relailibilty Function

تعرف دالة المعولية بانها احتمال عدم فشل النظام ضمن فترة زمنية محددة $[0, t]$ ، أو انها احتمال بقاء المفردة (النظام) يعمل لمدة من الزمن ويرمز لها بالرمز $R(t)$ (حافظ ، 2020 : 20-23) (2) ، (hasting وآخرون ، 2000 : 13) (28) ، (Bader ، 2019 : 50-65) (25) ويعبر عنها رياضيا :

$$R(t) = p(T > t) = \int_t^{\infty} f(u)du$$

$$R(t) = 1 - p(T \leq t)$$

$$R(t) = 1 - F(t) \quad \dots (5 - 2)$$

ومن خصائص دالة المعولية ما يلي :

$$(0 \leq R(t) \leq 1) \bullet$$

$$R(0) = P(t > 0) = 1 \bullet$$

$$R(\infty) = 0 \bullet$$

4-2-2 مؤشرات المخاطرة hazard Indicators

يمكن قياس المخاطرة باستعمال بعض المؤشرات ومن خلالها يتم اتخاذ القرار بشأن استبدال المفردة (النظام) او صيانتها ومن اهم هذه المؤشرات هي :

2-4-2-1 متوسط الوقت بين فشل واخر Mean Time Between Failures

يُعدّ احد المؤشرات المهمة إذ تعرف بأنها الوقت الحقيقي للتشغيل أو الوقت بين عطل وآخر ويعبر عنه بالصيغة الآتية :

$$MTBF = \frac{\text{Total time of all units}}{\text{Total failures}} \quad \dots (6 - 2)$$

والذي يعرف بأنه حاصل قسمة مجموع الوقت لجميع المفردات (النظام) على مجموع العطلات . ويتم استعمال هذا المقياس في الانظمة القابلة للصيانة والغير قابلة للصيانة (الباهر , 2017 : 21-22) , (مطلق , 2009 : 366)

2-4-2-2 متوسط وقت الفشل Mean Time Failure

يعد متوسط الوقت بين صيانة النظام وبداية الفشل القادم ويستخدم في الفترات الزمنية الطويلة وكذلك الاعداد الكبيرة ويستعمل في الانظمة التي يمكن صيانتها فقط ويعد متوسط الوقت الفشل من اهم المقاييس (الباهر , 2017 : 22-23) , (الدليمي , 2011 : 88) ويعبر عنها .

$$MTTF = \frac{\sum \text{Total time of all units}}{\text{Number of failures}} \quad \dots (7 - 2)$$

ويعرف متوسط الوقت للفشل بانه القيمة المتوقعة E(t)

$$MTTF = \int_0^{\infty} tf(t)dt$$

إذ ان :

$$f(t) = -\dot{R}(t)$$

$$MTTF = - \int_0^{\infty} t \dot{R}(t) dt$$

وباستعمال تكامل التجزئة

$$= -[t R(t)|_0^{\infty}] + \int_0^{\infty} R(t) dt$$

بما ان $MTTF < \infty$ اذا :

$$[t R(t)] = 0$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad \dots (8-2)$$

3-2- المبحث الثاني : توزيع (MOElkum)

يعرف بتوزيع Marshall-Oliken extended Inverted Kumaraswamy ، ويعد من التوزيعات الاحتمالية المستمرة الموسعة وتعرف دالتي الكثافة الاحتمالية والتوزيعية التراكمية لتوزيع (MOElkum) بالمعادلتين (9-2)،(10-2) الآتية، (Gillariose ، Tomy ، 2018 : 11-10) ، (Usman ، Ul-haq ، 2018 : 2-3) (45) ، (Neto ، 2010 : 4-5) (38).

$$f(t, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{\alpha\beta\gamma(1+t)^{-(\gamma+1)}(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha + (1-\alpha)(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta}]^2}; \quad t > 0; \alpha, \beta, \gamma > 0 \quad \dots (9-2)$$

اذ تعد (β, γ) معلمتي shape و (α) معلمة scale

$$F(t, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta}}{[\alpha + (1-\alpha)(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta}]}; \quad t > 0; \alpha, \beta, \gamma > 0 \quad \dots (10-2)$$

أما دالتي المعولية والمخاطرة لتوزيع (MOElkum) تعرف بالمعادلتين (11-2) ، (12-2) الآتية:

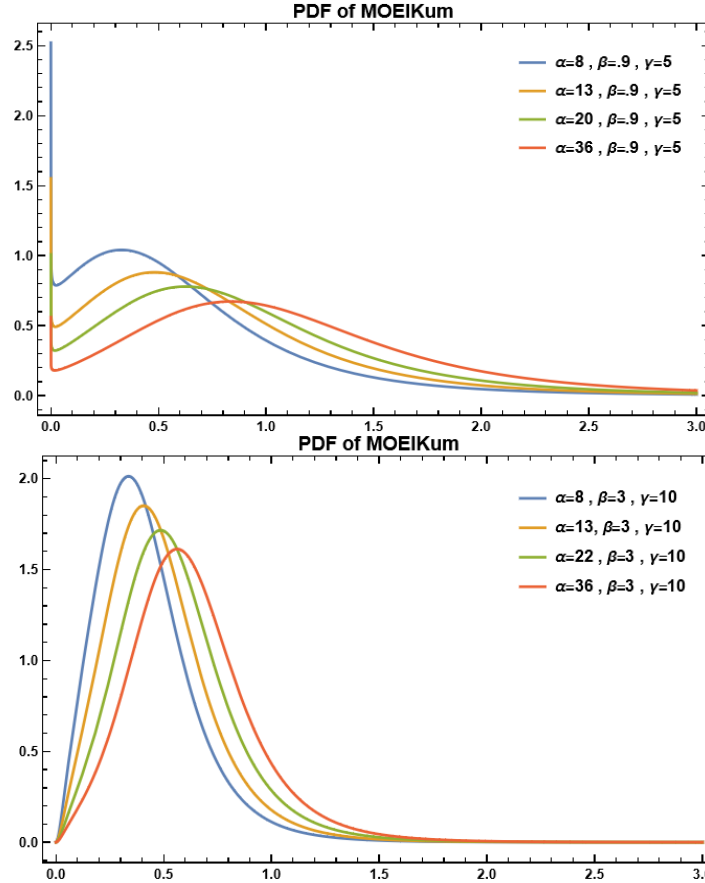
$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$R(t) = 1 - \frac{(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta}}{[\alpha + (1-\alpha)(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta}]} \quad \dots (11-2)$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

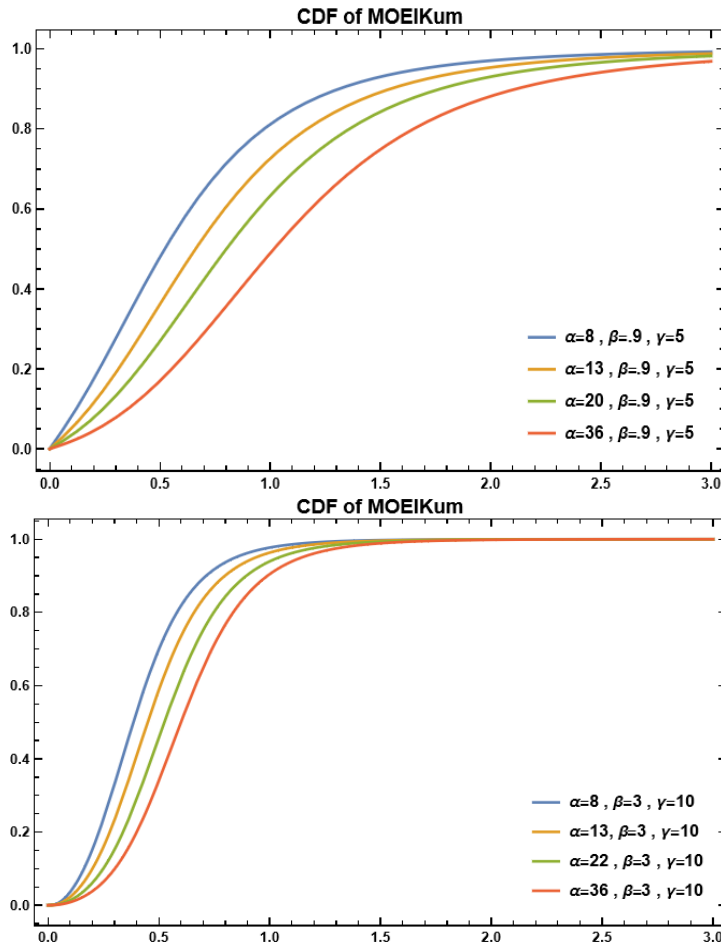
$$h(t) = \frac{\beta\gamma(1+t)^{-(\gamma+1)}(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha+(1-\alpha)(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta](1-(1+t)^{-\gamma})^\beta}; t > 0; \alpha, \beta, \gamma > 0 \quad \dots (12-2)$$

والاشكال ادناه توضح الرسم البياني لدالتي الكثافة الاحتمالية والتوزيعية لتوزيع (MOEIkum) ولقيم افتراضية مختلفة لمعاملات التوزيع .



شكل (1-2) : الرسم البياني لدالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (MOEIkum)

المصدر : إعداد الباحثة



شكل (2-2) : الرسم البياني لدالة التوزيعية التراكمية لتوزيع (MOEIkum)

المصدر : إعداد الباحثة

1-3-2 خواص توزيع (MOElukm)

1 - العزم اللامركزي الرائي

يعرف العزم اللامركزي في الرتبة (r) بالمعادلة (2-10) (Gillariose , 2018 : 14-15)(26)

$$E(X^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x, \alpha, \beta, \gamma) dx \quad \dots (13 - 2)$$

وباستعمال مفكوك ذي الحدين نحصل على معادلة (2-14)

$$(1 - z)^{-r} = \sum_{i=0}^{\infty} \binom{r+i-1}{i} z^i$$

$$E(X^r) = \alpha\beta\gamma \sum_i^\infty \sum_j^\infty \sum_k^\infty (-1)^{j+k} i (1 - \alpha)^i \binom{j+i\beta-1}{j} \binom{k+\beta j+\beta-2}{k} \int_0^\infty x^r (1+x)^{-k\gamma-\gamma-1} dx$$

$$= \sum_i^\infty \sum_j^\infty \sum_k^\infty M_{i,j,k} \beta(r+1, k\gamma + \gamma - r) \quad \dots (14-2)$$

اذ ان $\beta(r+1, k\gamma + \gamma - r)$ تمثل دالة البيتتا

$M_{i,j,k}$ تمثل المعادلة الاتية :

$$M_{i,j,k} = \alpha\beta\gamma (-1)^{j+k} (1 - \alpha)^i \binom{j+i\beta-1}{j} \binom{k+\beta j+\beta-2}{k} \quad \dots (15-2)$$

بوضع $r=1$ ونعوض في المعادلة (11-2) نحصل على التوقع

$$E(X) = \sum_i^\infty \sum_j^\infty \sum_k^\infty M_{i,j,k} \beta(2, k\gamma + \gamma - 1) \quad \dots (16-2)$$

بوضع $r=2$ ونعوض في المعادلة (11-2) نحصل على

$$E(X^2) = \sum_i^\infty \sum_j^\infty \sum_k^\infty M_{i,j,k} \beta(3, k\gamma + \gamma - 2) \quad \dots (17-2)$$

وبذلك يمكن التعبير عن التباين لتوزيع (MOEIkum) بالمعادلة (18-2) وذلك من خلال استعمال المعادلتين (16-2) ، (17-2)

$$Var(t) = E(T^2) - (E(T))^2$$

$$Var(t) = \sum_i^\infty \sum_j^\infty \sum_k^\infty M_{i,j,k} \beta(3, k\gamma + \gamma - 2) - \left[\sum_i^\infty \sum_j^\infty \sum_k^\infty M_{i,j,k} \beta(2, k\gamma + \gamma - 1) \right]^2 \quad \dots (18-2)$$

3- الوسيط

تعرف الصيغة الرياضية للوسيط للمتغير T بالمعادلة (17-2) وباستعمال المعادلة (10-2) :

$$F(t) = 0.5$$

$$\frac{(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta}{(\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta)} = 0.5$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta = [\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta] 0.5$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta - [(1 - \alpha)(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta] 0.5 = [\alpha] 0.5$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta [1 - 0.5 + 0.5\alpha] = [\alpha] 0.5$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta * 0.5(1 + \alpha) = [\alpha] 0.5$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta = \frac{[\alpha]}{(1 + \alpha)}$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma}) = \left[\frac{(\alpha)}{(1 + \alpha)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$(1 + t)^{-\gamma} = 1 - \left[\frac{(\alpha)}{(1 + \alpha)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$(1 + t) = \left[1 - \left[\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right]^{\frac{1}{\beta}} \right]^{-\frac{1}{\gamma}}$$

$$t = \left[1 - \left[\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right]^{\frac{1}{\beta}} \right]^{-\frac{1}{\gamma}} - 1$$

$$t_{medium} \left[1 - \left[\frac{\alpha}{1 + \alpha} \right]^{\frac{1}{\beta}} \right]^{-\frac{1}{\gamma}} - 1 \quad \dots (19 - 2)$$

4-2 تقدير معلمات توزيع (MOElkum)

سيتم في أدناة تقدير معلمات توزيع (MOElkum) بأستعمال ست طرائق (طريقة الامكان الاعظم mel – طريقة المربعات الصغرى ols – طريقة تقدير المسافة الدنيا vcm – أسلوب الجاك نايف للطرائق الثلاث) وكالاتي :

1-4-2 طريقة الامكان الاعظم Maximum Likelielihood Method

تعد هذه الطريقة واحدة من طرائق الاستدلال الاحصائي والتي لها استعمالات واسعة في تقدير معلمات التوزيع لانها تمتلك خصائص مهمة مثل الاتساق والكفاية التقاربية والثبات وتتخلص خطوات طريقة الامكان الاعظم بالاتي (العامري ، 2020 : 16-17)(11) ، (صالح ، 2006 : 17)(8) ، (Hawash ، 2020 : 142)(29) ، (Ranneby ، 1984 : 93-112)(40) ، لنفرض لدينا عينة عشوائية بالحجم n (x_1, x_2, \dots, x_n) من توزيع احتمالي معين فان دالة الامكان تعرف بالمعادلة (18-2) :

$$L(t_1, t_2, \dots, t_n) = \pi_{i=1}^n f(t_{\theta_1}, \dots, t_{\theta_n}) \quad \dots (18 - 2)$$

نقوم بأخذ اللوغارتم الطبيعي للمعادلة (2 - 18)

$$\ln L(t_1, t_2, \dots, t_n) = \ln \prod_{i=1}^n f(t_{\theta_1}, \dots, t_{\theta_n})$$

ثم نعمل على اشتقاق المعادلة (2-19) لكل معلمة ومساواتها بالصففر

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} \ln(L(t_1, t_2, \dots, t_n)) = \frac{\partial}{\partial \theta_j} \ln \prod_{i=1}^n f(t_{\theta_1}, \dots, t_{\theta_n}) \quad \dots (19 - 2)$$

لكي نحصل على مقدرات الامكان الاعظم لمعلمات توزيع (MOEIKum) نطبق الخطوات اعلاه بأستعمال المعادلة (2-6) (Davy ، Gillariose ، واخرون ، 2021 : 28-29) (26) وكالاتي :

$$L(t, \alpha, \beta, \gamma) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$\begin{aligned} \ln L(t, \alpha, \beta, \gamma) &= n \ln(\alpha \beta \gamma) - (\gamma + 1) \sum_{i=1}^n \ln(1 + t_i) \\ &\quad + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(1 - (1 + t_i)^{-\gamma}) \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^n \ln(\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t_i)^{-\gamma})^\beta) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{(1 - (1 - (1 + t_i)^{-\gamma})^\beta)}{(\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t_i)^{-\gamma})^\beta)}$$

$$= 0 \quad \dots (20 - 2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \beta} &= \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln(1 - (1 + t_i)^{-\gamma}) \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^n \beta \frac{(1 - \alpha)(1 - (1 + t_i)^{-\gamma})^{\beta-1} \ln(1 - (1 + t_i)^{-\gamma})}{(\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t_i)^{-\gamma})^\beta)} \end{aligned}$$

$$= 0 \quad \dots (21 - 2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} &= \frac{n}{\gamma} - \sum_{i=1}^n \ln(1 + t) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \frac{(1 + t)^{-\gamma} \ln(1 + t)}{(1 - (1 + t)^{-\gamma})} \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^n \frac{(1 - (1 + t_i)^{-\gamma} \ln(1 + t_i))}{\ln(\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t_i)^{-\gamma})^\beta)} \end{aligned}$$

$$= 0 \quad \dots (22 - 2)$$

بوساطة المعادلات (20-2) ، (21-2) ، (22-2) نجد انها غير خطية وليس بالامكان حلها بالطرائق الاعتيادية ولذلك سنلجأ الى حلها باحدى طرائق العدديّة التكرارية ومنها طريقة Nelder-Mead وذلك للحصول على مقدرات طريقة الامكان الاعظم للمعلمات .

2-4-2- طريقة المربعات الصغرى Least Square Method

تعرف بأسم المربعات الصغرى الاعتيادية ايضاً وتعد من الطرائق الاحصائية الواسعة والمفضلة في التقدير ويتم الحصول على المقدرات بالاعتماد على تصغير مجموع مربعات الخطأ إلى أقل ما يمكن ، (مجلي, 2019: 23-24)(19) ، (شرهان , 2019 : 502)(7) ولتقدير معلمات توزيع (MOEIKum) بطريقة المربعات الصغرى تتبع الخطوات الآتية :

$$Q = \sum_{i=1}^n \left(F(t_i) - \frac{i}{n+1} \right)^2$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta}{(\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)} - \frac{i}{n+1} \right)^2 \quad \dots (23 - 2)$$

نقوم باشتقاق المعادلة (23-2) لكل معلمة من معلمات توزيع (MOEIKum) نحصل على مقدرات المربعات الصغرى وكالاتي :

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta}{(\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)} - \frac{i}{n+1} \right] \left[- \frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta (1 - (1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)^2)} \right]$$

$$= 0 \quad \dots (24 - 2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta}{(\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)} - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta (1 - \alpha) \beta (1 - (1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta)^2)} \right]$$

$$\frac{\ln(1 - (1+t)^{-\gamma}) + (\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta (1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta}{\ln(1 - (1+t)^{-\gamma})}$$

$$= 0 \quad \dots (25 - 2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Q}{\partial \gamma} \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta}{(\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}))^\beta} \right. \\ & \left. - \frac{i}{n+1} \right] \left[- \frac{(1 - (1+t)^{-\gamma})^\beta (1-\alpha) \beta (1 - (1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}))^\beta)^2} \right. \\ & \left. \frac{(1+t)^{-\gamma} \ln(1+t) - (\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}))^\beta \beta (1 - (1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{(1+t)^{-\gamma} \ln(1+t)} \right] \\ &= 0 \quad \dots (26 - 2) \end{aligned}$$

بوساطة المعادلات (24-2) ، (25-2) ، (26-2) نجد أنها غير خطية وليس بالإمكان حلها بالطرائق الاعتيادية لذلك نلجأ الى حلها باحدى الطرائق العددية التكرارية منها طريقة Nelder-Mead.

3-4-2 طريقة تقدير المسافة الدنيا

Method Of Cramer-Von Mises Minimum Distance

Estimation

تعتمد هذا الطريقة على قياس المسافة بين تقديرات الدالة التراكمية النظرية والدالة التراكمية التجريبية لمعلمت التوزيع γ و α, β وذلك من خلال الفرق بين تقديرات دالة التوزيع التجريبية والنظرية، وتحيزه يكون اقل من الحدود الدنيا لمقدرات المسافة (zeineldin وآخرون ، 2019 : 15) ، (Al-mofleh وآخرون ، 2020:8(23)) ، (Dewet ،Koul ، 1981 : 932-921(32)) وطريقة اشتقاق هذه الطريقة تلخص بالنقاط التالية :

$$1 - \text{تعرف الدالة } c(\theta_1, \dots, \theta_n) = \sum_{i=1}^n \left[F(t_i; \theta_1, \dots, \theta_n) - \frac{2i-1}{2n} \right]$$

2 - نشق الدالة بالنسبة للمعلمت (α, β, γ) ثم نساويها بالصفر وبذلك نحصل على الحد الأدنى للمسافة

وتعرف دالة المسافة الدنيا بالمعادلة الآتية (27-2) :

وباستعمال الدالة التراكمية الموضحة بالمعادلة (9-2) واشتقاق كل معلمة من معلمت التوزيع ومساواتها بالصفر .

$$C(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(t_i; \alpha, \beta, \gamma) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad \dots (27 - 2)$$

$$C(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{1 - (1+t)^{-\gamma} \beta}{\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta} - \frac{2i-1}{2n} \right]^2$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(\alpha, \beta, \gamma)}{\partial \alpha} &= 2 \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta}{\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta} - \frac{2i-1}{2n} \right] \\ &\quad * \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta (1 - (1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta)}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta)^2)} \right] \\ &= 0 \quad \dots (28-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(\alpha, \beta, \gamma)}{\partial \beta} &= 2 \left[\frac{1 - (1+t)^{-\gamma} \beta}{\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta} - \frac{2i-1}{2n} \right] \\ &\quad * \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta (1-\alpha) \beta (1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta^{-1}}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta)^2)} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\ln(1 - (1+t)^{-\gamma}) + (\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta (1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta)}{}$$

$$\begin{aligned} \frac{\ln(1 - (1+t)^{-\gamma})}{} \\ = 0 \quad \dots (29-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(\alpha, \beta, \gamma)}{\partial \gamma} &= 2 \left[\frac{1 - (1+t)^{-\gamma} \beta}{\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta} - \frac{2i-1}{2n} \right] \\ &\quad * \left[\frac{(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta (1-\alpha) \beta (1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta^{-1}}{((\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta)^2)} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{(1+t)^{-\gamma} \ln(1+t) - (\alpha + (1-\alpha)(1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta \beta (1 - (1+t)^{-\gamma}) \beta^{-1})}{}$$

$$\begin{aligned} \frac{(1+t)^{-\gamma} \ln(1+t)}{] \\ = 0 \quad \dots (30-2) \end{aligned}$$

بوساطة المعادلات (28-2) ، (29-2) ، (30-2) نجد أن المعادلات غير خطية ولا يمكن حلها بالطرائق الخطية الاعتيادية لذلك سنلجأ للطرق العددية التكرارية.

4-4-2- أسلوب الجاكناف

أفترض (Quenouille) هذا الطريقة لأول مرة في لندن (1949) ويُعدّ من الاساليب اللامعلمية ويستعمل في تقدير التحيز إذ يعتمد في طريقة عملة على حذف المشاهدة من المتغير ثم تقدير

المعلمت بالاعتماد على المشاهدات المتبقية ثم نقوم بارجاع المشاهدة المحذوفة وحذف المشاهدة التي بعدها ونقدر من جديد ونستمر بنفس الطريقة حتى نحصل على (n) من المقدرات و لكل معلمة من المعلمت المراد تقديرها ثم استخراج المعدل لها حتى نحصل على المقدر النهائي للمعلمة (عبد , 2021 : 575)(14) , (الطليباوي , 2021 : 28-29)(10) .

ويعرف مقدر الجاك نايف للمعلمة المراد تقديرها بأحدى طرائق التقدير بالمعادلة (31-2) :

$$\hat{\alpha} = n\hat{\alpha}(method) - (n - 1)\hat{\alpha}(.) \quad \dots \quad (31-2)$$

اذ ان

$$\hat{\alpha}(.) = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\alpha}_i}{n}$$

ومن المعادلة (31-2) نجد أن :

• مقدر الامكان الاعظم بأسلوب الجاك نايف (mle-Jac) يعرف بالمعادلة (32-2) .

$$\hat{\alpha}_{mle-Jac} = n\hat{\alpha}(mle) - (n - 1)\hat{\alpha}(.) \quad \dots \quad (32 - 2)$$

• مقدر المربعات الصغرى بأسلوب الجاك نايف (ols-Jac) يعرف بالمعادلة (33-2) .

$$\hat{\alpha}_{ols-Jac} = n\hat{\alpha}(ols) - (n - 1)\hat{\alpha}(.) \quad \dots \quad (33 - 2)$$

• مقدر المسافة الدنيا بأسلوب الجاك نايف (cvm-Jac) يعرف بالمعادلة (34-2) .

$$\hat{\alpha}_{ols-Jac} = n\hat{\alpha}(cvm) - (n - 1)\hat{\alpha}(.) \quad \dots \quad (34 - 2)$$

تقدير دالتي المعولية والمخاطرة

1. مقدرات الامكان الاعظم (mle)

بتعويض المعادلات (20-2) ، (21-2) ، (22-2) في المعادلتين المعولية والمخاطرة نحصل على :

$$R_{mle} = 1 - \frac{(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta}{[\alpha_{mle} + (1 - \alpha_{mle})(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta]} \quad \dots \quad (35 - 2)$$

$$h_{mle} = \frac{\beta\gamma(1 + t)^{-(\gamma+1)}(1 - (1 + t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha_{mle} + (1 - \alpha_{mle})(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta](1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta} \quad \dots \quad (36 - 2)$$

وبتعويض المعادلات في أعلاه بأستعمال الجاك نايف في المعادلتين المعولية والمخاطرة نحصل على :

$$R_{Jmle} = 1 - \frac{(1-(1+t)^{-\gamma} J_{mle})^\beta J_{mle}}{[\alpha_{Jmle}+(1-\alpha_{Jmle})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta]} \quad \dots \quad (37 -$$

2)

$$h_{Jmle} = \frac{\beta\gamma(1+t)^{-(\gamma+1)}(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha_{Jmle} + (1-\alpha_{Jmle})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta](1-(1+t)^{-\gamma})^\beta - 2} \quad \dots (38)$$

2 . مقدرات المربعات الصغرى (ols)

بتعويض المعادلات (23-2) ، (24-2) ، (25-2) في المعادلتين المعولية والمخاطرة نحصل على :

$$R_{ols} = 1 - \frac{(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta_{ols}}}{[\alpha_{ols} + (1-\alpha_{ols})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta]} \quad \dots (39 - 2)$$

$$h_{ols} = \frac{\beta\gamma(1+t)^{-(\gamma+1)}(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha_{ols} + (1-\alpha_{ols})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta](1-(1+t)^{-\gamma})^\beta} \quad \dots (40 - 2)$$

وبتعويض المعادلات في أعلاه بأستعمال الجاك نايف في المعادلتين المعولية والمخاطرة نحصل على :

$$R_{Jols} = 1 - \frac{(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta_{Jols}}}{[\alpha_{Jols} + (1-\alpha_{Jols})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta]} \quad \dots (41 - 2)$$

$$h_{Jols} = \frac{\beta\gamma(1+t)^{-(\gamma+1)}(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha_{Jols} + (1-\alpha_{Jols})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta](1-(1+t)^{-\gamma})^\beta} \quad \dots (42 - 2)$$

3 . مقدر المسافة الدنيا (cvm)

بتعويض المعادلات (26-2) ، (27-2) ، (28-2) في المعادلتين المعولية والمخاطرة نحصل على :

$$R_{cvm} = 1 - \frac{(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta_{cvm}}}{[\alpha_{cvm} + (1-\alpha_{cvm})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta] - 2} \quad \dots (43)$$

$$h_{cvm} = \frac{\beta\gamma(1+t)^{-(\gamma+1)}(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha_{cvm} + (1-\alpha_{cvm})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta](1-(1+t)^{-\gamma})^\beta} \quad \dots (44 - 2)$$

وبتعويض المعادلات اعلاه بأستعمال الجاك نايف في المعادلتين المعولية والمخاطرة نحصل على :

$$R_{Jcvm} = 1 - \frac{(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta_{Jcvm}}}{[\alpha_{Jcvm} + (1-\alpha_{Jcvm})(1-(1+t)^{-\gamma})^\beta]} \quad \dots (45 - 2)$$

$$h_{jcvm} = \frac{\beta \gamma (1+t)^{-(\gamma+1)} (1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta-1}}{[\alpha jcvm + (1-\alpha jcvm)(1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta}](1-(1+t)^{-\gamma})^{\beta}} \dots (46 - 2)$$

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

والتطبيقي

- الجانب التجريبي

- الجانب التطبيقي

3-1 تمهيد

يتضمن هذا الفصل مبحثين . يدرس المبحث الأول الجانب التجريبي والذي يتضمن أسلوب المحاكاة وطريقة توليد البيانات المستعملة في تقدير دالتي المعولية والمخاطرة لتوزيع (MOEIkum) والمقارنة بين طرائق التقدير واختيار أفضلها على أساس أملاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي . ويتناول المبحث الثاني الجانب التطبيقي والذي يحتوي على تطبيق البيانات الحقيقية التي تمثل اوقات الاشتغال لحين العطل في جهاز الرش المحوري الذي تم استعماله في محافظة كربلاء المقدسة وذلك في قضاء عين التمر . اذ يتم استعمال طريقة التقدير الافضل التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي لتقدير معلمات توزيع الدراسة ومن ثم تتم المفاضلة بين التوزيع الأصلي (Ikum) والتوزيع الموسع (MOEIkum) بأستعمال الاختبارات (, AndersonDarling) والمعايير الاتية (AIC ، AICc ، BIC) (KolmogorovSmirnov, CramerVonMises)

3-2 المبحث الاول : الجانب التجريبي (المحاكاة) Simulation

يحتوي هذا المبحث على مقارنة طرائق التقدير المستعملة في تقدير معلمات توزيع الدراسة

3-2-1 مفهوم المحاكاة

نظرا لكثرة وجود المشاكل المعقدة يتم اللجوء الى استعمال أسلوب المحاكاة عندما يعجز الباحث من الحصول على بيانات ظاهرة معينة لذلك يستعمل المحاكاة لاثباتها اذ يتم تمثيلها على مجتمع ومن ثم سحب عينة عشوائية من ذلك المجتمع وبذلك يتم الوصول لحل تلك النظرية . يعرف أسلوب المحاكاة بأنها احد الاساليب الرياضية التي تستعمل في حل المشكلات المعقدة التي يمكن ان تظهر من خلال المعاينة . وتعرف بأنها ايجاد أنموذج جديد يشبه النموذج الحقيقي . ويمكن تطبيق المحاكاة في عدة مجالات مثلا الصناعية والطبيعية والحاسوب وغيرها من المجالات (عبد اللطيف ، 2021:18)

تعد المحاكاة ذات أهمية بالغة إذ أن الأرقام العشوائية في التجربة الأولى مستقلة عن الأرقام العشوائية في التجربة الثانية . يعتمد أسلوب المحاكاة على عدة طرائق ومن أهم تلك الطرائق وأكثرها شيوعا هي طريقة مونت كارلو (Mont Carlo) الذي تم استعمالها في توليد المتغيرات العشوائية (عزيز، 2021:59)

3-2-2 توصيف الجانب التجريبي (المحاكاة)

نفذت المحاكاة باستعمال أربعة حجوم عينات (25 ، 50 ، 75 ، 100) وثمانية نماذج من القيم الافتراضية لمعلمات توزيع الدراسة (MOEIkum) والمبينة في الجدول (1-4) وكررت التجربة 1000 مرة لكل نموذج من النماذج وذلك لدراسة التغير الذي يحصل في قيم المعلمات مع تغير حجوم العينات التجريبي والتطبيقي .

الجدول (1-3) : حالات القيم الافتراضية لمعاملات توزيع (MOEIkum)

| Model | α | β | γ |
|-------|----------|---------|----------|
| 1 | 0.8 | 1 | 0.5 |
| 2 | 0.8 | 1 | 3 |
| 3 | 0.8 | 2 | 0.5 |
| 4 | 0.8 | 2 | 3 |
| 5 | 3.5 | 1 | 0.5 |
| 6 | 3.5 | 1 | 3 |
| 7 | 3.5 | 2 | 0.5 |
| 8 | 3.5 | 2 | 3 |

المصدر : (Gillariose ، Tomy ، 2018 : 12-13)

ان الطريقة المستعملة في توليد القيم العشوائية لتوزيع الدراسة المقترح هي طريقة معكوس دالة التوزيع التراكمية لقيم عشوائية مولدة من توزيع منتظم مستمر أي $u \sim u(0,1)$. والمعادلات ادناه (1-4)، (2-4) القيم العشوائية التي وصفت النماذج وذلك عند استعمالها طريقة معكوس دالة التوزيع التراكمية وذلك بالاعتماد على الدالة التوزيعية لتوزيع الدراسة المعرف بالمعادلة (2-7) وكالاتي .

$$F(t) = u$$

$$\frac{1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta}{[\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta]} = u$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta = [\alpha + (1 - \alpha)(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta] u$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta = \alpha + u(1 - \alpha)(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta (1 - u + u\alpha) = \alpha$$

$$(1 - (1 + t)^{-\gamma})^\beta = \left[\frac{\alpha}{1 - u(1 + \alpha)} \right]$$

$$1 - (1 + t)^{-\gamma} = \left[\frac{\alpha}{1 - u(1 + \alpha)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$(1 + t)^{-\gamma} = 1 - \left[\frac{\alpha}{1 - u(1 + \alpha)} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

$$1 + t = \left[1 - \left[\frac{\alpha}{1 - u(1 + \alpha)} \right]^{\frac{1}{\beta}} \right]^{-\frac{1}{\gamma}}$$

$$t = \left\{ 1 - \left[\frac{\alpha}{1-u(1+\alpha)} \right]^{\frac{1}{\beta}} \right\}^{-\frac{1}{\gamma}} \quad \dots (2-3)$$

وعند تنفيذ المحاكاة التي كتبت في برنامج (Mathematica 12.2) وتم الحصول على النتائج وهي تقدير قيم دالتي المخاطرة والمعولية لتوزيع الدراسة . وتم تلخيص تلك النتائج في الملحق A و B و C و D .

وتم مقارنة نتائج توزيع الدراسة بأستعمال المعيارين الاحصائيين متوسط مربعات الخطأ والتراكمي MSE و IMSE التي تم ذكر صيغتها في المعادلة (3-3) وكما استعمل طريقة الرتب في المقارنة بين النتائج التي تضمنت ثلاث مراحل (Al-Mofleh وآخرون ، 2020:9) ، (العامري ، 2020 :86-87)

▪ نحدد افضل طريقة التقدير: لتحديد أفضل طريقة من بين طرائق التقدير (Mle ، Ols ، Cves ، Jac nief) ، اذ تم إعطاء الرتبة الأولى للطريقة التي تمتلك اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي وذلك بالاعتماد على حجم العينة وكل نموذج وذلك من أجل تحديد أفضل طريقة لكل أنموذج من النماذج (Partial Rank) ونكرر الطريقة ذاتها لكل نموذج لنحدد الطريقة الأفضل من بينها (Overall Rank) .

▪ نحدد حجم العينة للطريقة الأفضل: بعد أن تم تحديد طريقة التقدير الأفضل نقوم بتحديد حجم العينة الافضل لطريقة التقدير الافضل التي تم تحديدها في المرحلة الاولى ويتم ذلك بأعطاء المرتبة الاولى لحجم العينة التي لها أقل متوسط مربعات خطأ تكاملي وذلك حسب كل أنموذج من النماذج الدراسة (Overall Rank) .

▪ نحدد افضل نموذج: اذ تمثل المرحلة الاخيرة نقوم بتحديد أفضل نموذج لطريقة التقدير الافضل عند حجم العينة الافضل التي تم تحديدها في المرحلتين الاولى والثانية وذلك باعطاء الرتبة الاولى الى النموذج الذي يمتلك متوسط مربعات خطأ تكاملي اقل عند جميع النماذج . ويتم تكرار تلك الطريقة بحيث يتم ترتيب جميع طرائق التقدير بالترتيب ويتم اعطاء رتب لكل نموذج من النماذج لتحديد افضل من بين جميع نماذج الدراسة (Overall Rank) .

$$MSE(h(t_i)) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{h}_i - h)^2 \quad \dots (3 - 3)$$

اذ تمثل R : عدد التكرارات

ولكل تجربة تساوي 1000 مرة

$$IMSE = \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} (MSE(h(t_i))) \quad \dots (4 - 3)$$

3-2-3 مناقشة نتائج محاكاة

1-3-2-3 نتائج محاكاة تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum)

نلخص نتائج المحاكاة لتوزيع (MOElkum) في الجدول (A-1) الى (A-23) في الملحق A وتم مناقشة النتائج ادناه :

تحديد افضل طريقة للتقدير

في بداية العمل نقوم بتحديد افضل طريقة للتقدير ما بين الطرائق الستة من خلال المفاضلة بين متوسط مربعات الخطأ وذلك حسب طرائق التقدير المستعملة ولكل احجام العينات ولكل حالات القيم الافتراضية لمعاملات التوزيع . وتبين النتائج في الجدول (A-1) الى (A-23) التي تم ذكرها في الملحق A . والجدول (2-3) ادناه يوضح ملخص النتائج .

جدول (2-3): الرتب الجزئية والكلية لطرائق التقدير والحالات الافتراضية لدالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum)

| MODEL | n | ML | ML-JAC | OLS | OLS-JAC | CVM | CVM-JAC | Best |
|-------|--------------|----|--------|-----|---------|-----|---------|---------|
| M1 | 25 | 2 | 5 | 4 | 1 | 6 | 3 | Mle |
| | 50 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 5 | |
| | 75 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 5 | |
| | 100 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 5 | |
| | $\sum Rank$ | 5 | 11 | 16 | 10 | 24 | 18 | |
| | Partial Rank | 1 | 3 | 4 | 2 | 6 | 5 | |
| M2 | 25 | 1 | 2 | 6 | 5 | 4 | 3 | Mle |
| | 50 | 1 | 2 | 6 | 5 | 4 | 3 | |
| | 75 | 1 | 2 | 6 | 5 | 4 | 3 | |
| | 100 | 1 | 2 | 6 | 5 | 4 | 3 | |
| | $\sum Rank$ | 4 | 6 | 24 | 20 | 16 | 12 | |
| | Partial Rank | 1 | 2 | 6 | 5 | 4 | 3 | |
| M3 | 25 | 4 | 5 | 3 | 1 | 6 | 2 | Ols-Jac |
| | 50 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 5 | |
| | 75 | 1 | 3 | 4 | 2 | 6 | 5 | |
| | 100 | 2 | 3 | 5 | 1 | 6 | 4 | |
| | $\sum Rank$ | 8 | 13 | 16 | 7 | 24 | 16 | |
| | Partial Rank | 2 | 4 | 3 | 1 | 5 | 3 | |

| | | | | | | | | |
|------------------|--------------|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| M4 | 25 | 3 | 5 | 4 | 2 | 6 | 1 | Mle |
| | 50 | 1 | 2 | 5 | 4 | 6 | 3 | |
| | 75 | 1 | 2 | 5 | 3 | 6 | 4 | |
| | 100 | 1 | 2 | 4 | 6 | 5 | 3 | |
| | $\sum Rank$ | 6 | 11 | 18 | 15 | 23 | 11 | |
| | Partial Rank | 1 | 2 | 4 | 3 | 5 | 2 | |
| M5 | 25 | 1 | 2 | 6 | 5 | 3 | 4 | Mle |
| | 50 | 1 | 2 | 4 | 6 | 3 | 5 | |
| | 75 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 | |
| | 100 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 | |
| | $\sum Rank$ | 4 | 8 | 16 | 21 | 11 | 21 | |
| | Partial Rank | 1 | 2 | 4 | 5 | 3 | 5 | |
| M6 | 25 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 5 | Mle |
| | 50 | 1 | 2 | 3 | 6 | 5 | 4 | |
| | 75 | 1 | 2 | 5 | 3 | 6 | 4 | |
| | 100 | 1 | 2 | 4 | 6 | 3 | 5 | |
| | $\sum Rank$ | 4 | 8 | 15 | 19 | 20 | 18 | |
| | Partial Rank | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | |
| M7 | 25 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 5 | Mle |
| | 50 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| | 75 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 | |
| | 100 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| | $\sum Rank$ | 4 | 8 | 13 | 16 | 20 | 23 | |
| | Partial Rank | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| M8 | 25 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 5 | Mle |
| | 50 | 1 | 2 | 3 | 6 | 4 | 5 | |
| | 75 | 5 | 4 | 3 | 1 | 6 | 2 | |
| | 100 | 1 | 6 | 3 | 5 | 2 | 4 | |
| | $\sum Rank$ | 8 | 14 | 12 | 16 | 18 | 16 | |
| | Partial Rank | 1 | 3 | 2 | 4 | 5 | 4 | |
| $\sum \sum Rank$ | | 43 | 81 | 130 | 124 | 159 | 135 | |
| Overall Rank | | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 5 | |
| Best | | Mle | | | | | | |

المصدر: إعداد الباحثة

نستنتج من الجدول (2-3) النتائج الآتية :

1 – أظهرت النتائج افضلية طريقة الامكان الاعظم (MI) في معظم النماذج على بقية طرائق التقدير الستة اذ تمتلك الرتبة الأولى (Partial Rank) لكل أنموذج من النماذج للقيم الافتراضية .

2 – بشكل عام نجد ان طريقة (MI) اثبتت افضليتها في التقدير بالنسبة لجميع النماذج وحجوم العينات اذ انها حصلت على المرتبة الاولى (Partial Rank) ثم طريقة (Mle-Jac) تاتي في المرتبة الثانية .

3 – وتمثل طريقة (Ols) المرتبة الثالثة في الافضلية وطريقة (Ols-Jac) المرتبة الرابعة ثم جاءت طريقة (Cvm) في المرتبة الخامسة وطريقة (Cvm-Jac) المرتبة السادسة والأخيرة .

تحديد افضل حجم عينة

قمنا أولاً بتحديد افضل طريقة للتقدير وهي طريقة (MI) في المرحلة الاولى نقوم الآن بتحديد افضل حجم عينة بواسطة المفاضلة بين متوسط مربعات الخطأ للمعلمات المقدره بطريقة (MI) ولجميع حجوم العينات (25،50،75،100) ولجميع الحالات ، ويوضح الجدول(3-4) النتائج في ادناه .

جدول (3-3) :رتب متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطريقة Mle على أساس حجوم عينات

مختلفة لتوزيع (MOEIkum)

| Model | Estimater | 25 | 5 | 75 | 100 |
|-------|-----------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| M1 | IMSE | 0.01065 ⁽⁴⁾ | 0.00439 ⁽³⁾ | 0.00377 ⁽²⁾ | 0.00293 ⁽¹⁾ |
| | Rank | 4 | 3 | 2 | 1 |
| M2 | IMSE | 1.8127592 ⁽³⁾ | 0.9217101 ⁽⁴⁾ | 0.60189998 ⁽²⁾ | 0.51410668 ⁽¹⁾ |
| | Rank | 4 | 3 | 2 | 1 |
| M3 | IMSE | 0.00078 ⁽⁴⁾ | 0.00032 ⁽³⁾ | 0.000271 ⁽²⁾ | 0.000209 ⁽¹⁾ |
| | Rank | 4 | 3 | 2 | 1 |
| M4 | IMSE | 0.2505952 ⁽⁴⁾ | 0.10834549 ⁽³⁾ | 0.07735533 ⁽²⁾ | 0.05456409 ⁽¹⁾ |
| | Rank | 4 | 3 | 2 | 1 |

| | | | | | |
|------------------|------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| M5 | IMSE | 0.00287 ⁽⁴⁾ | 0.00144 ⁽³⁾ | 0.00112 ⁽²⁾ | 0.00101 ⁽¹⁾ |
| | Rank | 4 | 3 | 2 | 1 |
| M6 | IMSE | 0.08090436 ⁽⁴⁾ | 0.04055657 ⁽³⁾ | 0.02758207 ⁽²⁾ | 0.016940858 ⁽¹⁾ |
| | Rank | 4 | 3 | 2 | 1 |
| M7 | IMSE | 0.0000491 ⁽⁴⁾ | 0.0000231 ⁽³⁾ | 0.0000183 ⁽²⁾ | 0.0000158 ⁽¹⁾ |
| | Rank | 4 | 3 | 2 | 1 |
| M8 | IMSE | 0.04432 ⁽⁴⁾ | 0.023203 ⁽³⁾ | 0.01966738 ⁽²⁾ | 0.011945823 ⁽¹⁾ |
| | Rank | 4 | 3 | 2 | 1 |
| $\sum \sum Rank$ | | 32 ⁽⁴⁾ | 24 ⁽³⁾ | 16 ⁽²⁾ | 8 ⁽¹⁾ |
| Overall Rank | | 4 | 3 | 2 | 1 |
| Best Sample Size | | n = 100 | | | |

المصدر إعداد الباحثة

نلاحظ من الجدول (3-3) ان حجم العينة الأفضل بالنسبة لطريقة التقدير (Mle) تحدد بالحجم (n=100) وذلك لأنها حصلت على المرتبة الاولى (Overall Rank) من بين حجوم العينات الاربعة . وبقية حجوم العينات حصلت على المراتب الاخرى (الثانية ، الثالثة ، الرابعة) وبالترتيب . تنسجم هذا النتيجة مع خاصية الاتساق اذ تنص على ان متوسط مربعات الخطأ يتناقص كلما ازداد حجم العينة .

تحديد أفضل نموذج للتقدير

نحدد افضل أنموذج بوساطة استعمال (IMSE) عند حجم العينة الافضل (n=100) جدول (3-4) : الرتب الجزئية والكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي لطريقة Mle على أساس حجوم عينات مختلفة وللأنماذج المختلفة

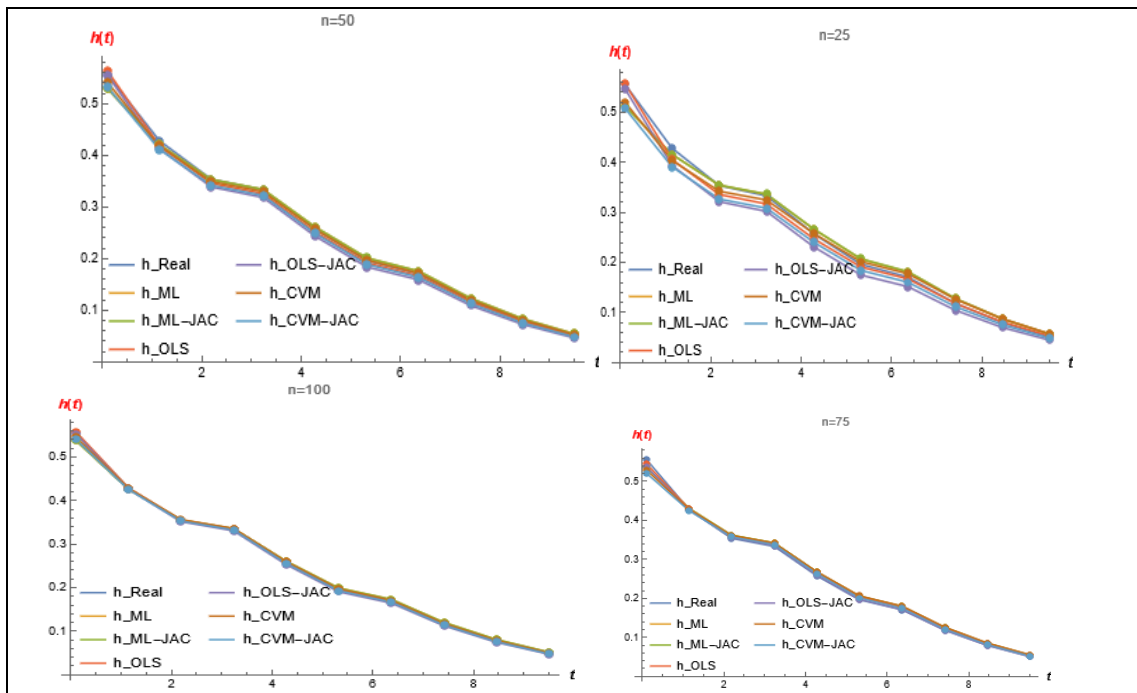
| | IMSE | Rank | Best |
|----|-------------|------|------|
| M1 | 0.00293 | 4 | M7 |
| M2 | 0.51410668 | 8 | |
| M3 | 0.000209 | 2 | |
| M4 | 0.05456409 | 7 | |
| M5 | 0.00101 | 3 | |
| M6 | 0.016940858 | 6 | |

| | | | |
|----|-------------|---|--|
| M7 | 0.0000158 | 1 | |
| M8 | 0.011945823 | 5 | |

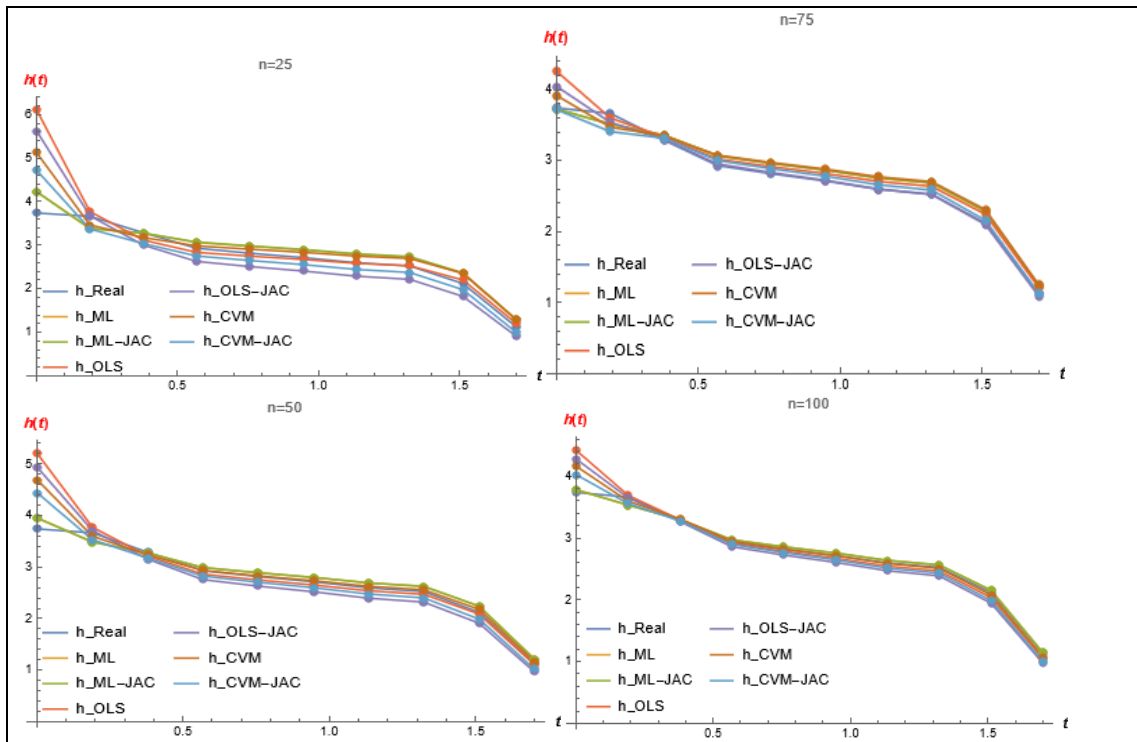
المصدر: إعداد الباحثة

نلاحظ من الجدول في أعلاه (3-4) أن الأنموذج السابع هو الأنموذج الأفضل لأنه جاء بالمرتبة الأولى نظراً لأمتلاكه أقل متوسط مربعات خطأ وأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي (IMSE=0.0000158) وبقية الأنماذج تاخذ المراتب الاخرى (الثانية ، الثالثة ، الرابعة) .

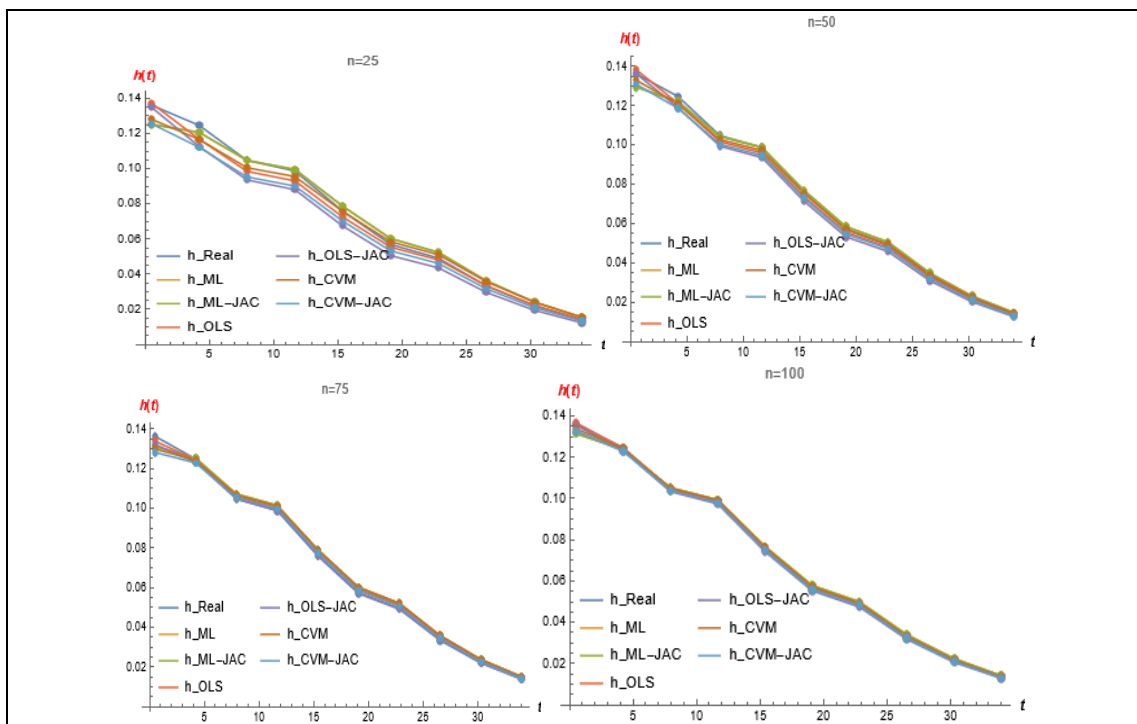
والاشكال البيانية (3-1)،(3-2)،(3-3)،(3-4)،(3-5)،(3-6)،(3-7)،(3-8) أدناه تبين مقارنة منحنى دالة المخاطرة عند كل أنموذج من الأنماذج الدراسة وبحجوم عينات مختلفة (25،50،75،100) .



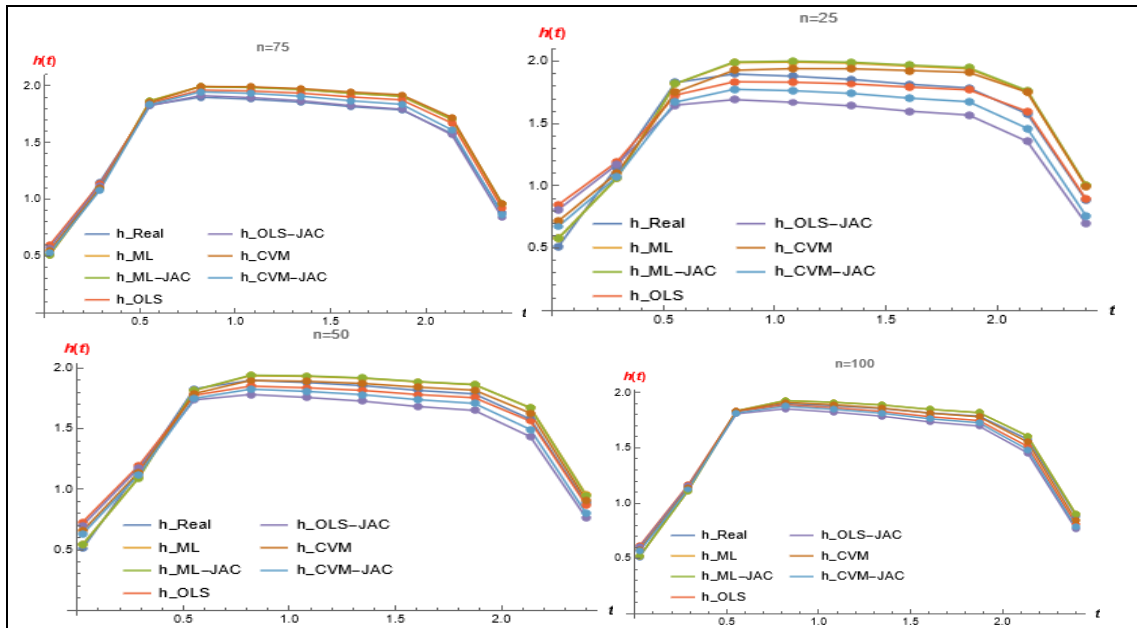
شكل (3-1) : دالة المخاطرة عند الأنموذج الاول وحجوم العينات (25،50،75،100)



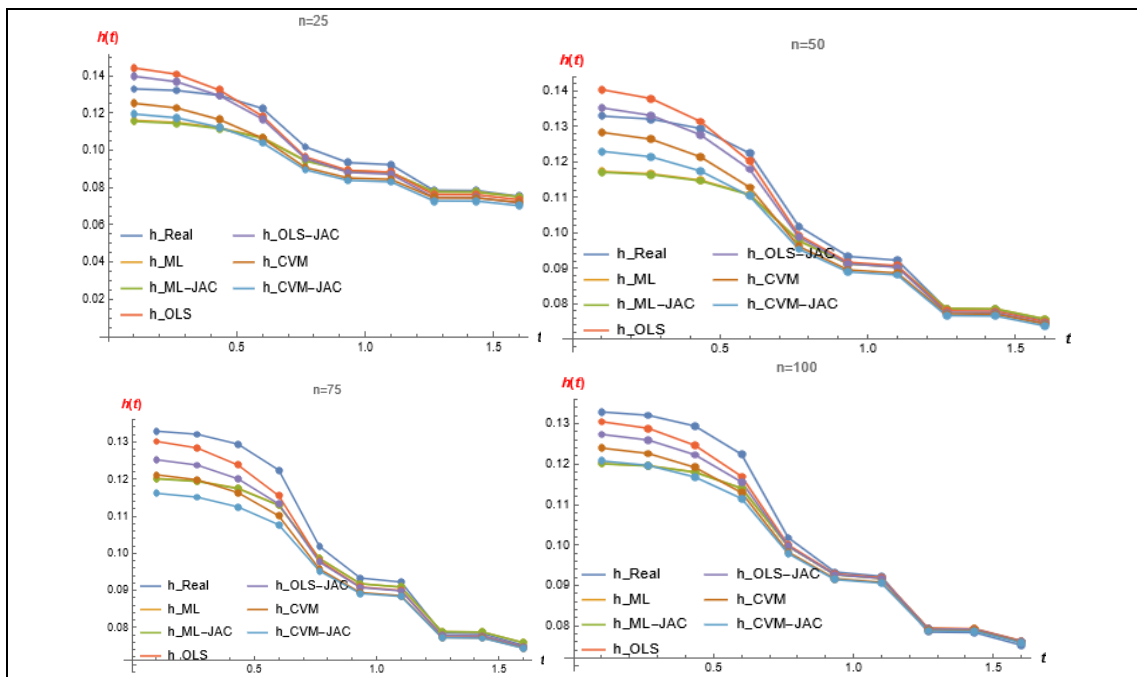
شكل (3-2) : دالة المخاطرة عند الأنموذج الثاني وحجوم العينات (25,50,75,100)



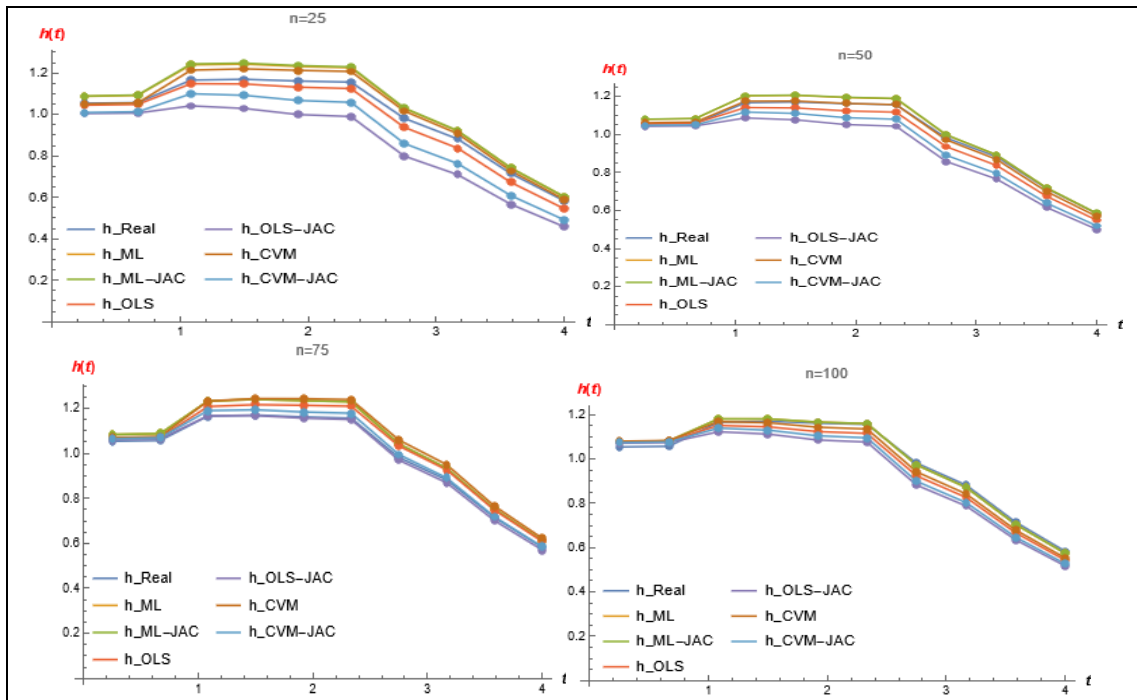
شكل (3-3) : دالة المخاطرة عند الأنموذج الثالث وحجوم العينات (25,50,75,100)



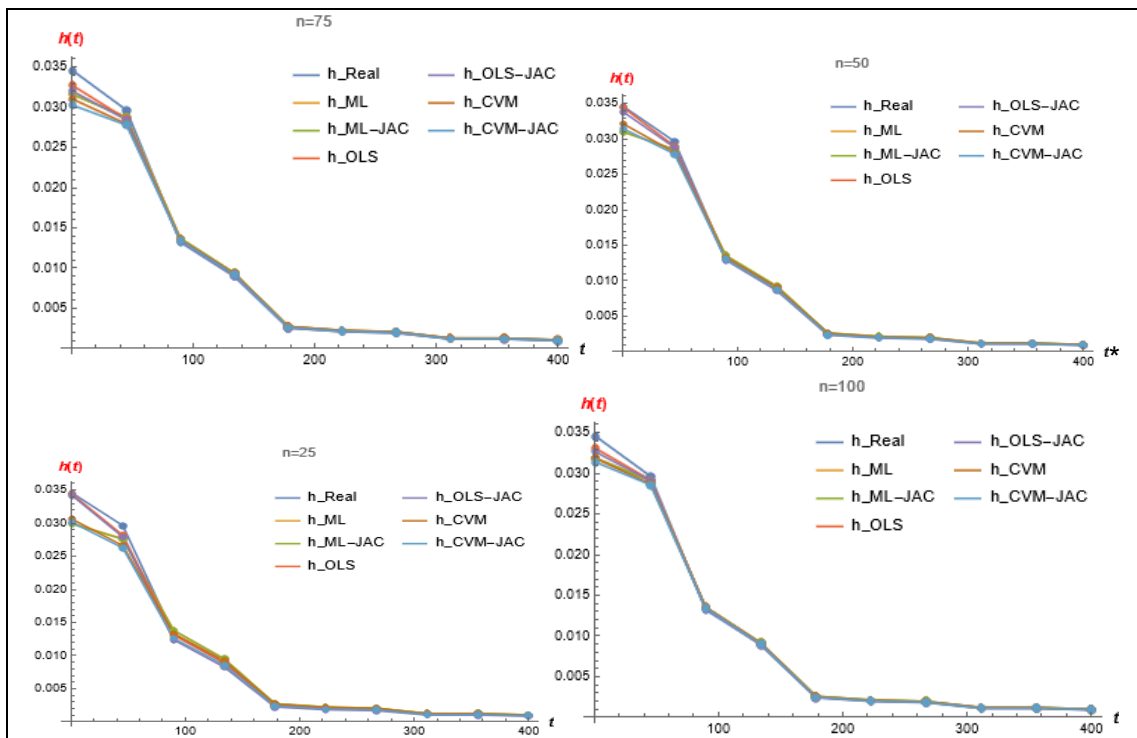
شكل (3-4) : دالة المخاطرة عند الأنموذج الرابع وحجوم عينات (25,50,75,100)



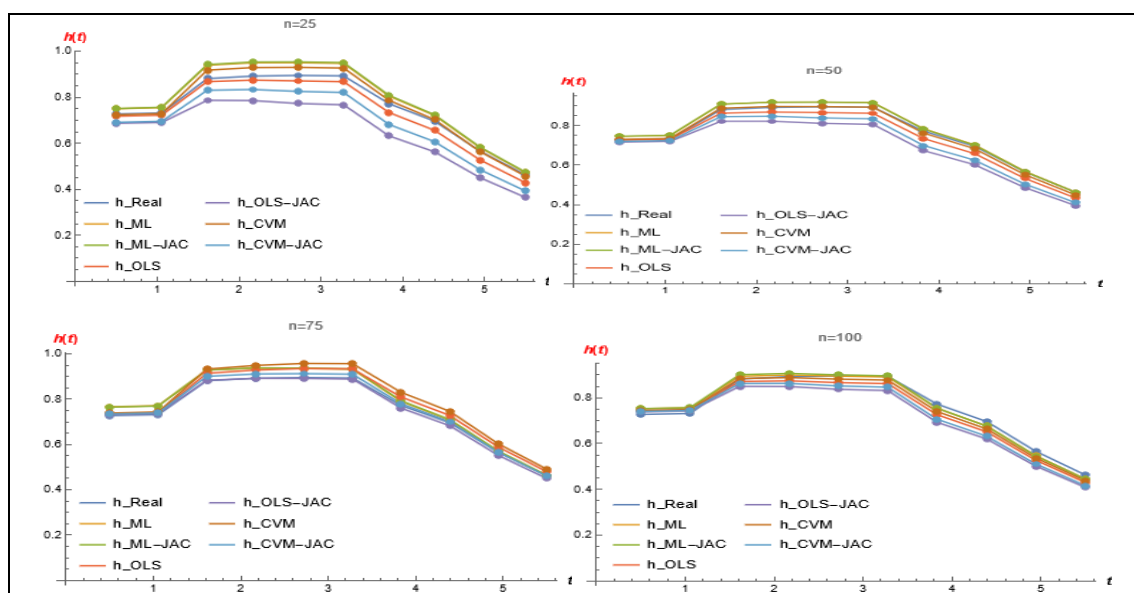
شكل (3-5) : دالة المخاطرة عند الأنموذج الخامس وحجوم عينات (25,50,75,100)



شكل (3-6) : دالة المخاطرة عند الأنموذج السادس وحجوم عينات (25,50,75,100)



شكل (3-7) : دالة المخاطرة عند الأنموذج السابع وحجوم عينات (25,50,75,100)



شكل (3-8) : دالة المخاطرة عند الأنموذج الثامن والآخر وحجوم عينات (25,50,75,100)

3-3 المبحث الثاني : الجانب التطبيقي

يستعرض هذا المبحث تحليل عينة الدراسة ويتم حساب معلمات توزيع الدراسة فضلا عن تقدير دالتي المخاطرة والمعولية للمفردة (النظام) وذلك بأستعمال طريقة الامكان الاعظم التي اثبتت افضليتها في الجانب التجريبي على بقية المقدرات الاخرى والتي تعد اكثر دقة في تقدير دالة المخاطرة لتوزيع الدراسة .

1-3-3 عينة الدراسة

سيتم تطبيق الجانب التطبيقي لتوزيع (MOEIkum) على البيانات الحقيقية لاوقات الاشتغال لحين حصول العطل في جهاز الرش المحوري في محافظة كربلاء المقدسة في قضاء عين التمر للمحاصيل الزراعية (العوادي، 2021:48،47) الذي تم قياسه بالاشهر لحجم عينة (n=100) والجدول في أدناه يبين تلك البيانات .

جدول (5-4) : اوقات الاشتغال حتى حصول العطل في جهاز الري المحوري للمحاصيل الزراعية

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0.8 | 0.8 | 0.9 | 1.1 | 1.1 | 1.3 | 1.4 | 1.4 | 1.5 | 1.5 |
| 1.6 | 1.6 | 1.7 | 1.7 | 1.8 | 1.8 | 1.8 | 1.9 | 2.0 | 2.0 |
| 2.2 | 2.2 | 2.3 | 2.3 | 2.3 | 2.3 | 2.3 | 2.4 | 2.4 | 2.4 |
| 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.6 | 2.6 | 2.6 | 2.6 | 2.6 | 2.7 |
| 2.8 | 2.8 | 2.8 | 2.9 | 2.9 | 3.0 | 3.0 | 3.0 | 3.0 | 3.1 |
| 3.1 | 3.1 | 3.2 | 3.3 | 3.3 | 3.3 | 3.4 | 3.4 | 3.4 | 3.4 |
| 3.4 | 3.5 | 3.5 | 3.5 | 3.6 | 3.6 | 3.6 | 3.6 | 3.6 | 3.6 |
| 3.8 | 3.8 | 3.9 | 4.0 | 4.0 | 4.0 | 4.0 | 4.0 | 4.0 | 4.2 |
| 4.2 | 4.3 | 4.4 | 4.5 | 4.5 | 4.6 | 4.7 | 4.8 | 4.8 | 4.9 |
| 5.0 | 5.2 | 5.3 | 5.5 | 6.0 | 6.2 | 6.3 | 7.0 | 7.2 | 8.0 |

المصدر: (العوادي، 2021:48)

تم تكوين جدول (6-3) الذي يمثل الاحصاءات الوصفية الخاصة لعينة الرسالة . وتم ترتيب بيانات عينة الرسالة في جدول تكراري الذي تمثل (7-3) اذ سيتم اعتماده في اجراء اختبار حسن المطابقة Goodnees of fit باستعمال ثلاث اختبارات التي سيتم ذكرها لاحقا.

جدول (6-3) : الاحصاءات الوصفية لعينة الدراسة

| | |
|-------------------|----------|
| Mean | 3.233 |
| Variance | 1.97921 |
| Skewness | 0.830864 |
| Kurtosis | 3.95947 |
| Median | 3.1 |
| StandardDeviation | 1.40684 |

المصدر: إعداد الباحثة

جدول (7-3) : الجدول التكراري لعينة الدراسة

| | | | | | | | | | |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Center of Categories | 0.5 | 1.5 | 2.5 | 3.5 | 4.5 | 5.5 | 6.5 | 7.5 | 8.5 |
| Frecuency | 3 | 15 | 27 | 28 | 17 | 4 | 3 | 2 | 1 |

المصدر: إعداد الباحثة

2-3-3 اختبارات حسن المطابقة Statistics Goodnees of fit

هناك احصاءات تستعمل في مقارنة نماذج التوزيعات . سوف نستعمل في الدراسة ثلاثة منها .

اختبار Kolmogorov-Smirnov (K-S)

تعرف الدالة الرياضية لهذا الاختبار (K-S) بالمعادلة الاتية :

$$K - S = SUP_X |F_0(X_j) - S_n(X_j)| \quad \dots (5 - 3)$$

اذ يستعمل هذا الاختبار لغرض المقارنة بين دالة التوزيع النظرية $F_0(X_j)$ والتجريبية $S_n(X_j)$ اذ تحدد الدالة التجريبية من الصيغة $P(X \leq x)$ والعينة هي عينة عشوائية تم سحبها من مجتمع دالة التوزيع $F_0(X_j)$ (العامري ، 2020 : 107) (11) .

وبحسب الفرضية الاحصائية الاتية :

$$H_0 = F(X_j) = F_0(X_j)$$

(التوزيع النظري يطابق توزيع العينة)

$$H_1 = F(X_j) \neq F_0(X_j)$$

(التوزيع النظري لا يطابق توزيع العينة)

اختبار Anderson Darling

تعرف الدالة الرياضية لهذا الاختبار And. بالمعادلة الآتية (Rahman,12:2006) :
(Astepheus ،Scholz ، 1987 : 918-924).

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{(2i - 1) \ln Z_i + (2n + 1 - 2i) \ln(1 - Z_i)\} \quad \dots (6 - 3)$$

حيث ان : $Z_i = X_{i:n}$ تمثل عدد البيانات المرتبة من الاصغر الى الاكبر

يستعمل اختبار And. لمعرفة اذ كانت العينة من البيانات ذات توزيع محدد وحسب الفرضية الآتية . (Stephens, 1974: 730-737)

بيانات العينة تتبع توزيع الدراسة H_0

بيانات العينة لا تتبع توزيع الدراسة H_1

اختبار Cramer Von Mises

يعرف اختبار Cra. بالدالة الرياضية الآتية (Rahman,2004: 213) :

$$W^2 = \left(W^{*2} - \frac{4}{10n} + \frac{6}{10n^2} \right) \left(1 + \frac{1}{n} \right) \quad \dots (7 - 3)$$

اذ يمثل

$$W^{*2} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left(Z_i - \frac{2i-1}{2n} \right)^2 + \frac{1}{12n} \right\} \quad \dots (8 - 3)$$

معيار معلومة اكيكي (AIC) Akaike information Criterion

المعادلة الرياضية لمعيار (AIC) (Vrieze ، 2012 : 228) هي :

$$AIC = 2K - 2 \ln L \quad \dots (9 - 3)$$

معيار معلومة بيز (BIC) Bayesian information Criterion

المعادلة الرياضية لمعيار (BIC) (Cavanagh ، Aneath ، 2012 : 199-203) هي :

$$BIC = K \ln(n) - 2 \ln L \quad \dots (10 - 3)$$

معيار معلومة اكيكي المصحح (AICc) Akaike information Correct

تعرف الصيغة الرياضية لمعيار (AICc) بالاتي :

$$AICc = AIC + \frac{2(r+1)}{n-r-1} \quad \dots (11 - 3)$$

3-3-3 تحليل البيانات

تم تقدير معالم التوزيعات (Ikum) ، (MOEIkum) في الجدول (8-3) وتم الاعتماد على طريقة الامكان الأعظم في التقدير لأنها الأفضل من بين المقدرات والتي اثبتت أفضليتها في الجانب التجريبي (المحاكاة) وتم تطبيقها على البيانات الحقيقة لأوقات الاشتغال لحين حصول العطل في جهاز الرش المحوري وكذلك ايجاد اختبارات حسن المطابقة وبعض المعايير وذلك من أجل المقارنة بين التوزيعات .

جدول (8-3) : نتائج اختبارات حسن المطابقة ومعايير المقارنة بين التوزيعات

| dist. | Parameter | AIC | AICc | BIC | P – Value | | |
|-------------|---|-------------|-------------|-------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | | | | | And | Cra | K – s |
| M-O Ikum | α = 4.06608 | 347.45 1 | 347.70 1 | 355.26 7 | 0.957 2 | 0.9519 | 0.921 2 |
| | β = 2.16334 | | | | | | |
| | γ = 0.99298 | | | | | | |
| | | | | | البيانات تلائم التوزيع | البيانات تلائم التوزيع | البيانات تلائم التوزيع |
| Ikum | $\alpha = -$ β = 34.0523 γ = 2.91623 | 366.14 4 | 366.26 8 | 371.35 4 | 0.090 9 | 0.1148 | 0.086 9 |

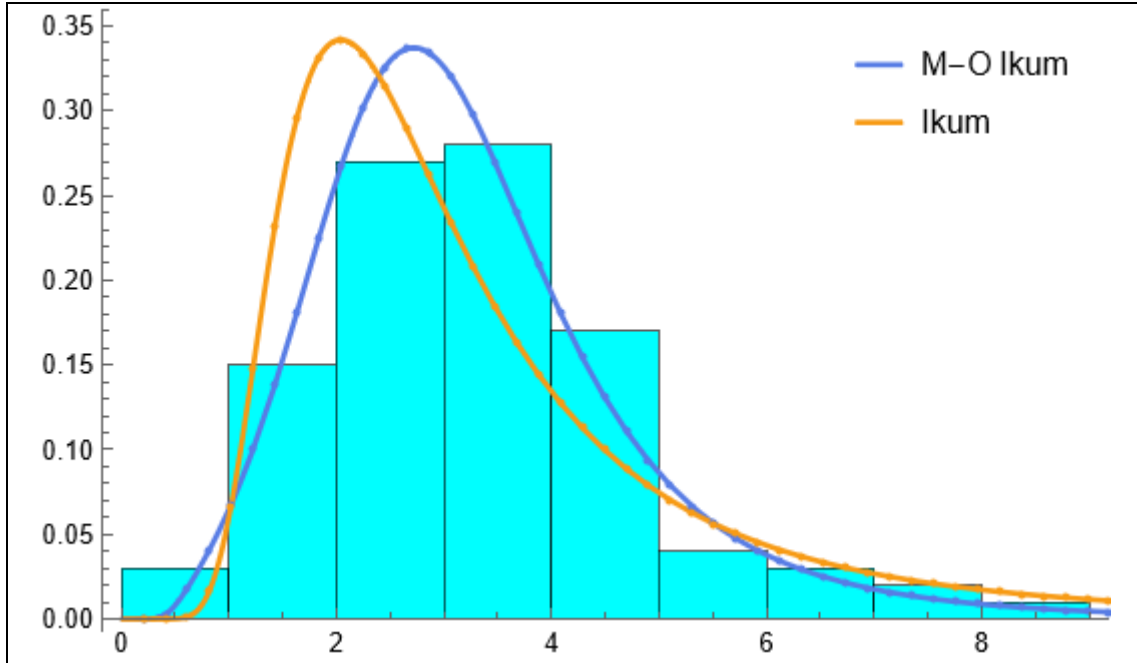
المصدر: إعداد الباحثة

1 – نلاحظ من الجدول (8-3) أن توزيع (MOEIkum) أفضل من توزيع (Ikum) الأساسي لأنه يمتلك معايير أقل من التوزيع الأساسي إذ بلغت تلك المعايير له (, AIC=347.451 , AICc=347.701 , BIC=355.267) .

2 – كما نلاحظ ان نتيجة اختبارات حسن المطابقة (And. , Cra. , Ks.) لاختبار فرضية العدم H_0 التي تنص على ان (توزيع بيانات العينة يطابق التوزيع النظري) قبول هذه الفرضية اي ان البيانات الحقيقة لاوقات الاشتغال لحين العطل في الجهاز تلائم توزيع الدراسة (MOEIkum) لكون قيمة (P-Value) لجميع الاختبارات (And.=0.9572 , Cra.=0.9519 , K-s.=0.9212) كانت اكبر من $\alpha = 0.05$

3 – فضلا على ان الاختبارات بينت ان البيانات الحقيقة تلائم توزيع (Ikum) وذلك ، لان قيمة الاختبارات تلائم التوزيع ايضا وقيمة (P-Value) اكبر من $\alpha = 0.05$

وكما يعزز الشكل (9-3) ادناه هذه النتيجة اذ نلاحظ تقاربا بين منحنى دالة الكثافة لتوزيع الدراسة ومنحنى دالة الكثافة للبيانات الحقيقية .



شكل (9-3) : منحنيات دوال الكثافة لتوزيعي (Ikum) و (MOEIkum) والمدرج التكراري للبيانات الحقيقية

3-4-3 تقدير دالتي المعولية والمخاطرة لبيانات الدراسة

بعد التحقق من ملائمة البيانات الحقيقية لتوزيع (MOEIkum) تم العمل على حساب مقدرات الامكان الاعظم لدالتي المعولية والمخاطرة وكما مبينة في الجدول (9-4) ادناه

جدول (9-3) : دالتي المعولية والمخاطرة والتراكمية لتوزيع الدراسة

| I | Ti | F(t) | R(t) | h(t) |
|----|-----|----------|----------|----------|
| 1 | 0.8 | 0.007315 | 0.992685 | 0.038902 |
| 2 | 0.8 | 0.007315 | 0.992685 | 0.038902 |
| 3 | 0.9 | 0.011788 | 0.988212 | 0.051631 |
| 4 | 1.1 | 0.024752 | 0.975248 | 0.081512 |
| 5 | 1.1 | 0.024752 | 0.975248 | 0.081512 |
| 6 | 1.3 | 0.043959 | 0.956041 | 0.118744 |
| 7 | 1.4 | 0.056254 | 0.943746 | 0.140476 |
| 8 | 1.4 | 0.056254 | 0.943746 | 0.140476 |
| 9 | 1.5 | 0.070512 | 0.929488 | 0.164361 |
| 10 | 1.5 | 0.070512 | 0.929488 | 0.164361 |

| | | | | |
|----|-----|----------|----------|----------|
| 11 | 1.6 | 0.086837 | 0.913163 | 0.190378 |
| 12 | 1.6 | 0.086837 | 0.913163 | 0.190378 |
| 13 | 1.7 | 0.105299 | 0.894701 | 0.218445 |
| 14 | 1.7 | 0.105299 | 0.894701 | 0.218445 |
| 15 | 1.8 | 0.125929 | 0.874071 | 0.248412 |
| 16 | 1.8 | 0.125929 | 0.874071 | 0.248412 |
| 17 | 1.8 | 0.125929 | 0.874071 | 0.248412 |
| 18 | 1.9 | 0.148712 | 0.851288 | 0.280067 |
| 19 | 2.0 | 0.173582 | 0.826418 | 0.313135 |
| 20 | 2.0 | 0.173582 | 0.826418 | 0.313135 |
| 21 | 2.2 | 0.229053 | 0.770947 | 0.382160 |
| 22 | 2.2 | 0.229053 | 0.770947 | 0.382160 |
| 23 | 2.3 | 0.259263 | 0.740737 | 0.417342 |
| 24 | 2.3 | 0.259263 | 0.740737 | 0.417342 |
| 25 | 2.3 | 0.259263 | 0.740737 | 0.417342 |
| 26 | 2.3 | 0.259263 | 0.740737 | 0.417342 |
| 27 | 2.3 | 0.259263 | 0.740737 | 0.417342 |
| 28 | 2.4 | 0.290788 | 0.709212 | 0.452418 |
| 29 | 2.4 | 0.290788 | 0.709212 | 0.452418 |
| 30 | 2.4 | 0.290788 | 0.709212 | 0.452418 |
| 31 | 2.5 | 0.323333 | 0.676667 | 0.486971 |
| 32 | 2.5 | 0.323333 | 0.676667 | 0.486971 |
| 33 | 2.5 | 0.323333 | 0.676667 | 0.486971 |
| 34 | 2.5 | 0.323333 | 0.676667 | 0.486971 |
| 35 | 2.6 | 0.356584 | 0.643416 | 0.520599 |
| 36 | 2.6 | 0.356584 | 0.643416 | 0.520599 |
| 37 | 2.6 | 0.356584 | 0.643416 | 0.520599 |
| 38 | 2.6 | 0.356584 | 0.643416 | 0.520599 |
| 39 | 2.6 | 0.356584 | 0.643416 | 0.520599 |
| 40 | 2.7 | 0.390218 | 0.609782 | 0.552932 |
| 41 | 2.8 | 0.423913 | 0.576087 | 0.583644 |
| 42 | 2.8 | 0.423913 | 0.576087 | 0.583644 |
| 43 | 2.8 | 0.423913 | 0.576087 | 0.583644 |
| 44 | 2.9 | 0.457365 | 0.542635 | 0.612459 |
| 45 | 2.9 | 0.457365 | 0.542635 | 0.612459 |

| | | | | |
|----|-----|----------|----------|----------|
| 46 | 3.0 | 0.490292 | 0.509708 | 0.639162 |
| 47 | 3.0 | 0.490292 | 0.509708 | 0.639162 |
| 48 | 3.0 | 0.490292 | 0.509708 | 0.639162 |
| 49 | 3.0 | 0.490292 | 0.509708 | 0.639162 |
| 50 | 3.1 | 0.522445 | 0.477555 | 0.663596 |
| 51 | 3.1 | 0.522445 | 0.477555 | 0.663596 |
| 52 | 3.1 | 0.522445 | 0.477555 | 0.663596 |
| 53 | 3.2 | 0.553608 | 0.446392 | 0.685664 |
| 54 | 3.3 | 0.583608 | 0.416392 | 0.705323 |
| 55 | 3.3 | 0.583608 | 0.416392 | 0.705323 |
| 56 | 3.3 | 0.583608 | 0.416392 | 0.705323 |
| 57 | 3.4 | 0.612307 | 0.387693 | 0.722580 |
| 58 | 3.4 | 0.612307 | 0.387693 | 0.722580 |
| 59 | 3.4 | 0.612307 | 0.387693 | 0.722580 |
| 60 | 3.4 | 0.612307 | 0.387693 | 0.722580 |
| 61 | 3.4 | 0.612307 | 0.387693 | 0.722580 |
| 62 | 3.5 | 0.639609 | 0.360391 | 0.737483 |
| 63 | 3.5 | 0.639609 | 0.360391 | 0.737483 |
| 64 | 3.5 | 0.639609 | 0.360391 | 0.737483 |
| 65 | 3.6 | 0.665448 | 0.334552 | 0.750117 |
| 66 | 3.6 | 0.665448 | 0.334552 | 0.750117 |
| 67 | 3.6 | 0.665448 | 0.334552 | 0.750117 |
| 68 | 3.6 | 0.665448 | 0.334552 | 0.750117 |
| 69 | 3.6 | 0.665448 | 0.334552 | 0.750117 |
| 70 | 3.6 | 0.665448 | 0.334552 | 0.750117 |
| 71 | 3.8 | 0.712638 | 0.287362 | 0.769032 |
| 72 | 3.8 | 0.712638 | 0.287362 | 0.769032 |
| 73 | 3.9 | 0.734000 | 0.266000 | 0.775584 |
| 74 | 4.0 | 0.753914 | 0.246086 | 0.780396 |
| 75 | 4.0 | 0.753914 | 0.246086 | 0.780396 |
| 76 | 4.0 | 0.753914 | 0.246086 | 0.780396 |
| 77 | 4.0 | 0.753914 | 0.246086 | 0.780396 |
| 78 | 4.0 | 0.753914 | 0.246086 | 0.780396 |
| 79 | 4.0 | 0.753914 | 0.246086 | 0.780396 |
| 80 | 4.2 | 0.789601 | 0.210399 | 0.785401 |
| 81 | 4.2 | 0.789601 | 0.210399 | 0.785401 |

| | | | | |
|-----|-----|----------|----------|----------|
| 82 | 4.3 | 0.805500 | 0.194500 | 0.785890 |
| 83 | 4.4 | 0.820196 | 0.179804 | 0.785224 |
| 84 | 4.5 | 0.833762 | 0.166238 | 0.783533 |
| 85 | 4.5 | 0.833762 | 0.166238 | 0.783533 |
| 86 | 4.6 | 0.846271 | 0.153729 | 0.780940 |
| 87 | 4.7 | 0.857796 | 0.142204 | 0.777557 |
| 88 | 4.8 | 0.868409 | 0.131591 | 0.773488 |
| 89 | 4.8 | 0.868409 | 0.131591 | 0.773488 |
| 90 | 4.9 | 0.878175 | 0.121825 | 0.768825 |
| 91 | 5.0 | 0.887162 | 0.112838 | 0.763654 |
| 92 | 5.2 | 0.903034 | 0.096966 | 0.752083 |
| 93 | 5.3 | 0.910032 | 0.089969 | 0.745813 |
| 94 | 5.5 | 0.922397 | 0.077603 | 0.732572 |
| 95 | 6.0 | 0.945725 | 0.054275 | 0.697250 |
| 96 | 6.2 | 0.952721 | 0.047279 | 0.682841 |
| 97 | 6.3 | 0.955826 | 0.044174 | 0.675657 |
| 98 | 7.0 | 0.971993 | 0.028007 | 0.626849 |
| 99 | 7.2 | 0.975260 | 0.024740 | 0.613593 |
| 100 | 8.0 | 0.984549 | 0.015451 | 0.564318 |

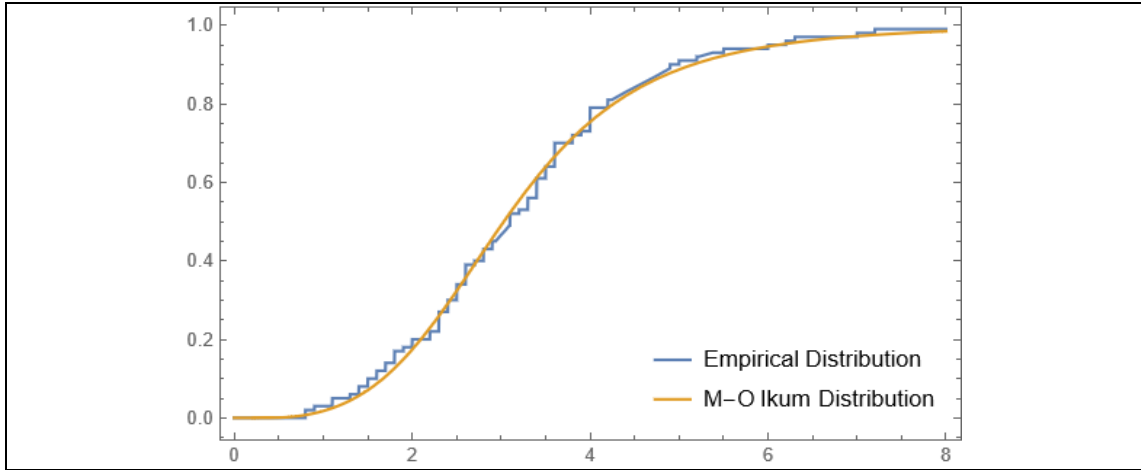
المصدر: إعداد الباحثة

نلاحظ من الجدول (3-9) الآتي :

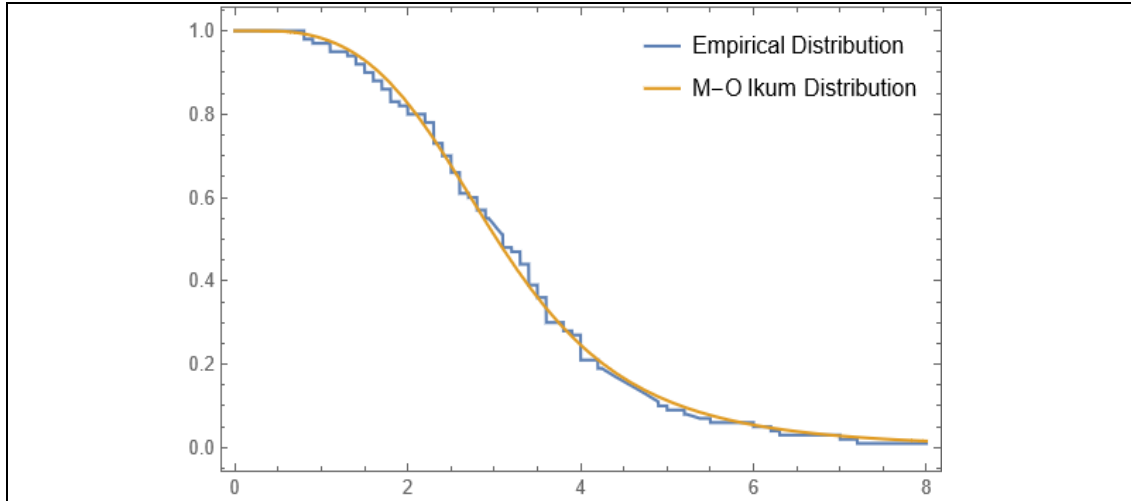
1 – تتناقص دالة المعولية مع الزمن بصورة واضحة وهذا ينسجم مع سلوك دالة المعولية إذ نجد أن قيمتها عند الزمن (0.8) مساوية إلى (0.99268) وانخفضت عند الزمن (8) لتصل إلى (0.01545)

2 – نلاحظ تزايد قيم دالة المخاطرة مع الزمن وهذا يطابق السلوك أيضاً وعليه فإن معدل فشل الجهاز الزمن (0.8) كان يساوي (0.03890) وقد ازدادت عند الزمن (8) لتصل إلى (0.564431)

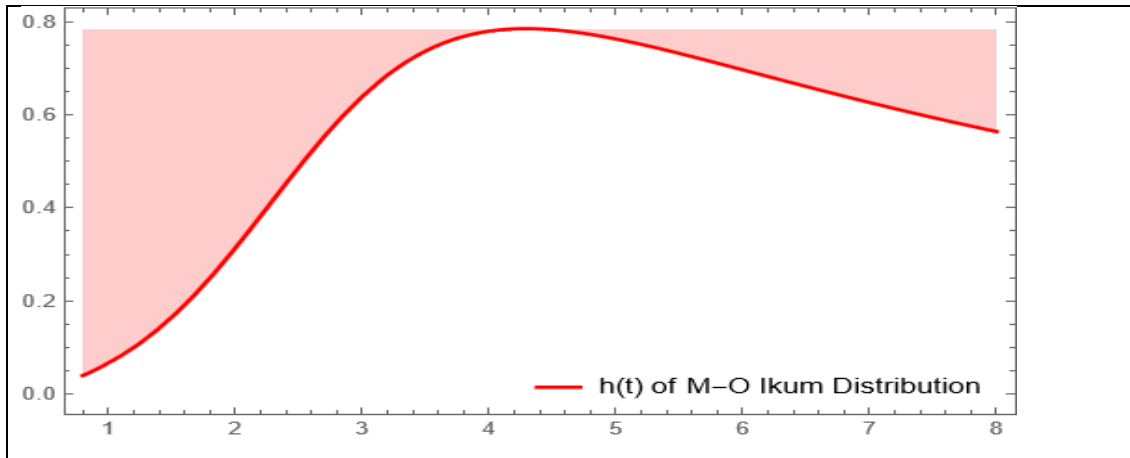
والاشكال (3-10) ، (3-11) ، (3-12) ادانة توضح سلوك الدوال (التوزيعية ، المعولية، المخاطرة) للبيانات الحقيقية .



الشكل (3-10): الدالة التوزيعية للبيانات الحقيقية



الشكل (3-11): الدالة المعولية للبيانات الحقيقية



الشكل (3-12): دالة المخاطرة للبيانات الحقيقية

الفصل الرابع الاستنتاجات والتوصيات

- تمهيد
- الاستنتاجات
- التوصيات

1-4 تمهيد

يتضمن هذه الفصل مجموعة من الاستنتاجات والتوصيات توصلت لها الباحثة في الجانب النظري والجانب التجريبي والتطبيقي .

2-4 الاستنتاجات Conclusions

1- بين الجانب التجريبي طرائق التقدير المستعملة في الدراسة (طريقة الإمكان الأعظم ، طريقة المربعات الطغرى ، طريقة المسافة الدنيا ، أسلوب الجانيف للطرق الثلاث المذكوره اعلاه) وكذلك حجوم العينات $n=(25,50,75,100)$ اذ تم استعمال ثمان نماذج للتقدير وبين الطريقة الافضل عند حجم العينة الافضل والنموذج الاكفا.

2- كما وضح الجانب التجريبي طريقة الامكان الاعظم هي الافضل لانها تمتلك اقل متوسط مربعات خطأ (MSE) وكذلك (IMSE) من بقية المقدرات الاخرى عند حجم العينة (n=100) وعند النموذج (model=7) وتاتي في المرتبة الثانية طريقة (mle-jac) وهكذا بقية المقدرات وبالترتيب.

3- من نتائج الجانب التطبيقي المبينة في الجدول (3-8) من واقع البيانات الحقيقية تم التوصل إلى أفضلية الأنموذج لتوزيع (MOEIkum) على الأنموذج (Ikum) نتيجه إلى ...

1. أثبتت اختبارات حسن المطابقة (And. , Cra. , K-S.) ملائمة البيانات الحقيقية لتوزيع (MOEIkum) إذ بلغت مستويات المعنوية لتلك الاختبارات (And=0.9572 , Cra=0.9519 , K-S=0.9212) على التوالي وهي اكبر من $(\alpha = 0.05)$ فضلاً عن ذلك هي كانت أعلى من مستويات المعنوية لنفس الاختبارات لتوزيع (Ikum) .

2. كما أمثلت أنموذج (MOEIkum) اقل قيمة معايير حسن المطابقة (AIC , AICc , BIC) مع مقارنة بتوزيع (Ikum) وهذا ما يؤكد الاستنتاج النظري الذي ينص على أفضلية النماذج الاحتمالية المركبة على النماذج الاحتمالية التي تتشكل منها .

4- أظهرت نتائج الجانب التطبيقي إلى ان دالة المخاطرة لاعلى زمن للبيانات الحقيقية (8) بلغت (0.564431).

3-4 التوصيات Recommendations

1 – العمل على توسيع عائلة مارشال اولكين وذلك للحصول على توزيعات موسعة جديدة اكثر اهمية من التوزيعات التقليدية في دراسة اوقات الفشل للمفردة (النظام) .

2 – استعمال طرائق أخرى في التقدير منها المقدرات البيزية .

3 – من اجل اكتشاف المشاكل التي يواجهها (النظام) والعمل على صيانتها يجب دراسة دالة المخاطرة وكذلك دالة المعولية .

- 4 – بسبب التطور وكثرة التعقيد في الجانب التكنولوجي العمل على دراسة التوزيعات الموسعة للخروج بنتائج ادق .
- 5- تقدير ودراسة بعض الدوال لاكتشاف العطلات وذلك باستعمال عينات تابعة لأجهزة الرش المحوري

المصادر

- المصادر العربية
- المصادر الأجنبية

المصادر والمراجع

أولاً : المصادر العربية

- 1 – الباقر، زينب محمد باقر. (2017). تقديرات دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي . رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء
- 2 – حافظ، علي ماضي. (2020). بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط (الاسي – فريجيت) لتقدير دالة المعولية الضبابية ، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد جامعة البصرة
- 3- حمدان ،مصطفى عبد جبار. (2011). مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (power lomax) بأستعمال المحاكاة ، جامعة بغداد كلية الإدارة والاقتصاد
- 4- حميدان ،سالم سالمين. (2018). المنظور المعاصر لادارة المخاطر: مفهوم المخاطرة ، بحث ، شبكة المؤتمرات العربية، جامعة الملك عبد العزيز، جدة
- 5- الدليمي ،سالم عبد الله. (2016). استعمال المعولية الاتاحية كنماذج ماركوفية في تخطيط الانتاج للنظم المتوازية ، مجلة القادسية للعلوم الهندسية ، المجلد 4 ، جامعة تكريت
- 6- سلمان ،محمد صادق. (2021). اختيار افضل تقدير دالة المخاطرة الضبابية لتوزيع دالة القوة الموسع باستخدام المحاكاة ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء
- 7- شرهان ،رائد فيصل. (2019). تقدير معلمات توزيع ويبيل بأستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة رسالة ماجستير، الجامعة المستنصرية ، كلية الإدارة والاقتصاد
- 8- صالح ،ستار محمد. (2006). مقارنة اسلوب بيز مع طرائق اخرى لتقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو من النوع الاول ، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد جامعة بغداد
- 9- طاهر، محمد عبود ، أمين ،عبد الله عبد القادر والعامري ، بهاء عبد الرزاق قاسم. (2009). تقدير دالة المعولية لبعض مكانن الشركة العامة لصناعة الأسمدة المنطقة الجنوبية باتباع سياسة الفحص الوقائي ، مجلة العلوم الاقتصادية ، المجلد6، العدد 24 ، جامعة البصرة ، كلية الإدارة والاقتصاد
- 10- الطليباوي ،علاء عدنان عودة. (2021). أستعمال اسلوب Jackknife والطريقة البيزية لتقدير دالة المعولية لتوزيع بيتا ، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء
- 11- العامري ،بهاء عبد الرزاق قاسم. (2021). أستعمال بعض التوزيعات المبتورة في نظام خبير لتقدير الفترة المثلى لاستبدال المكانن والمعدات . اطروحة دكتوراة ، جامعة كربلاء
- 12- عبد الكريم ،حيدر سالم. (2022). مقارنة طريقة الإمكان الأعظم والطريقة الجينية مع الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء لتوزيع دالة القوى الموسع مع التطبيق ، رسالة ماجستير ، جامعة البصرة ، كلية الإدارة والاقتصاد
- 13- عبد اللطيف ،زهراء رياض. (2021). مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع Shifted Gompertz مع التطبيق ، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد جامعة البصرة

- 14- عبد ،نبأ جعفر .(2020). أستعمال أسلوب الجاك نايف لتقدير نموذج الانحدار اللوجستي لمرض سرطان الثدي ، بحث ،جامعة بغداد ، كلية الإدارة والاقتصاد
- 15- عزيز ،سكينة سلطان .(2021). مقدرات بيزية مقلصة لمعلمة القياس ودالة المعولية لتوزيع وقت الفشل (ماكويل) باعتماد دالتي الخسارة التربيعية الخطية ، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد جامعة البصرة
- 16- نعيم ،صنعاء محمد .(2022). أستعمال توزيع جونسن المقيد ودالة البقاء لدراسة مرضى السكري في البصرة ، رسالة ماجستير ، جامعة البصرة
- 17- العوادي ،علي حسين نوري .(2021). بناء توزيع (Mirra) الموزون لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي . رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء
- 18- كريم ،أثير عبد الزهرة .(2018). تحليل دالة البقاء عندما يتناسب معامل الخطورة مع الزمن ،رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد جامعة البصرة
- 19- مجلي ،احمد عاجل .(2019). تقدير دالة البقاء لتوزيع احتمالي مركب (ويبل – رايلي) مع تطبيق عملي ،رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء
- 20- مطلق ،ستار عبد .(2009). قياس معولية القرن الدوار في معمل سمنت كبيسة ، مجلة الهندسة والتكنولوجية، عدد27 ، العدد 1 ، (364-380) ، جامعة الانبار

ثانيا : المصادر الأجنبية

- 21- Al-fattah ,A.M,El-helbawy ,A.A and Al- dayin , G.R .(2017). "Inverted Kumaraswamy distribution:properties and estimation", pak.J.statist .vol.33(1), 37-61
- 22- Alizadeh,M,Tahir , M.H, Cordeiron , G.M , Zubair .M ,Mansoor ,M and Hamedani , G.G .(2014). "The Kumaraswamy marshal-oiken family of distributions" , Journal of the egyptian mathematical society
- 23 - Al-Mofleh, H. ,Afify, A. Z. , & Ibrahim ,N. A.(2020) . "A new extended two-parameter distribution: properties estimation metods", and applications in medicine and geology . Mathematics , 8(9)
- 24-Aneath , A. and cavangh , J.E .(2012). " The Bayesian information criterion:background,erivation" ,and applications wiley interdisc plenary reviews:computational statistics ,wirs computational statistic , vol.4 ,No.2.pp.199-203
- 25-Badr , D.H .(2019). " A comparison of some methods to estimate reliability function using simulation" , Al-rafidain university college for sciences , vol.issue 45,pp.so.65 , for tow pavameter Weibull distribution by using simnlation

- 26- Bhatti , F , Hamedani ,G , Korkmaz ,M , Cordeiro , G , Yousof , H .(2019). "On burr III Marshall-Olkin family ; development , properties , characterizations and applications " , al journal of statistical distributions and application 6:12
- 27- Gillariose, Jiju , Ehab M . (2021)." Reliability test plan for the Marshall-Olkin extended inverted Kumaraswamy distribution . Rt & SA ,No 3 (63) voll 16, September
- 28-Hasting , N. and Evans , M. and Peacock , B. (2000)." Statistical distribution, 3rd ed" , New York:wiley.p.13
- 29- Hawah, M .K. (2020)." Discussing Fuzzy Reliability Estimators of Function of Mixed probability Distribution by simulation" , Baghdad science journal vol.17 no.1 d.141-149
- 30- Hess.K.R, Levin ,V.A .(2014). "Getting more out of survival data by using the hazard function " , 15: 20(6)
- 31- H ,Koul. and, T ,Dewet .(1981). " Minimum distance estimation in a linear regression model" , the annals of statistics , voll.11 , No.3 , H.(KOUL and DEWET)pp.921-932
- 32- Iqbal ,Z,Tahir ,M.M ,Riaz ,N.A and Ahmad ,M.(2017). "Generalized inverted Kumaraswamy distribution : properties and application" ,Journal of statistics 7 ,645-662
- 33-Kiefer , N.M. .(1988). " Economic duration data and hazard function " , Journal of economic literature 26(2) , 646-679 .
- 34-Ling , Z.C. and Zhenzhoul , L.U. and Xiaobo .(2015). "An efficient method based on ak-mcs for estimating failure probability function , reliability engineering" , 12th international conference on applications of statistics and probability in civil engineering ICASP12 van couver , Canada , July 12-15
- 35-Lishaml Tomy and Jiju Gillariose . (2018)." The Marshall-Olkin Kumaraswamy distribution ,Department of statistics", Dewa matha college India , biometrics & biostatistics international journal , vol 7 , Issue 1
- 36- Maiti,J. (2007). " risk-based maintenance techniques and applications" journal of hazardous materials, 142:653-661
- 37- Mezbahur rahman .(2006). "A modified Anderson-Darling Test for uniformity, bull.malays . maths.sci.soc. (2) 29(1) pp:11-16

- 38- Neto , Manoel Santos .(2010). "The Marshall-olkin extended Weibull family of distributions" ,journal of statistical distributon and application s.1 article number :9
- 39- Powell , Michael J . D . (1973). " On search Direction for Minimization Algorithms" Mathematical Programming ,voll.82 , No .399 , pp.918-924
- 40-Ranneby , B.O .(1984)." The maximum spacing method an estimation method related to the maximum likelihood method Scandinavian" Journal of statistics ,voll.11 , No .2 .pp.93-112
- 41-Scholz , F.W. and Astepheus ,M.(1987)." K-sample Anderson-darling tests" , journal of the American statistical , Association
- 42- Stephens , M. A. (1974) ." EDF. Statistics for Goodess of Fit and some Comparison" Journal of the Americen statisticalcal Association . No:347.pp.730-737
- 43-Tomy , L. and Gillariose , J. (2018). " The marshall-olkin ikum distribution" , biometrics & biostatistics international journal . vol.7 .Issue1
- 44- Tomy , L. and Gillariose , J.(2019). "Ageneralised Rayleigh distrbtion and its application", deave matha college , kuravilangad , kerala- 68663, India
- 45- Usman, R. M. , ul-Haq, M .(2018)." The marshall-olkin extended Inverted Kumaraswamy Distribution" , Journal of king saud university ,science,32 ,356-365
- 46-Vrieze .S. (2012). " Model selection and psychological theory :a discussion of the differences between the Akaike information criterion(AIC) and the bayesian information criterion(BIC)"
- 47-Zeine eldin ,R.A. and chesneau C. and Jamal F. and Elgarhy M.(2019). "Statistical properties and different methods of estimation for type I half logistic inverted kumaras wamy distribution" ,Journal(mathematics) , vol.7,Issue 10 .

الملاحق

A الملحق -

B الملحق -

C الملحق -

D الملحق -

الملحق A

نتائج محاكاة تقدير دالة المخاطرة لتوزيع الدراسة .

جدول (A-1) : تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) ولجميع المقدرات (Jac. Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (25 , 50 , 75 ,100) بالنسبة للنموذج الاول

| T | h_real | ML | | | | ML-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.109556 | 0.556245 | 0.513769 | 0.529858 | 0.536132 | 0.538003 | 0.512428 | 0.529389 | 0.535876 | 0.537878 |
| 0.404476 | 0.428282 | 0.415966 | 0.42079 | 0.431159 | 0.426058 | 0.415834 | 0.420749 | 0.431116 | 0.426045 |
| 0.672584 | 0.353625 | 0.354187 | 0.352932 | 0.362143 | 0.355496 | 0.354512 | 0.353027 | 0.362176 | 0.355518 |
| 0.767007 | 0.333078 | 0.336142 | 0.333676 | 0.342429 | 0.335544 | 0.336557 | 0.333793 | 0.342476 | 0.335571 |
| 1.24132 | 0.25748 | 0.266395 | 0.261167 | 0.267969 | 0.260771 | 0.267026 | 0.261325 | 0.268044 | 0.260809 |
| 1.88899 | 0.196151 | 0.206591 | 0.200847 | 0.205905 | 0.199082 | 0.207268 | 0.201001 | 0.205984 | 0.199119 |
| 2.29516 | 0.170526 | 0.180911 | 0.175325 | 0.179643 | 0.173156 | 0.181574 | 0.175469 | 0.179719 | 0.173191 |
| 3.65438 | 0.118402 | 0.12759 | 0.122873 | 0.125713 | 0.120291 | 0.128165 | 0.12299 | 0.125777 | 0.120319 |
| 5.80892 | 0.079529 | 0.086893 | 0.083245 | 0.085041 | 0.080819 | 0.087343 | 0.083334 | 0.08509 | 0.08084 |
| 9.44683 | 0.051018 | 0.056457 | 0.053832 | 0.054916 | 0.051864 | 0.056779 | 0.053894 | 0.054951 | 0.051879 |

تابع لجدول (A-1)

| OLS | | | | OLS-JSC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.557742 | 0.563439 | 0.545487 | 0.55757 | 0.547205 | 0.555123 | 0.53767 | 0.55265 |
| 0.405473 | 0.418969 | 0.429629 | 0.429093 | 0.393796 | 0.413113 | 0.426321 | 0.426143 |
| 0.33574 | 0.345536 | 0.359149 | 0.354667 | 0.321447 | 0.338693 | 0.355374 | 0.351292 |
| 0.316844 | 0.325415 | 0.339222 | 0.333897 | 0.301971 | 0.318298 | 0.335209 | 0.330382 |
| 0.24746 | 0.251418 | 0.264486 | 0.256883 | 0.231253 | 0.243561 | 0.259549 | 0.252959 |
| 0.190919 | 0.191494 | 0.202721 | 0.194306 | 0.174825 | 0.183582 | 0.197286 | 0.190316 |
| 0.167129 | 0.166516 | 0.176711 | 0.168284 | 0.151496 | 0.158791 | 0.171222 | 0.164377 |
| 0.118192 | 0.115821 | 0.123497 | 0.115783 | 0.104505 | 0.108998 | 0.118343 | 0.112321 |
| 0.080893 | 0.078044 | 0.083503 | 0.077131 | 0.069836 | 0.072497 | 0.079143 | 0.074314 |
| 0.052814 | 0.050262 | 0.05392 | 0.049121 | 0.044589 | 0.046109 | 0.050569 | 0.04701 |

تابع لجدول (A-1)

| CVM | | | | CVM-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.520648 | 0.541274 | 0.52899 | 0.545498 | 0.508395 | 0.532391 | 0.520961 | 0.540431 |
| 0.404056 | 0.417827 | 0.42862 | 0.428384 | 0.391096 | 0.41154 | 0.425074 | 0.425339 |
| 0.342275 | 0.348877 | 0.361495 | 0.356355 | 0.326678 | 0.341684 | 0.357533 | 0.352901 |
| 0.324738 | 0.329493 | 0.342123 | 0.335975 | 0.308549 | 0.322039 | 0.337933 | 0.332382 |
| 0.258043 | 0.25686 | 0.268444 | 0.259674 | 0.240489 | 0.24869 | 0.263338 | 0.255665 |

| | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.201518 | 0.196835 | 0.206644 | 0.197031 | 0.184092 | 0.188612 | 0.201032 | 0.19295 |
| 0.177255 | 0.171564 | 0.180431 | 0.170849 | 0.160317 | 0.163528 | 0.174763 | 0.16685 |
| 0.126548 | 0.119889 | 0.126512 | 0.117827 | 0.111678 | 0.112769 | 0.121183 | 0.114278 |
| 0.087219 | 0.081072 | 0.085752 | 0.078635 | 0.075176 | 0.075265 | 0.081243 | 0.075744 |
| 0.057237 | 0.05236 | 0.055479 | 0.050153 | 0.048264 | 0.048001 | 0.052012 | 0.047985 |

جدول (A-2) : المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) للنموذج الأول

| T | Mle | | | | Mle-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.109556 | 0.051853 | 0.022148 | 0.01916 | 0.015614 | 0.053977 | 0.022714 | 0.019409 | 0.015746 |
| 0.404476 | 0.019353 | 0.007666 | 0.007055 | 0.005008 | 0.020292 | 0.007868 | 0.007135 | 0.005055 |
| 0.672584 | 0.012004 | 0.004799 | 0.004235 | 0.00315 | 0.012595 | 0.004923 | 0.004286 | 0.003179 |
| 0.767007 | 0.010413 | 0.004154 | 0.003598 | 0.002723 | 0.01093 | 0.004261 | 0.003643 | 0.002749 |
| 1.24132 | 0.005715 | 0.002233 | 0.00175 | 0.001404 | 0.006021 | 0.002291 | 0.001776 | 0.001417 |
| 1.88899 | 0.003077 | 0.001195 | 0.000826 | 0.000666 | 0.003272 | 0.001226 | 0.000841 | 0.000673 |
| 2.29516 | 0.002262 | 0.000888 | 0.000576 | 0.000454 | 0.00242 | 0.000911 | 0.000587 | 0.000458 |
| 3.65438 | 0.001068 | 0.000447 | 0.000258 | 0.000175 | 0.001163 | 0.000459 | 0.000263 | 0.000177 |
| 5.80892 | 0.000514 | 0.000234 | 0.000131 | 7.22E-05 | 0.000567 | 0.00024 | 0.000134 | 7.32E-05 |
| 9.44683 | 0.000242 | 0.000118 | 6.82E-05 | 3.21E-05 | 0.000268 | 0.000121 | 6.98E-05 | 3.26E-05 |
| IMSE | 0.01065 | 0.004388 | 0.003766 | 0.00293 | 0.011151 | 0.004501 | 0.003814 | 0.002956 |

تابع لجدول (A-2)

| Ols | | | | Ols-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.053785 | 0.025207 | 0.019131 | 0.015525 | 0.053081 | 0.025609 | 0.019795 | 0.015607 |
| 0.020793 | 0.008472 | 0.007835 | 0.005314 | 0.018719 | 0.008057 | 0.007559 | 0.005137 |
| 0.012053 | 0.005525 | 0.0048 | 0.003617 | 0.010681 | 0.00515 | 0.004558 | 0.003462 |
| 0.010186 | 0.004799 | 0.004075 | 0.003159 | 0.009032 | 0.004473 | 0.003856 | 0.003023 |
| 0.005111 | 0.002517 | 0.001946 | 0.001633 | 0.004598 | 0.002393 | 0.001806 | 0.001574 |
| 0.002767 | 0.001269 | 0.000904 | 0.000757 | 0.002498 | 0.001253 | 0.000805 | 0.000746 |
| 0.002142 | 0.000918 | 0.000635 | 0.000511 | 0.001912 | 0.000924 | 0.000548 | 0.000513 |
| 0.001272 | 0.000457 | 0.000309 | 0.000204 | 0.001068 | 0.00047 | 0.000246 | 0.000217 |
| 0.000778 | 0.000257 | 0.000179 | 9.61E-05 | 0.000613 | 0.00026 | 0.000138 | 0.000107 |
| 0.000429 | 0.000143 | 0.000104 | 5.03E-05 | 0.000325 | 0.00014 | 8.11E-05 | 5.71E-05 |
| 0.010932 | 0.004956 | 0.003992 | 0.003087 | 0.010253 | 0.004873 | 0.003939 | 0.003044 |

تابع لجدول (A-2)

| Cvm | | | | Cvm-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.055205 | 0.025921 | 0.019849 | 0.015795 | 0.055031 | 0.026694 | 0.020771 | 0.015991 |
| 0.022919 | 0.00874 | 0.008065 | 0.005389 | 0.020761 | 0.008372 | 0.007788 | 0.005219 |
| 0.013531 | 0.005771 | 0.005039 | 0.003707 | 0.011771 | 0.005333 | 0.004764 | 0.003538 |
| 0.011497 | 0.005038 | 0.00431 | 0.003249 | 0.009905 | 0.00463 | 0.004052 | 0.003095 |
| 0.005901 | 0.002689 | 0.002131 | 0.001697 | 0.004892 | 0.002455 | 0.00194 | 0.001613 |
| 0.003287 | 0.001367 | 0.00103 | 0.000788 | 0.00258 | 0.001254 | 0.000881 | 0.000754 |
| 0.002587 | 0.000991 | 0.000738 | 0.000531 | 0.00196 | 0.000911 | 0.000603 | 0.000511 |
| 0.00159 | 0.000496 | 0.00037 | 0.000208 | 0.001107 | 0.00045 | 0.000271 | 0.000207 |
| 0.000987 | 0.000281 | 0.000214 | 9.62E-05 | 0.000653 | 0.000248 | 0.00015 | 9.89E-05 |
| 0.000542 | 0.000157 | 0.000122 | 5E-05 | 0.000352 | 0.000135 | 8.74E-05 | 5.24E-05 |
| 0.011805 | 0.005145 | 0.004187 | 0.003151 | 0.010901 | 0.005048 | 0.004131 | 0.003108 |

جدول (A-3) : معلمات التوزيع عند النموذج الاول

| ML | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.48672 | 3.25903 | 1.04601 | 0.170863 | 0.568739 | 0.0520424 |
| 50 | 1.05298 | 0.510167 | 1.02395 | 0.0665267 | 0.537009 | 0.0279886 |
| 75 | 1.00727 | 0.474826 | 1.03926 | 0.0535394 | 0.546144 | 0.0207514 |
| 100 | 0.902301 | 0.253148 | 1.02988 | 0.046154 | 0.505477 | 0.0100123 |

| ML-JAC | | | | | | |
|--------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.52677 | 3.79405 | 1.05003 | 0.17925 | 0.572245 | 0.0563593 |
| 50 | 1.05953 | 0.540047 | 1.0249 | 0.0684554 | 0.537669 | 0.0286156 |
| 75 | 1.01024 | 0.486014 | 1.03965 | 0.0543831 | 0.546508 | 0.021118 |
| 100 | 0.903625 | 0.256923 | 1.03008 | 0.0465615 | 0.505643 | 0.0101395 |

| OLS | | | | | | |
|-----|----------|---------------|----------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.7254 | 3.85236 | 0.810598 | 0.275869 | 0.507828 | 0.119532 |

| | | | | | | |
|-----|----------|----------|----------|-----------|----------|-----------|
| 50 | 1.4926 | 3.81999 | 0.917095 | 0.116715 | 0.476693 | 0.0530632 |
| 75 | 1.25197 | 1.76735 | 0.990101 | 0.0852023 | 0.526966 | 0.0383634 |
| 100 | 0.970422 | 0.706741 | 0.987032 | 0.0727643 | 0.453483 | 0.024393 |

| OLS-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |

| | | | | | | |
|-----|----------|----------|----------|-----------|----------|-----------|
| 25 | 1.4586 | 2.782601 | 0.880845 | 0.219233 | 0.367665 | 0.115021 |
| 50 | 1.20313 | 2.70739 | 0.950004 | 0.105576 | 0.404203 | 0.0575921 |
| 75 | 1.06295 | 1.28877 | 1.01759 | 0.0820509 | 0.462588 | 0.0421433 |
| 100 | 0.869633 | 0.581238 | 1.00143 | 0.0684656 | 0.414602 | 0.0300884 |

| CVM | | | | | | |
|-----|----------|---------------|----------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.54123 | 3.36524 | 0.898113 | 0.279725 | 0.566205 | 0.131284 |
| 50 | 1.44712 | 3.20763 | 0.961952 | 0.117004 | 0.504809 | 0.0530691 |
| 75 | 1.2395 | 1.66606 | 1.0227 | 0.0881279 | 0.546516 | 0.0406001 |
| 100 | 0.966558 | 0.678526 | 1.00934 | 0.0740058 | 0.466794 | 0.0234768 |

| CVM-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|----------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.20315 | 2.22453 | 0.962666 | 0.222935 | 0.411215 | 0.118054 |
| 50 | 1.16955 | 2.27503 | 0.993958 | 0.108119 | 0.427875 | 0.0555795 |
| 75 | 1.05462 | 1.22203 | 1.04973 | 0.0865715 | 0.481307 | 0.0416165 |
| 100 | 0.866892 | 0.55964 | 1.02362 | 0.0702954 | 0.427448 | 0.0280526 |

جدول (A-4) : تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) ولجميع المقدرات (Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) بالنسبة للنموذج الثاني (Jac).

| t | h_real | ML | | | | ML-JAC | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.001891 | 3.73764 | 4.22807 | 3.94963 | 3.72111 | 3.78021 | 4.22495 | 3.95088 | 3.72231 | 3.78086 |
| 0.013788 | 3.66215 | 3.38833 | 3.48641 | 3.5127 | 3.53368 | 3.37893 | 3.48315 | 3.51096 | 3.53281 |
| 0.083306 | 3.28629 | 3.27451 | 3.27139 | 3.3563 | 3.29856 | 3.27681 | 3.27207 | 3.3565 | 3.29871 |
| 0.170091 | 2.92966 | 3.06241 | 2.98755 | 3.06413 | 2.97128 | 3.07122 | 2.98964 | 3.06517 | 2.97178 |
| 0.20378 | 2.81489 | 2.97357 | 2.88707 | 2.95917 | 2.85758 | 2.98378 | 2.88935 | 2.96034 | 2.85813 |
| 0.236342 | 2.71371 | 2.89055 | 2.79659 | 2.8645 | 2.75608 | 2.90178 | 2.79899 | 2.86576 | 2.75666 |
| 0.278073 | 2.59598 | 2.78991 | 2.68957 | 2.75252 | 2.63724 | 2.80208 | 2.69208 | 2.75386 | 2.63784 |
| 0.306166 | 2.52326 | 2.72602 | 2.62267 | 2.68256 | 2.56364 | 2.73865 | 2.62522 | 2.68395 | 2.56426 |
| 0.504678 | 2.11813 | 2.35035 | 2.23877 | 2.28317 | 2.15344 | 2.36397 | 2.24141 | 2.28465 | 2.15407 |
| 1.69256 | 1.12571 | 1.2895 | 1.21412 | 1.2341 | 1.14397 | 1.2979 | 1.21575 | 1.23502 | 1.14439 |

تابع لجدول (A-4)

| OLS | | | | OLS-JSC | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 6.10436 | 5.20219 | 4.25307 | 4.41791 | 5.62202 | 4.93519 | 4.041 | 4.27676 |
| 3.77236 | 3.77188 | 3.59796 | 3.69098 | 3.67437 | 3.7077 | 3.53614 | 3.65267 |
| 3.11672 | 3.21143 | 3.33109 | 3.2964 | 3.00183 | 3.15191 | 3.29853 | 3.26701 |

| | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|----------|----------|---------|----------|
| 2.83427 | 2.86011 | 3.01982 | 2.91203 | 2.62663 | 2.75516 | 2.95043 | 2.85936 |
| 2.74721 | 2.74822 | 2.91232 | 2.78422 | 2.50847 | 2.62899 | 2.82932 | 2.72408 |
| 2.67108 | 2.6506 | 2.81656 | 2.672 | 2.40556 | 2.51946 | 2.72184 | 2.60567 |
| 2.58246 | 2.53825 | 2.70445 | 2.54267 | 2.28748 | 2.39436 | 2.59686 | 2.46975 |
| 2.52728 | 2.46943 | 2.63493 | 2.46365 | 2.21545 | 2.31838 | 2.51998 | 2.38705 |
| 2.20082 | 2.0886 | 2.2418 | 2.03621 | 1.82463 | 1.91066 | 2.09766 | 1.9458 |
| 1.20532 | 1.1113 | 1.20557 | 1.0495 | 0.910769 | 0.971284 | 1.08571 | 0.976095 |
| | | | | | | | |

تابع لجدول (A-4)

| CVM | | | | CVM-JAC | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 5.12157 | 4.69094 | 3.91334 | 4.16083 | 4.71797 | 4.43865 | 3.71414 | 4.02469 |
| 3.46275 | 3.59728 | 3.46904 | 3.59624 | 3.37026 | 3.52986 | 3.40639 | 3.55707 |
| 3.17412 | 3.2361 | 3.34815 | 3.30873 | 3.03626 | 3.17336 | 3.31387 | 3.27861 |
| 2.98302 | 2.93242 | 3.07273 | 2.94903 | 2.75127 | 2.82336 | 3.00107 | 2.89521 |
| 2.90679 | 2.82764 | 2.97073 | 2.82468 | 2.64749 | 2.70365 | 2.88504 | 2.76315 |
| 2.83568 | 2.73439 | 2.87841 | 2.71447 | 2.55351 | 2.59785 | 2.78057 | 2.64655 |
| 2.74901 | 2.62543 | 2.769 | 2.58657 | 2.44221 | 2.47533 | 2.65779 | 2.51184 |
| 2.69348 | 2.55796 | 2.70056 | 2.50804 | 2.37272 | 2.4002 | 2.58171 | 2.4295 |
| 2.35305 | 2.17699 | 2.30745 | 2.0796 | 1.97901 | 1.99009 | 2.15833 | 1.98677 |
| 1.29011 | 1.16708 | 1.24667 | 1.0768 | 1.00012 | 1.01959 | 1.1234 | 1.00161 |
| | | | | | | | |

جدول (A-5) : المعيارين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) للنموذج الثاني

| t | Mle | | | | Mle-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.001891 | 10.9549 | 6.16013 | 3.72169 | 3.39045 | 11.2653 | 6.25125 | 3.7707 | 3.4187 |
| 0.013788 | 2.5578 | 1.13922 | 0.960674 | 0.809121 | 2.65735 | 1.16669 | 0.973104 | 0.815699 |
| 0.083306 | 1.05238 | 0.4208 | 0.37534 | 0.276075 | 1.1041 | 0.431678 | 0.379773 | 0.278614 |
| 0.170091 | 0.708973 | 0.274925 | 0.201691 | 0.16366 | 0.750115 | 0.282095 | 0.20498 | 0.165281 |
| 0.20378 | 0.626095 | 0.243844 | 0.164331 | 0.131606 | 0.667292 | 0.250167 | 0.167347 | 0.132985 |
| 0.236342 | 0.565921 | 0.224664 | 0.140791 | 0.108104 | 0.608119 | 0.230435 | 0.143634 | 0.109309 |
| 0.278073 | 0.512192 | 0.211363 | 0.123706 | 0.087045 | 0.55615 | 0.21672 | 0.126436 | 0.088099 |
| 0.306166 | 0.487545 | 0.207265 | 0.117957 | 0.077347 | 0.53265 | 0.212479 | 0.12066 | 0.078334 |
| 0.504678 | 0.432374 | 0.212953 | 0.124821 | 0.057353 | 0.479672 | 0.218208 | 0.127687 | 0.058222 |

| | | | | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1.69256 | 0.229412 | 0.121937 | 0.087999 | 0.040305 | 0.249641 | 0.124749 | 0.089592 | 0.040836 |
| IMSE | 1.812759 | 0.92171 | 0.6019 | 0.514107 | 1.887039 | 0.938447 | 0.610391 | 0.518608 |

| Ols | | | | Ols-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 22.9094 | 12.7445 | 6.30741 | 6.59246 | 20.9968 | 11.687 | 5.94145 | 6.16924 |
| 2.70075 | 1.36925 | 0.973018 | 0.850618 | 2.75203 | 1.38316 | 1.01133 | 0.852953 |
| 1.07358 | 0.482378 | 0.425075 | 0.314086 | 0.945592 | 0.450221 | 0.404469 | 0.300892 |
| 0.625675 | 0.300471 | 0.22175 | 0.188033 | 0.566227 | 0.291368 | 0.201843 | 0.183028 |
| 0.572411 | 0.255931 | 0.180119 | 0.148887 | 0.510902 | 0.254849 | 0.158425 | 0.147702 |
| 0.560767 | 0.229677 | 0.156968 | 0.121757 | 0.483626 | 0.233353 | 0.132663 | 0.123718 |
| 0.581684 | 0.214966 | 0.145043 | 0.100007 | 0.472963 | 0.221037 | 0.116854 | 0.105175 |
| 0.608129 | 0.213582 | 0.14464 | 0.091643 | 0.475189 | 0.219533 | 0.113823 | 0.098507 |
| 0.783661 | 0.263989 | 0.194024 | 0.09294 | 0.531072 | 0.256962 | 0.152062 | 0.10553 |
| 0.459112 | 0.192323 | 0.152672 | 0.084433 | 0.340198 | 0.187195 | 0.139886 | 0.096611 |
| 3.087517 | 1.626707 | 0.890072 | 0.858486 | 2.80746 | 1.518468 | 0.837281 | 0.818336 |

تابع لجدول (A-4)

| Cvm | | | | Cvm-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 16.7294 | 10.5281 | 5.53896 | 5.89954 | 15.3236 | 9.71349 | 5.30334 | 5.5584 |
| 2.75779 | 1.38111 | 1.00454 | 0.857465 | 2.77139 | 1.4141 | 1.05723 | 0.866333 |
| 1.19924 | 0.502232 | 0.444271 | 0.321125 | 1.05005 | 0.466188 | 0.421406 | 0.307026 |
| 0.75243 | 0.322815 | 0.247976 | 0.195926 | 0.594159 | 0.295452 | 0.219155 | 0.18655 |
| 0.688871 | 0.276077 | 0.20684 | 0.154945 | 0.527424 | 0.253559 | 0.1738 | 0.148475 |
| 0.664602 | 0.248344 | 0.184185 | 0.126073 | 0.496108 | 0.228026 | 0.146394 | 0.122052 |
| 0.669042 | 0.23309 | 0.173138 | 0.102498 | 0.486899 | 0.212416 | 0.129111 | 0.101012 |
| 0.685318 | 0.232064 | 0.173443 | 0.093204 | 0.492447 | 0.209718 | 0.125476 | 0.093077 |
| 0.822088 | 0.289143 | 0.226524 | 0.092151 | 0.571927 | 0.249092 | 0.163384 | 0.097033 |
| 0.478153 | 0.204778 | 0.16705 | 0.0832 | 0.365684 | 0.185707 | 0.144373 | 0.091805 |
| 2.544693 | 1.421775 | 0.836693 | 0.792613 | 2.267969 | 1.322775 | 0.788367 | 0.757176 |

جدول (A-6) : معلمات التوزيع عند النموذج الثاني

| ML | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.48672 | 3.25903 | 1.04601 | 0.170863 | 3.41243 | 1.87353 |
| 50 | 1.05298 | 0.510167 | 1.02395 | 0.0665267 | 3.22206 | 1.00759 |
| 75 | 1.00727 | 0.474826 | 1.03926 | 0.0535394 | 3.27686 | 0.747049 |
| 100 | 0.902301 | 0.253148 | 1.02988 | 0.046154 | 3.03286 | 0.360445 |

| ML-JAC | | | | | | |
|--------|----------|-----------------|---------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 1.52677 | 3.79405 | 1.05003 | 0.17925 | 3.43347 | 2.02894 |
| 50 | 1.05953 | 0.540047 | 1.0249 | 0.0684555 | 3.22601 | 1.03016 |
| 75 | 1.01024 | 0.486014 | 1.03965 | 0.0543832 | 3.27905 | 0.760246 |
| 100 | 0.903624 | 0.256923 | 1.03008 | 0.0465615 | 3.03386 | 0.365021 |

| OLS | | | | | | |
|-----|----------|-----------------|----------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 1.54762 | 3.45722 | 0.810486 | 0.275794 | 3.04573 | 4.30976 |
| 50 | 1.49261 | 3.82002 | 0.917095 | 0.116715 | 2.86016 | 1.91026 |
| 75 | 1.25197 | 1.76735 | 0.990101 | 0.0852023 | 3.1618 | 1.38108 |
| 100 | 0.970422 | 0.706741 | 0.987032 | 0.0727643 | 2.7209 | 0.878148 |

| OLS-JAC | | | | | | |
|---------|----------|-----------------|----------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 1.32451 | 2.81245 | 0.897164 | 0.223913 | 2.10628 | 4.0549 |
| 50 | 1.20313 | 2.7074 | 0.949904 | 0.105491 | 2.4252 | 2.07345 |
| 75 | 1.06296 | 1.28874 | 1.01758 | 0.0820518 | 2.77582 | 1.51583 |
| 100 | 0.869636 | 0.581233 | 1.00143 | 0.0684689 | 2.48768 | 1.08283 |

| CVM | | | | | | |
|-----|----------|-----------------|----------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 1.4545 | 3.21423 | 0.915648 | 0.287433 | 3.29461 | 4.28368 |
| 50 | 1.44712 | 3.20764 | 0.961952 | 0.117004 | 3.02885 | 1.91049 |
| 75 | 1.2395 | 1.66606 | 1.0227 | 0.0881279 | 3.2791 | 1.4616 |
| 100 | 0.966558 | 0.678526 | 1.00934 | 0.0740058 | 2.80077 | 0.845167 |

| CVM-JAC | | | | | | |
|---------|----------|-----------------|----------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 1.2321 | 2.28745 | 0.978184 | 0.233603 | 2.35722 | 4.14304 |
| 50 | 1.16955 | 2.27503 | 0.993838 | 0.108008 | 2.56726 | 2.00079 |
| 75 | 1.05462 | 1.22203 | 1.04972 | 0.0865643 | 2.88785 | 1.49817 |
| 100 | 0.866892 | 0.55964 | 1.02362 | 0.0702954 | 2.56469 | 1.0099 |

جدول (A-7) : تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) ولجميع المقدرات (Mle , Ols , Cves) وجميع حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) بالنسبة للنموذج الثالث (Jac).

| T | h_real | ML | | | | ML-JAC | | | |
|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.665192 | 0.136183 | 0.125403 | 0.12954 | 0.131035 | 0.131568 | 0.125083 | 0.12942 | 0.130971 | 0.131536 |
| 1.73398 | 0.124644 | 0.120669 | 0.122066 | 0.125104 | 0.123783 | 0.120635 | 0.12205 | 0.12509 | 0.123777 |
| 2.64488 | 0.104695 | 0.104688 | 0.104245 | 0.107054 | 0.10515 | 0.104789 | 0.104271 | 0.107061 | 0.105155 |
| 2.96365 | 0.098689 | 0.0994903 | 0.098671 | 0.101358 | 0.0993513 | 0.0996181 | 0.0987046 | 0.101369 | 0.099359 |
| 4.56857 | 0.075772 | 0.0785094 | 0.0768329 | 0.078939 | 0.0767629 | 0.0786975 | 0.0768804 | 0.07896 | 0.076774 |
| 6.78549 | 0.056896 | 0.0601393 | 0.0583285 | 0.0598794 | 0.0578062 | 0.0603345 | 0.0583751 | 0.059902 | 0.057817 |
| 8.19164 | 0.04906 | 0.052275 | 0.0505331 | 0.0518455 | 0.0498821 | 0.0524629 | 0.050577 | 0.051868 | 0.049893 |
| 12.9696 | 0.033357 | 0.0361388 | 0.0347198 | 0.0355586 | 0.0339492 | 0.036294 | 0.0347548 | 0.035577 | 0.033958 |
| 20.7032 | 0.021951 | 0.0241041 | 0.0230567 | 0.0235693 | 0.0223501 | 0.02422 | 0.0230823 | 0.023583 | 0.022356 |
| 34.0247 | 0.013813 | 0.0153382 | 0.0146236 | 0.014922 | 0.0140678 | 0.0154174 | 0.014641 | 0.014932 | 0.014072 |

تابع لجدول (A-7)

| OLS | | | | OLS-JSC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.137322 | 0.138307 | 0.133768 | 0.136742 | 0.13501 | 0.136303 | 0.132029 | 0.135551 |
| 0.116836 | 0.121068 | 0.124142 | 0.124193 | 0.112671 | 0.119006 | 0.123063 | 0.123158 |
| 0.09846 | 0.101638 | 0.105789 | 0.104538 | 0.093577 | 0.099358 | 0.104528 | 0.103416 |
| 0.09306 | 0.09585 | 0.10009 | 0.09855 | 0.08806 | 0.093523 | 0.09876 | 0.097404 |
| 0.072483 | 0.073775 | 0.077817 | 0.075504 | 0.067371 | 0.071372 | 0.076254 | 0.074309 |
| 0.055329 | 0.055552 | 0.05897 | 0.056421 | 0.050528 | 0.053242 | 0.057327 | 0.05526 |
| 0.048105 | 0.047971 | 0.051037 | 0.048509 | 0.043556 | 0.045756 | 0.049412 | 0.047391 |
| 0.03337 | 0.032745 | 0.034967 | 0.032727 | 0.029596 | 0.030856 | 0.03351 | 0.03177 |
| 0.022364 | 0.021637 | 0.023147 | 0.021367 | 0.01945 | 0.020142 | 0.021962 | 0.020608 |
| 0.014293 | 0.013665 | 0.014629 | 0.013342 | 0.012204 | 0.012572 | 0.01375 | 0.012786 |

تابع لجدول (A-7)

| CVM | | | | CVM-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.128183 | 0.132972 | 0.129818 | 0.133783 | 0.125618 | 0.130866 | 0.128054 | 0.132621 |
| 0.116647 | 0.120821 | 0.124022 | 0.124082 | 0.112173 | 0.11865 | 0.122748 | 0.122978 |
| 0.100542 | 0.102662 | 0.106548 | 0.105098 | 0.09529 | 0.10028 | 0.105173 | 0.103912 |
| 0.095525 | 0.097084 | 0.100989 | 0.099214 | 0.090145 | 0.094655 | 0.099566 | 0.098009 |
| 0.075663 | 0.075386 | 0.078957 | 0.076335 | 0.070148 | 0.07288 | 0.077361 | 0.075101 |
| 0.058437 | 0.057108 | 0.060068 | 0.057202 | 0.053243 | 0.054696 | 0.05841 | 0.056016 |
| 0.05104 | 0.049431 | 0.052068 | 0.049233 | 0.046112 | 0.047115 | 0.050429 | 0.048096 |
| 0.035721 | 0.033897 | 0.035788 | 0.033288 | 0.031622 | 0.031918 | 0.034312 | 0.032316 |
| 0.02409 | 0.022474 | 0.023751 | 0.021771 | 0.020921 | 0.020907 | 0.022543 | 0.021001 |
| 0.015463 | 0.014231 | 0.015042 | 0.013615 | 0.013192 | 0.013085 | 0.014141 | 0.013049 |

جدول (A-8) : المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) للنموذج الثالث

| T | Mle | | | | Mle-Jac | | | |
|----------|-------------|-----------|-------------|-------------|-----------|------------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.665192 | 0.00309555 | 0.0013151 | 0.00114711 | 0.000921605 | 0.0032222 | 0.00134864 | 0.001162 | 0.000929 |
| 1.73398 | 0.00164587 | 0.0006379 | 0.000576824 | 0.000415877 | 0.0017231 | 0.00065474 | 0.000584 | 0.00042 |
| 2.64488 | 0.00105414 | 0.0004134 | 0.000362096 | 0.000273253 | 0.0011054 | 0.00042415 | 0.000366 | 0.000276 |
| 2.96365 | 0.000915943 | 0.0003589 | 0.000310408 | 0.000237416 | 0.0009611 | 0.00036822 | 0.000314 | 0.00024 |
| 4.56857 | 0.000498652 | 0.0001921 | 0.000154727 | 0.00012223 | 0.0005254 | 0.00019712 | 0.000157 | 0.000123 |
| 6.78549 | 0.000263807 | 0.0001011 | 7.35479E-05 | 5.69381E-05 | 0.00028 | 0.00010373 | 7.47E-05 | 5.75E-05 |
| 8.19164 | 0.000191764 | 7.43E-05 | 5.11502E-05 | 3.82568E-05 | 0.0002044 | 7.6245E-05 | 5.2E-05 | 3.87E-05 |
| 12.9696 | 8.72586E-05 | 3.618E-05 | 2.22359E-05 | 1.42385E-05 | 9.402E-05 | 3.7105E-05 | 2.27E-05 | 1.44E-05 |
| 20.7032 | 3.97284E-05 | 1.81E-05 | 1.06988E-05 | 5.61403E-06 | 4.31E-05 | 1.855E-05 | 1.09E-05 | 5.69E-06 |
| 34.0247 | 1.74436E-05 | 8.634E-06 | 5.23823E-06 | 2.37117E-06 | 1.895E-05 | 8.8414E-06 | 5.35E-06 | 2.41E-06 |
| IMSE | 0.000781016 | 0.0003156 | 0.000271404 | 0.00020878 | 0.0008178 | 0.00032373 | 0.000275 | 0.000211 |

تابع لجدول (A-8)

| Ols | | | | Ols-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.003095 | 0.001443 | 0.001102 | 0.000881 | 0.002948 | 0.001446 | 0.001123 | 0.000881 |
| 0.001661 | 0.000682 | 0.000625 | 0.000423 | 0.001489 | 0.000646 | 0.000597 | 0.000404 |
| 0.001006 | 0.000458 | 0.000401 | 0.000297 | 0.000904 | 0.000426 | 0.000374 | 0.000281 |
| 0.000856 | 0.000399 | 0.000344 | 0.000261 | 0.000773 | 0.000372 | 0.000319 | 0.000246 |
| 0.000436 | 0.000212 | 0.000169 | 0.000137 | 0.000401 | 0.000201 | 0.000153 | 0.000131 |
| 0.000234 | 0.000107 | 8E-05 | 6.43E-05 | 0.000215 | 0.000105 | 6.91E-05 | 6.27E-05 |
| 0.000177 | 7.68E-05 | 5.6E-05 | 4.34E-05 | 0.000161 | 7.66E-05 | 4.7E-05 | 4.3E-05 |
| 9.56E-05 | 3.66E-05 | 2.59E-05 | 1.69E-05 | 8.25E-05 | 3.71E-05 | 2.02E-05 | 1.76E-05 |
| 5.2E-05 | 1.91E-05 | 1.38E-05 | 7.44E-06 | 4.28E-05 | 1.91E-05 | 1.04E-05 | 8.16E-06 |
| 2.58E-05 | 9.78E-06 | 7.43E-06 | 3.62E-06 | 2.07E-05 | 9.54E-06 | 5.71E-06 | 4.06E-06 |
| 0.000764 | 0.000344 | 0.000282 | 0.000214 | 0.000704 | 0.000334 | 0.000272 | 0.000208 |

| Cvm | | | | Cvm-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.003207 | 0.001485 | 0.001148 | 0.000906 | 0.003091 | 0.001511 | 0.001179 | 0.000905 |
| 0.001859 | 0.000708 | 0.000663 | 0.000434 | 0.001666 | 0.000676 | 0.000617 | 0.000413 |
| 0.001139 | 0.00048 | 0.000427 | 0.000308 | 0.000992 | 0.000442 | 0.000392 | 0.000288 |
| 0.000973 | 0.00042 | 0.000366 | 0.000271 | 0.000841 | 0.000385 | 0.000336 | 0.000253 |
| 0.000504 | 0.000226 | 0.000183 | 0.000143 | 0.000422 | 0.000206 | 0.000165 | 0.000134 |
| 0.000278 | 0.000115 | 8.91E-05 | 6.7E-05 | 0.00022 | 0.000105 | 7.6E-05 | 6.35E-05 |
| 0.000214 | 8.33E-05 | 6.36E-05 | 4.5E-05 | 0.000164 | 7.6E-05 | 5.21E-05 | 4.31E-05 |
| 0.00012 | 4E-05 | 3.06E-05 | 1.72E-05 | 8.56E-05 | 3.59E-05 | 2.26E-05 | 1.7E-05 |
| 6.64E-05 | 2.1E-05 | 1.65E-05 | 7.46E-06 | 4.54E-05 | 1.83E-05 | 1.15E-05 | 7.59E-06 |
| 3.3E-05 | 1.07E-05 | 8.74E-06 | 3.59E-06 | 2.22E-05 | 9.22E-06 | 6.19E-06 | 3.73E-06 |
| 0.000839 | 0.000359 | 0.0003 | 0.00022 | 0.000755 | 0.000346 | 0.000286 | 0.000213 |

جدول (A-9) : معلمات التوزيع عند النموذج الثالث

| ML | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.68373 | 5.07313 | 2.08742 | 0.666148 | 0.555608 | 0.0452517 |
| 50 | 1.14556 | 0.816295 | 2.04761 | 0.27573 | 0.533632 | 0.0242994 |
| 75 | 1.10321 | 0.791687 | 2.07456 | 0.194825 | 0.538933 | 0.0206637 |
| 100 | 0.935491 | 0.345924 | 2.04992 | 0.168337 | 0.504413 | 0.00896332 |

| ML-JAC | | | | | | |
|--------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.74021 | 6.19876 | 2.09648 | 0.70342 | 0.558097 | 0.0482039 |
| 50 | 1.15509 | 0.874775 | 2.04949 | 0.283942 | 0.534187 | 0.0248147 |
| 75 | 1.1076 | 0.813162 | 2.07531 | 0.198215 | 0.539271 | 0.0209479 |
| 100 | 0.937305 | 0.351653 | 2.05028 | 0.169904 | 0.50456 | 0.00907659 |

| OLS | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.83215 | 1.45645 | 1.48857 | 1.0144 | 0.498338 | 0.0876974 |
| 50 | 1.75685 | 1.2345 | 1.753 | 0.410936 | 0.471293 | 0.0457632 |
| 75 | 1.43562 | 1.20023 | 1.90395 | 0.268675 | 0.493819 | 0.0503623 |
| 100 | 1.01076 | 1.06637 | 1.89887 | 0.218686 | 0.444936 | 0.027024 |

| OLS-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |

| | | | | | | |
|-----|----------|----------|---------|----------|----------|-----------|
| 25 | 1.37548 | 5.54753 | 1.55611 | 0.748537 | 0.36424 | 0.0984767 |
| 50 | 1.3363 | 5.77281 | 1.7812 | 0.350046 | 0.399207 | 0.0538133 |
| 75 | 1.16972 | 2.36522 | 1.93308 | 0.240867 | 0.440636 | 0.0501356 |
| 100 | 0.879638 | 0.833817 | 1.90658 | 0.193405 | 0.408715 | 0.0317863 |

| CVM | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.74576 | 6.5546 | 1.67595 | 1.01751 | 0.549581 | 0.0961101 |
| 50 | 1.69703 | 6.50782 | 1.85378 | 0.399534 | 0.49638 | 0.0461649 |
| 75 | 1.43278 | 3.33259 | 1.98609 | 0.27927 | 0.519213 | 0.0463908 |
| 100 | 1.01641 | 1.03097 | 1.95471 | 0.224474 | 0.461422 | 0.02326 |

| CVM-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.3657 | 4.57836 | 1.73428 | 0.71215 | 0.409506 | 0.0955353 |
| 50 | 1.29994 | 4.42999 | 1.87855 | 0.34422 | 0.423557 | 0.0503568 |
| 75 | 1.17125 | 2.25196 | 2.00455 | 0.248207 | 0.458948 | 0.0489392 |
| 100 | 0.88546 | 0.809127 | 1.95676 | 0.1941 | 0.422143 | 0.0291612 |

جدول (A-10) : تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) ولجميع المقدرات (Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) بالنسبة للنموذج الرابع (Jac).

| t | h_real | ML | | | | ML-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.026391 | 0.510161 | 0.576759 | 0.542631 | 0.50694 | 0.518081 | 0.576265 | 0.541293 | 0.509923 | 0.518184 |
| 0.077496 | 1.15151 | 1.06254 | 1.09558 | 1.09978 | 1.11041 | 1.05967 | 1.09255 | 1.10246 | 1.11013 |
| 0.229505 | 1.82991 | 1.81969 | 1.81694 | 1.86872 | 1.83472 | 1.82106 | 1.81929 | 1.86572 | 1.83478 |
| 0.372244 | 1.89873 | 1.99009 | 1.9373 | 1.99394 | 1.9271 | 1.99583 | 1.94139 | 1.99097 | 1.92743 |
| 0.423398 | 1.88127 | 1.99512 | 1.93235 | 1.98658 | 1.91201 | 2.00188 | 1.93604 | 1.98465 | 1.91239 |
| 0.471544 | 1.85564 | 1.98594 | 1.91647 | 1.9676 | 1.88736 | 1.99345 | 1.91952 | 1.96687 | 1.88778 |
| 0.531853 | 1.81596 | 1.96196 | 1.88674 | 1.93354 | 1.84798 | 1.97017 | 1.88883 | 1.93438 | 1.84843 |
| 0.571759 | 1.78696 | 1.94101 | 1.86316 | 1.90703 | 1.81888 | 1.94955 | 1.86457 | 1.90889 | 1.81934 |
| 0.843981 | 1.57861 | 1.75682 | 1.67392 | 1.70131 | 1.6078 | 1.766 | 1.67142 | 1.70832 | 1.6083 |
| 2.37768 | 0.88558 | 1.00136 | 0.951883 | 0.956043 | 0.898991 | 1.00667 | 0.946159 | 0.965165 | 0.899298 |

تابع لجدول (A-10)

| OLS | | | | OLS-JSC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.8471 | 0.728398 | 0.595791 | 0.612275 | 0.808477 | 0.701437 | 0.572488 | 0.602156 |
| 1.19172 | 1.19255 | 1.1356 | 1.1628 | 1.16968 | 1.17395 | 1.11897 | 1.15391 |
| 1.72916 | 1.77612 | 1.84562 | 1.83087 | 1.64887 | 1.73827 | 1.82442 | 1.80869 |
| 1.83636 | 1.85143 | 1.96142 | 1.8892 | 1.69305 | 1.78228 | 1.91332 | 1.85306 |
| 1.83314 | 1.83788 | 1.95365 | 1.86366 | 1.6714 | 1.75819 | 1.8956 | 1.82332 |
| 1.81967 | 1.81612 | 1.93482 | 1.83022 | 1.64264 | 1.72731 | 1.86812 | 1.78638 |
| 1.79344 | 1.78134 | 1.90128 | 1.78132 | 1.59991 | 1.6824 | 1.82499 | 1.73373 |
| 1.77228 | 1.75548 | 1.8752 | 1.7468 | 1.56935 | 1.65067 | 1.79339 | 1.69707 |
| 1.59788 | 1.56283 | 1.67138 | 1.51344 | 1.35716 | 1.43398 | 1.56748 | 1.45544 |
| 0.894902 | 0.869112 | 0.923727 | 0.81097 | 0.699039 | 0.7622 | 0.83855 | 0.763825 |

تابع لجدول (A-10)

| CVM | | | | CVM-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.716316 | 0.655449 | 0.546251 | 0.580132 | 0.673393 | 0.630105 | 0.525719 | 0.565263 |
| 1.10061 | 1.13806 | 1.09636 | 1.13528 | 1.0723 | 1.11874 | 1.07855 | 1.12373 |
| 1.75298 | 1.79055 | 1.85523 | 1.83478 | 1.67256 | 1.75094 | 1.83357 | 1.81614 |
| 1.92869 | 1.89851 | 1.99343 | 1.91136 | 1.77602 | 1.82637 | 1.94633 | 1.87639 |
| 1.94207 | 1.8912 | 1.99041 | 1.89006 | 1.76485 | 1.80797 | 1.93286 | 1.84925 |
| 1.94115 | 1.87371 | 1.97506 | 1.85986 | 1.74261 | 1.78084 | 1.90813 | 1.81394 |
| 1.92702 | 1.84262 | 1.94484 | 1.81417 | 1.70478 | 1.73903 | 1.86722 | 1.76254 |
| 1.91196 | 1.81845 | 1.92043 | 1.78134 | 1.67603 | 1.70864 | 1.83654 | 1.72637 |
| 1.75248 | 1.62836 | 1.72127 | 1.55375 | 1.46216 | 1.49327 | 1.61106 | 1.48468 |
| 0.995505 | 0.910924 | 0.9604 | 0.842921 | 0.760595 | 0.80006 | 0.865339 | 0.782683 |

جدول (A-11) : المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) للنموذج الرابع

| t | Mle | | | | Mle-Jac | | | |
|----------|----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| | 0.203812 | 0.11522 | 0.0702584 | 0.0628401 | 0.209539 | 0.117774 | 0.069805 | 0.063367 |
| 0.026391 | 0.251623 | 0.111673 | 0.0977907 | 0.0789067 | 0.261463 | 0.116384 | 0.096547 | 0.079547 |
| 0.077496 | 0.326987 | 0.128158 | 0.113718 | 0.0845478 | 0.342766 | 0.131091 | 0.114594 | 0.085324 |
| 0.229505 | 0.301787 | 0.115454 | 0.0924411 | 0.0695176 | 0.319116 | 0.12028 | 0.089875 | 0.070202 |
| 0.372244 | 0.285581 | 0.109769 | 0.0818107 | 0.0597845 | 0.303599 | 0.11436 | 0.079673 | 0.060408 |

| | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.423398 | 0.271756 | 0.106525 | 0.0735878 | 0.0516114 | 0.290463 | 0.110453 | 0.072517 | 0.052185 |
| 0.471544 | 0.258101 | 0.105352 | 0.0664817 | 0.0436145 | 0.277595 | 0.1081 | 0.067222 | 0.044141 |
| 0.531853 | 0.251454 | 0.105967 | 0.0636496 | 0.0397405 | 0.271369 | 0.107851 | 0.065676 | 0.040247 |
| 0.571759 | 0.234292 | 0.117742 | 0.0654265 | 0.0319954 | 0.254477 | 0.115228 | 0.073598 | 0.03248 |
| 0.843981 | 0.120559 | 0.067595 | 0.0483888 | 0.0230824 | 0.128782 | 0.06633 | 0.052589 | 0.023383 |
| IMSE | 0.250595 | 0.108345 | 0.0773553 | 0.0545641 | 0.265917 | 0.110785 | 0.078209 | 0.055128 |

تابع لجدول (A-11)

| Ols | | | | Ols-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.428967 | 0.235472 | 0.11289 | 0.118625 | 0.395741 | 0.217076 | 0.105485 | 0.111351 |
| 0.264071 | 0.128881 | 0.090917 | 0.078614 | 0.254004 | 0.128615 | 0.093889 | 0.078934 |
| 0.31838 | 0.141313 | 0.126348 | 0.094964 | 0.286506 | 0.1317 | 0.117951 | 0.086565 |
| 0.269813 | 0.124592 | 0.096885 | 0.080409 | 0.24409 | 0.120484 | 0.085859 | 0.075724 |
| 0.250809 | 0.114877 | 0.085581 | 0.06788 | 0.230089 | 0.113648 | 0.07312 | 0.066374 |
| 0.236501 | 0.108913 | 0.078715 | 0.057456 | 0.220195 | 0.109493 | 0.064526 | 0.058883 |
| 0.2245 | 0.106489 | 0.075509 | 0.047746 | 0.212371 | 0.107979 | 0.05887 | 0.052424 |
| 0.220023 | 0.107569 | 0.076193 | 0.043479 | 0.209621 | 0.108972 | 0.057903 | 0.049979 |
| 0.228483 | 0.135712 | 0.10475 | 0.04262 | 0.215241 | 0.131831 | 0.079158 | 0.055609 |
| 0.15764 | 0.100927 | 0.092655 | 0.04767 | 0.156724 | 0.103162 | 0.083898 | 0.057562 |
| 0.259919 | 0.130475 | 0.094044 | 0.067946 | 0.242458 | 0.127296 | 0.082066 | 0.069341 |

تابع لجدول (A-11)

| Cvm | | | | Cvm-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.307278 | 0.193389 | 0.099132 | 0.107071 | 0.28674 | 0.178736 | 0.093146 | 0.099537 |
| 0.262123 | 0.129868 | 0.094728 | 0.080697 | 0.259919 | 0.131478 | 0.098171 | 0.080146 |
| 0.356419 | 0.14767 | 0.132947 | 0.094144 | 0.31587 | 0.136629 | 0.123898 | 0.089204 |
| 0.313065 | 0.133987 | 0.105322 | 0.081798 | 0.257515 | 0.12217 | 0.094273 | 0.077634 |
| 0.306225 | 0.124302 | 0.095479 | 0.07029 | 0.236747 | 0.113521 | 0.080941 | 0.06704 |
| 0.306573 | 0.118382 | 0.090113 | 0.060816 | 0.220154 | 0.107833 | 0.071603 | 0.058307 |
| 0.314192 | 0.116272 | 0.088718 | 0.052225 | 0.204256 | 0.104874 | 0.065074 | 0.050425 |
| 0.321995 | 0.117726 | 0.090465 | 0.048619 | 0.196738 | 0.105222 | 0.063642 | 0.047182 |
| 0.372935 | 0.148853 | 0.121968 | 0.049819 | 0.186857 | 0.127539 | 0.083663 | 0.050186 |
| 0.215783 | 0.106116 | 0.095503 | 0.04778 | 0.143342 | 0.100157 | 0.084937 | 0.053748 |
| 0.307659 | 0.133657 | 0.101437 | 0.069326 | 0.230814 | 0.122816 | 0.085935 | 0.067341 |

جدول (A-12) : معاملات التوزيع عند النموذج الرابع

| ML | | | | | | |
|----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.68373 | 5.07313 | 2.08742 | 0.666152 | 3.33365 | 1.62901 |
| 50 | 1.14556 | 0.816294 | 2.04761 | 0.27573 | 3.20179 | 0.874779 |

| | | | | | | |
|-----|---------|----------|--------|----------|---------|----------|
| 75 | 1.0781 | 0.76881 | 2.0803 | 0.198688 | 3.18272 | 0.780424 |
| 100 | 0.93549 | 0.345926 | 2.0499 | 0.1683 | 3.0265 | 0.3227 |

| ML-JAC | | | | | | |
|--------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| N | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.74021 | 6.19876 | 2.09649 | 0.703441 | 3.3486 | 1.73519 |
| 50 | 1.13378 | 0.835268 | 2.05256 | 0.28581 | 3.16826 | 0.914525 |
| 75 | 1.10574 | 0.81416 | 2.07527 | 0.198075 | 3.22846 | 0.772113 |
| 100 | 0.937304 | 0.351653 | 2.05028 | 0.169904 | 3.02736 | 0.326757 |

| OLS | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| N | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.8889 | 8.33321 | 1.54564 | 0.947197 | 2.822 | 2.74999 |
| 50 | 1.75684 | 8.27324 | 1.75298 | 0.410925 | 2.82771 | 1.64772 |
| 75 | 1.4314 | 3.54065 | 1.90334 | 0.268536 | 2.93725 | 1.904 |
| 100 | 0.985905 | 1.04437 | 1.90515 | 0.217029 | 2.61886 | 1.02204 |

| OLS-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| N | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.53425 | 5.8584 | 1.59778 | 0.713837 | 1.97916 | 3.52137 |
| 50 | 1.33579 | 5.77329 | 1.78097 | 0.349765 | 2.3932 | 1.9429 |
| 75 | 1.16689 | 2.36767 | 1.93189 | 0.239518 | 2.62754 | 1.83617 |
| 100 | 0.876639 | 0.832125 | 1.90732 | 0.19326 | 2.4455 | 1.15213 |

| CVM | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| N | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.70213 | 6.66253 | 1.70895 | 0.984318 | 3.20704 | 3.1782 |
| 50 | 1.69703 | 6.50797 | 1.85372 | 0.399494 | 2.97815 | 1.66271 |
| 75 | 1.43278 | 3.3326 | 1.98573 | 0.278927 | 3.11452 | 1.67458 |
| 100 | 1.01641 | 1.03097 | 1.9546 | 0.224391 | 2.7683 | 0.838723 |

| CVM-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 1.3654 | 4.5786 | 1.78511 | 0.676532 | 2.21438 | 3.16456 |
| 50 | 1.29918 | 4.43052 | 1.87795 | 0.343118 | 2.53804 | 1.82164 |
| 75 | 1.16612 | 2.25619 | 2.00226 | 0.245484 | 2.72437 | 1.81046 |
| 100 | 0.879299 | 0.806219 | 1.95825 | 0.193929 | 2.5184 | 1.06668 |

جدول (A-13) : تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (25 , 50 , 75 ,100) بالنسبة للنموذج الخامس (Jac).

| t | h_real | ML | | | | ML-JAC | | | |
|----------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.118253 | 0.13291 | 0.116001 | 0.117288 | 0.120186 | 0.120144 | 0.115513 | 0.117063 | 0.120052 | 0.120075 |
| 0.129146 | 0.132077 | 0.114891 | 0.116634 | 0.1195 | 0.119618 | 0.114403 | 0.11641 | 0.119366 | 0.119548 |
| 0.164961 | 0.129423 | 0.112037 | 0.114847 | 0.11755 | 0.11806 | 0.111556 | 0.114628 | 0.117421 | 0.117993 |
| 0.268408 | 0.122429 | 0.106851 | 0.110879 | 0.113018 | 0.114062 | 0.106412 | 0.110691 | 0.11291 | 0.114006 |
| 0.674881 | 0.101827 | 0.0945695 | 0.097803 | 0.0986164 | 0.0997163 | 0.0943237 | 0.097723 | 0.098576 | 0.099694 |
| 0.905827 | 0.0933338 | 0.0889045 | 0.091299 | 0.0918089 | 0.0926949 | 0.0887405 | 0.091255 | 0.091788 | 0.092683 |
| 0.939142 | 0.092243 | 0.0881376 | 0.090421 | 0.0909014 | 0.0917556 | 0.0879837 | 0.090381 | 0.090883 | 0.091745 |
| 1.45462 | 0.0784754 | 0.0776885 | 0.078631 | 0.0788918 | 0.0793007 | 0.0776473 | 0.078633 | 0.078894 | 0.079301 |
| 1.46064 | 0.0783423 | 0.0775808 | 0.078512 | 0.0787713 | 0.0791756 | 0.0775404 | 0.078513 | 0.078774 | 0.079176 |
| 1.60969 | 0.075207 | 0.0750059 | 0.075665 | 0.0759084 | 0.0762059 | 0.0749869 | 0.075673 | 0.075914 | 0.076208 |

تابع لجدول (A-13)

| OLS | | | | OLS-JSC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.144168 | 0.140384 | 0.130156 | 0.130496 | 0.139688 | 0.135231 | 0.125209 | 0.12736 |
| 0.140766 | 0.137871 | 0.12838 | 0.128864 | 0.136725 | 0.133113 | 0.123773 | 0.125955 |
| 0.132231 | 0.131417 | 0.123794 | 0.124647 | 0.129251 | 0.127654 | 0.120069 | 0.122314 |
| 0.118305 | 0.120158 | 0.115515 | 0.116971 | 0.116791 | 0.11796 | 0.113287 | 0.115579 |
| 0.096439 | 0.099365 | 0.098013 | 0.100028 | 0.095644 | 0.098755 | 0.097609 | 0.099693 |
| 0.089133 | 0.091695 | 0.090911 | 0.092863 | 0.088121 | 0.091248 | 0.090769 | 0.092664 |
| 0.088201 | 0.090706 | 0.089981 | 0.091915 | 0.087154 | 0.090268 | 0.08986 | 0.091726 |
| 0.076276 | 0.077979 | 0.077855 | 0.079416 | 0.074712 | 0.077525 | 0.077826 | 0.079259 |
| 0.076158 | 0.077853 | 0.077735 | 0.079291 | 0.07459 | 0.077398 | 0.077705 | 0.079133 |
| 0.073369 | 0.07488 | 0.074874 | 0.076311 | | | | |

جدول (A-14) : المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) للنموذج الرابع

| t | Mle | | | | Mle-Jac | | | |
|----------|------------|----------|------------|------------|------------|----------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| | 0.00674345 | 0.003632 | 0.00276553 | 0.00263144 | 0.00696984 | 0.003704 | 0.002802 | 0.00265 |
| 0.118253 | 0.00635689 | 0.003382 | 0.00258493 | 0.00244735 | 0.00657558 | 0.00345 | 0.00262 | 0.002465 |
| 0.129146 | 0.00537705 | 0.002757 | 0.00212874 | 0.00198237 | 0.00557578 | 0.002818 | 0.002158 | 0.001997 |
| 0.164961 | 0.00376081 | 0.001784 | 0.00140371 | 0.00124929 | 0.00392206 | 0.00183 | 0.001424 | 0.00126 |
| 0.268408 | 0.00169487 | 0.000729 | 0.00060179 | 0.00047559 | 0.00178463 | 0.00075 | 0.00061 | 0.00048 |
| 0.674881 | 0.00127723 | 0.000551 | 0.00045868 | 0.00035188 | 0.00134664 | 0.000566 | 0.000464 | 0.000355 |
| 0.905827 | 0.00123264 | 0.000533 | 0.00044343 | 0.00033925 | 0.00129974 | 0.000547 | 0.000449 | 0.000342 |

| | | | | | | | | |
|----------|------------|----------|------------|------------|------------|----------|----------|----------|
| 0.939142 | 0.00078768 | 0.000349 | 0.00028728 | 0.00021642 | 0.0008306 | 0.000357 | 0.000291 | 0.000218 |
| 1.45462 | 0.00078421 | 0.000347 | 0.00028602 | 0.00021546 | 0.00082694 | 0.000356 | 0.00029 | 0.000217 |
| 1.46064 | 0.0007061 | 0.000314 | 0.00025728 | 0.00019395 | 0.00074444 | 0.000322 | 0.00026 | 0.000196 |
| IMSE | 0.00287209 | 0.001438 | 0.00112174 | 0.0010103 | 0.00298762 | 0.00147 | 0.001137 | 0.001018 |

تابع لجدول (A-14)

| Ols | | | | Ols-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.008973 | 0.00547 | 0.003301 | 0.00403 | 0.008978 | 0.005594 | 0.003571 | 0.004123 |
| 0.008202 | 0.004993 | 0.003009 | 0.003668 | 0.00823 | 0.005125 | 0.003274 | 0.003766 |
| 0.006445 | 0.003874 | 0.002334 | 0.002808 | 0.006502 | 0.004012 | 0.002568 | 0.002908 |
| 0.004129 | 0.002306 | 0.001422 | 0.001591 | 0.004158 | 0.002412 | 0.001566 | 0.001662 |
| 0.001897 | 0.00081 | 0.000614 | 0.000488 | 0.001832 | 0.000827 | 0.00063 | 0.000496 |
| 0.00146 | 0.000593 | 0.000486 | 0.00035 | 0.001386 | 0.000592 | 0.000487 | 0.00035 |
| 0.001411 | 0.000571 | 0.000472 | 0.000337 | 0.001337 | 0.00057 | 0.000472 | 0.000336 |
| 0.000902 | 0.000374 | 0.000324 | 0.000225 | 0.000834 | 0.000362 | 0.000319 | 0.00022 |
| 0.000898 | 0.000372 | 0.000323 | 0.000224 | 0.00083 | 0.00036 | 0.000318 | 0.00022 |
| 0.000803 | 0.000339 | 0.000293 | 0.000206 | 0.000738 | 0.000326 | 0.000288 | 0.000201 |
| 0.003512 | 0.00197 | 0.001258 | 0.001393 | 0.003483 | 0.002018 | 0.001349 | 0.001428 |

تابع لجدول (A-14)

| Cvm | | | | Cvm-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.007949 | 0.005189 | 0.003323 | 0.003982 | 0.008084 | 0.005406 | 0.003646 | 0.004095 |
| 0.007397 | 0.004789 | 0.00306 | 0.003649 | 0.007544 | 0.005004 | 0.003372 | 0.003765 |
| 0.006092 | 0.003827 | 0.002432 | 0.002844 | 0.006245 | 0.004024 | 0.002704 | 0.002957 |
| 0.004197 | 0.002391 | 0.001526 | 0.001655 | 0.004294 | 0.002525 | 0.001694 | 0.001733 |
| 0.002031 | 0.000856 | 0.000641 | 0.000505 | 0.001997 | 0.000878 | 0.000663 | 0.000515 |
| 0.001573 | 0.000617 | 0.0005 | 0.000356 | 0.001519 | 0.000619 | 0.000504 | 0.000357 |
| 0.001522 | 0.000593 | 0.000485 | 0.000342 | 0.001466 | 0.000594 | 0.000488 | 0.000342 |
| 0.000986 | 0.000382 | 0.000331 | 0.000225 | 0.000924 | 0.00037 | 0.000326 | 0.000221 |
| 0.000982 | 0.00038 | 0.00033 | 0.000225 | 0.000919 | 0.000369 | 0.000325 | 0.00022 |
| 0.000882 | 0.000346 | 0.0003 | 0.000206 | 0.00082 | 0.000333 | 0.000295 | 0.000202 |
| 0.003361 | 0.001937 | 0.001293 | 0.001399 | 0.003381 | 0.002012 | 0.001402 | 0.001441 |

جدول (A-15) : معلمات التوزيع عند النموذج الخامس

| ML | | | | | | |
|----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 5.70359 | 6.9064 | 1.26527 | 0.677799 | 0.513503 | 0.0166389 |
| 50 | 4.28688 | 3.0933 | 1.15366 | 0.242401 | 0.502723 | 0.0119519 |
| 75 | 4.41632 | 1.2561 | 1.10758 | 0.182474 | 0.52509 | 0.00710298 |

| | | | | | | |
|-----|---------|--------|---------|---------|---------|------------|
| 100 | 3.64676 | 0.8262 | 1.13452 | 0.17478 | 0.49138 | 0.00406796 |
|-----|---------|--------|---------|---------|---------|------------|

| ML-JAC | | | | | | |
|--------|----------|-----------------|---------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 5.84091 | 7.12475 | 1.28016 | 0.72664 | 0.514334 | 0.0179158 |
| 50 | 4.31066 | 3.2145 | 1.15756 | 0.251012 | 0.502851 | 0.012157 |
| 75 | 4.42752 | 1.54757 | 1.10924 | 0.185637 | 0.525147 | 0.00722838 |
| 100 | 3.65197 | 0.91478 | 1.13535 | 0.176469 | 0.491415 | 0.00412258 |

| OLS | | | | | | |
|-----|----------|-----------------|----------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 6.54876 | 2.354 | 0.88882 | 0.940058 | 0.458146 | 0.0370146 |
| 50 | 4.5643 | 2.22345 | 0.926583 | 0.442627 | 0.464426 | 0.0219891 |
| 75 | 4.021354 | 1.78945 | 0.949632 | 0.327914 | 0.518953 | 0.0121484 |
| 100 | 3.9893 | 1.22358 | 1.06183 | 0.348946 | 0.464415 | 0.00833833 |

| OLS-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|----------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 5.23475 | 2.23558*10^7 | 0.967175 | 0.733562 | 0.377332 | 0.0554672 |
| 50 | 4.8547 | 1.8875 | 1.01156 | 0.423943 | 0.422759 | 0.0269177 |
| 75 | 3.978579 | 1.43555*10^6 | 1.02886 | 0.339098 | 0.487073 | 0.0124999 |
| 100 | 3.58796 | 0.8324 | 1.10427 | 0.34622 | 0.442296 | 0.0108307 |

| CVM | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 5.54876 | 2.23354 | 1.04495 | 1.14517 | 0.496882 | 0.0369457 |
| 50 | 4.45643 | 2.00345 | 1.01398 | 0.46967 | 0.480587 | 0.0218206 |
| 75 | 3.887502 | 1.68945 | 1.01574 | 0.342915 | 0.530627 | 0.0130205 |
| 100 | 3.6663 | 1.422344 | 1.10708 | 0.367388 | 0.472647 | 0.00788443 |

| CVM-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 5.154855 | 2.2123 | 1.12859 | 0.904087 | 0.409184 | 0.0511577 |
| 50 | 4.578562 | 2.01325 | 1.09992 | 0.460177 | 0.437967 | 0.025397 |
| 75 | 3.747875 | 1.213495 | 1.09633 | 0.364456 | 0.498108 | 0.0126115 |
| 100 | 3.8663 | 1.722104 | 1.14958 | 0.367168 | 0.450289 | 0.0100068 |

جدول (A-16) : تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOEIkum) ولجميع المقدرات (Mle , Ols , Cves) وجميع حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) بالنسبة للأنموذج السادس (Jac).

| t | h_real | ML | | | | ML-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.252187 | 1.05389 | 1.08723 | 1.0784 | 1.08305 | 1.07772 | 1.08873 | 1.0793 | 1.08338 | 1.07789 |
| 0.257436 | 1.05687 | 1.09198 | 1.0822 | 1.08712 | 1.08102 | 1.09358 | 1.08311 | 1.08744 | 1.08121 |
| 0.613777 | 1.16562 | 1.2391 | 1.20221 | 1.23198 | 1.18043 | 1.24363 | 1.20333 | 1.23203 | 1.18075 |
| 0.706779 | 1.1696 | 1.24269 | 1.20479 | 1.23935 | 1.18027 | 1.24723 | 1.20605 | 1.2395 | 1.18055 |
| 0.86441 | 1.16116 | 1.23149 | 1.19334 | 1.23372 | 1.16594 | 1.2358 | 1.19484 | 1.23407 | 1.16618 |
| 0.910427 | 1.15589 | 1.22515 | 1.18711 | 1.22872 | 1.15923 | 1.22936 | 1.18867 | 1.22912 | 1.15945 |
| 1.71871 | 0.981373 | 1.02894 | 0.996316 | 1.04135 | 0.972655 | 1.0312 | 0.998021 | 1.0423 | 0.9727 |
| 2.149 | 0.882065 | 0.920545 | 0.891282 | 0.933027 | 0.871834 | 0.92213 | 0.8928 | 0.934016 | 0.871831 |
| 3.04321 | 0.714944 | 0.741345 | 0.717884 | 0.752333 | 0.704564 | 0.742175 | 0.719065 | 0.753273 | 0.704517 |
| 4.04144 | 0.58368 | 0.602924 | 0.58396 | 0.6121 | 0.574393 | 0.603387 | 0.584899 | 0.612942 | 0.574332 |

تابع لجدول (A-16)

| OLS | | | | OLS-JSC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 1.04467 | 1.05543 | 1.06596 | 1.07681 | 1.00438 | 1.04164 | 1.06073 | 1.07103 |
| 1.04826 | 1.05845 | 1.06976 | 1.07985 | 1.00679 | 1.04407 | 1.06409 | 1.07376 |
| 1.14819 | 1.1405 | 1.20759 | 1.15088 | 1.04134 | 1.08571 | 1.16628 | 1.12237 |
| 1.14692 | 1.1384 | 1.21603 | 1.14482 | 1.02879 | 1.07604 | 1.16766 | 1.11207 |
| 1.13158 | 1.12293 | 1.21319 | 1.12329 | 0.999598 | 1.05121 | 1.15612 | 1.08532 |
| 1.12472 | 1.11622 | 1.20908 | 1.11505 | 0.989837 | 1.04252 | 1.15018 | 1.07598 |
| 0.938004 | 0.935037 | 1.03261 | 0.923737 | 0.799208 | 0.857133 | 0.96981 | 0.881951 |
| 0.837576 | 0.836898 | 0.926587 | 0.826369 | 0.70976 | 0.765265 | 0.869189 | 0.787798 |
| 0.672427 | 0.674385 | 0.748068 | 0.666776 | 0.566868 | 0.615704 | 0.701531 | 0.635059 |
| 0.545504 | 0.548556 | 0.608927 | 0.543282 | 0.458487 | 0.500654 | 0.571207 | 0.517374 |
| | | | | | | | |

تابع لجدول (A-16)

| CVM | | | | CVM-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 1.05035 | 1.06074 | 1.07015 | 1.07964 | 1.00915 | 1.04633 | 1.06471 | 1.07366 |
| 1.05533 | 1.06451 | 1.07446 | 1.08306 | 1.01297 | 1.04951 | 1.06858 | 1.07678 |
| 1.21361 | 1.174 | 1.23201 | 1.1679 | 1.09975 | 1.11693 | 1.18964 | 1.13881 |
| 1.21986 | 1.1748 | 1.24277 | 1.16325 | 1.09217 | 1.10975 | 1.19305 | 1.1298 |
| 1.21267 | 1.1622 | 1.24226 | 1.14306 | 1.06746 | 1.08729 | 1.18348 | 1.10426 |
| 1.20731 | 1.15595 | 1.23854 | 1.13503 | 1.05833 | 1.07897 | 1.17785 | 1.09511 |
| 1.01643 | 0.970916 | 1.05915 | 0.941787 | 0.859913 | 0.889994 | 0.994616 | 0.899205 |
| 0.907523 | 0.868562 | 0.949893 | 0.842385 | 0.763269 | 0.794393 | 0.89103 | 0.803145 |
| 0.72777 | 0.699083 | 0.766133 | 0.679365 | 0.608553 | 0.638575 | 0.718522 | 0.647174 |
| 0.58993 | 0.568175 | 0.623231 | 0.553319 | 0.491552 | 0.518887 | 0.584684 | 0.527059 |
| | | | | | | | |

جدول (A-17) : المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) للنموذج السادس

| t | Mle | | | | Mle-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| | 0.122784 | 0.053671 | 0.042467 | 0.032679 | 0.129087 | 0.054788 | 0.043009 | 0.032971 |
| 0.252187 | 0.122641 | 0.053437 | 0.042148 | 0.032508 | 0.128917 | 0.054546 | 0.042695 | 0.032799 |
| 0.257436 | 0.103518 | 0.040734 | 0.027232 | 0.018059 | 0.109564 | 0.041063 | 0.027549 | 0.018285 |
| 0.613777 | 0.09859 | 0.041394 | 0.026873 | 0.016255 | 0.104694 | 0.041981 | 0.027253 | 0.016471 |
| 0.706779 | 0.092261 | 0.044302 | 0.02798 | 0.014929 | 0.09831 | 0.045478 | 0.028497 | 0.01514 |
| 0.86441 | 0.090751 | 0.045239 | 0.028464 | 0.014798 | 0.09675 | 0.046579 | 0.029014 | 0.015011 |

| | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.910427 | 0.066403 | 0.045273 | 0.028684 | 0.01395 | 0.070733 | 0.047321 | 0.029154 | 0.014168 |
| 1.71871 | 0.053904 | 0.038337 | 0.024401 | 0.012138 | 0.057396 | 0.040053 | 0.024703 | 0.012335 |
| 2.149 | 0.035095 | 0.025864 | 0.016509 | 0.008422 | 0.037387 | 0.026973 | 0.016603 | 0.008568 |
| 3.04321 | 0.023096 | 0.017314 | 0.011063 | 0.005672 | 0.024633 | 0.018028 | 0.011068 | 0.005777 |
| IMSE | 0.080904 | 0.040557 | 0.027582 | 0.016941 | 0.085747 | 0.041681 | 0.027954 | 0.017152 |

تابع لجدول (A-17)

| Ols | | | | Ols-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.128759 | 0.062076 | 0.049985 | 0.039471 | 0.114585 | 0.058274 | 0.048897 | 0.038392 |
| 0.127757 | 0.062051 | 0.049663 | 0.039518 | 0.11351 | 0.058192 | 0.048557 | 0.03843 |
| 0.086415 | 0.041 | 0.029673 | 0.022484 | 0.082549 | 0.041938 | 0.024939 | 0.022874 |
| 0.087555 | 0.040079 | 0.030395 | 0.020184 | 0.086247 | 0.042826 | 0.024709 | 0.021437 |
| 0.094492 | 0.043411 | 0.034527 | 0.019424 | 0.096189 | 0.048349 | 0.027714 | 0.022115 |
| 0.096818 | 0.04497 | 0.035953 | 0.01965 | 0.099226 | 0.050364 | 0.028941 | 0.022719 |
| 0.102708 | 0.057156 | 0.042652 | 0.023399 | 0.114378 | 0.065114 | 0.037874 | 0.029104 |
| 0.089585 | 0.051341 | 0.036858 | 0.021335 | 0.103134 | 0.059121 | 0.033897 | 0.026722 |
| 0.063272 | 0.036906 | 0.02508 | 0.01562 | 0.076454 | 0.043322 | 0.024098 | 0.019748 |
| 0.043692 | 0.025548 | 0.016727 | 0.010862 | 0.054563 | 0.030375 | 0.016476 | 0.013823 |
| 0.092105 | 0.046454 | 0.035151 | 0.023195 | 0.094083 | 0.049787 | 0.03161 | 0.025536 |

تابع لجدول (A-17)

| Cvm | | | | Cvm-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.145742 | 0.064436 | 0.052079 | 0.040237 | 0.129449 | 0.06029 | 0.050822 | 0.039035 |
| 0.14489 | 0.064523 | 0.051818 | 0.040336 | 0.128284 | 0.060277 | 0.050531 | 0.039117 |
| 0.105225 | 0.044279 | 0.034227 | 0.023339 | 0.08477 | 0.041188 | 0.027177 | 0.0227 |
| 0.107376 | 0.042724 | 0.035487 | 0.02059 | 0.085636 | 0.040705 | 0.026873 | 0.020604 |
| 0.116246 | 0.045541 | 0.040437 | 0.01922 | 0.09227 | 0.044768 | 0.029925 | 0.020417 |
| 0.118975 | 0.047053 | 0.042049 | 0.01931 | 0.094653 | 0.046539 | 0.031184 | 0.020835 |
| 0.118982 | 0.058864 | 0.048005 | 0.022337 | 0.107982 | 0.061413 | 0.03974 | 0.026616 |
| 0.101126 | 0.05249 | 0.040946 | 0.020332 | 0.097583 | 0.055959 | 0.035242 | 0.024559 |
| 0.069032 | 0.037338 | 0.027435 | 0.014851 | 0.07244 | 0.041053 | 0.024762 | 0.018228 |
| 0.04671 | 0.025691 | 0.018149 | 0.010311 | 0.0517 | 0.028779 | 0.016819 | 0.012779 |
| 0.10743 | 0.048294 | 0.039063 | 0.023086 | 0.094477 | 0.048097 | 0.033307 | 0.024489 |

جدول (A-18) : معاملات التوزيع عند النموذج السادس

| ML | | | | | | |
|----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 5.70359 | 3.9064 | 1.26527 | 0.677799 | 3.08102 | 0.598999 |
| 50 | 4.25077 | 3.2157 | 1.15793 | 0.254349 | 2.97683 | 0.50618 |

| | | | | | | |
|-----|---------|--------|---------|----------|---------|----------|
| 75 | 4.39772 | 1.3517 | 1.10971 | 0.188861 | 3.11907 | 0.341512 |
| 100 | 3.64676 | 0.8262 | 1.13452 | 0.17478 | 2.94828 | 0.146447 |

| ML-JAC | | | | | | |
|--------|----------|-----------------|---------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 5.82873 | 3.9164 | 1.2816 | 0.730003 | 3.0799 | 0.649635 |
| 50 | 4.26595 | 3.3157 | 1.16518 | 0.264845 | 2.98205 | 0.521918 |
| 75 | 4.41234 | 1.3817 | 1.11121 | 0.191051 | 3.12632 | 0.327768 |
| 100 | 3.65104 | 0.8962 | 1.1355 | 0.176753 | 2.94751 | 0.150968 |

| OLS | | | | | | |
|-----|----------|-----------------|----------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 5.2314 | 3.2547 | 0.889248 | 0.939221 | 2.74875 | 1.33183 |
| 50 | 4.8975 | 3.00158 | 0.926323 | 0.443111 | 2.78663 | 0.791771 |
| 75 | 4.3214 | 1.21457 | 0.949736 | 0.327706 | 3.11365 | 0.4373 |
| 100 | 3.885 | 0.8875 | 1.06184 | 0.348936 | 2.78649 | 0.300177 |

| OLS-JAC | | | | | | |
|---------|----------|-----------------|----------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 5.2447 | 3.050047 | 0.981713 | 0.745621 | 2.2366 | 2.01268 |
| 50 | 4.5632 | 2.90158 | 1.01158 | 0.423854 | 2.53653 | 0.969117 |
| 75 | 4.0213 | 0.991457 | 1.02885 | 0.339124 | 2.92244 | 0.450003 |
| 100 | 3.6647 | 0.6855 | 1.10427 | 0.34622 | 2.65378 | 0.389904 |

| CVM | | | | | | |
|-----|----------|-----------------|---------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 4.92354 | 3.02547 | 1.04569 | 1.14372 | 2.98099 | 1.32937 |
| 50 | 3.7975 | 2.990016 | 1.0138 | 0.469825 | 2.8834 | 0.786297 |
| 75 | 3.3214 | 0.778215 | 1.01568 | 0.343019 | 3.18375 | 0.468805 |
| 100 | 3.4485 | 0.457855 | 1.10708 | 0.367388 | 2.83588 | 0.28384 |

| CVM-JAC | | | | | | |
|---------|----------|-----------------|---------|----------------|----------|-----------------|
| n | α | MSE(α) | β | MSE(β) | γ | MSE(γ) |
| 25 | 4.72547 | 3.012447 | 1.15174 | 0.931321 | 2.4088 | 1.86094 |
| 50 | 3.33245 | 2.9632 | 1.09992 | 0.460315 | 2.62789 | 0.913898 |
| 75 | 3.124782 | 0.698782 | 1.09634 | 0.364443 | 2.98865 | 0.454011 |
| 100 | 3.422475 | 0.44527 | 1.14957 | 0.367175 | 2.70174 | 0.360248 |

جدول (A-19) : تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) ولجميع المقدرات (Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (25 , 50 , 75 ,100) بالنسبة للنموذج السابع (Jac).

| t | h_real | ML | | | | ML-JAC | | | |
|---------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------|----------|----------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 1.10126 | 0.0345626 | 0.0300043 | 0.0310079 | 0.0316234 | 0.0318849 | 0.0298628 | 0.030951 | 0.031591 | 0.031868 |
| 2.80354 | 0.0296356 | 0.0276492 | 0.0285123 | 0.0287599 | 0.0290741 | 0.0275694 | 0.02849 | 0.028749 | 0.029068 |
| 14.278 | 0.0132005 | 0.0138001 | 0.0135578 | 0.0136789 | 0.0135208 | 0.01383 | 0.013567 | 0.013684 | 0.013523 |
| 25.6193 | 0.00894187 | 0.00947273 | 0.00921932 | 0.00935803 | 0.00913631 | 0.0095026 | 0.009227 | 0.009362 | 0.009138 |
| 130.881 | 0.0025548 | 0.00271304 | 0.00263134 | 0.0027131 | 0.00256957 | 0.00272324 | 0.002633 | 0.002714 | 0.00257 |
| 166.087 | 0.00209356 | 0.00222056 | 0.00215503 | 0.00222562 | 0.00210131 | 0.00222876 | 0.002157 | 0.002226 | 0.002102 |
| 182.314 | 0.00193484 | 0.00205117 | 0.00199115 | 0.00205759 | 0.00194051 | 0.00205869 | 0.001993 | 0.002058 | 0.001941 |
| 321.289 | 0.00118587 | 0.00125292 | 0.00121818 | 0.00126272 | 0.00118434 | 0.00125721 | 0.001219 | 0.001263 | 0.001185 |
| 322.721 | 0.00118125 | 0.001248 | 0.00121341 | 0.0012578 | 0.00117968 | 0.00125227 | 0.001214 | 0.001258 | 0.00118 |
| 398.669 | 0.000979978 | 0.00103395 | 0.00100585 | 0.00104364 | 0.00097733 | 0.00103738 | 0.001007 | 0.001044 | 0.000978 |

تابع لجدول (A-19)

| OLS | | | | OLS-JSC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.034395 | 0.034412 | 0.032703 | 0.033078 | 0.03417 | 0.033792 | 0.031991 | 0.032637 |
| 0.028171 | 0.028959 | 0.028531 | 0.029164 | 0.027927 | 0.028786 | 0.028432 | 0.029068 |
| 0.013089 | 0.013185 | 0.013445 | 0.013458 | 0.01238 | 0.012916 | 0.013311 | 0.013342 |
| 0.008878 | 0.008875 | 0.009188 | 0.009025 | 0.008243 | 0.008597 | 0.00901 | 0.008892 |
| 0.002493 | 0.002476 | 0.002666 | 0.00248 | 0.00222 | 0.002326 | 0.002547 | 0.002399 |
| 0.002038 | 0.002024 | 0.002188 | 0.002022 | 0.001806 | 0.001895 | 0.002084 | 0.001953 |
| 0.001881 | 0.001869 | 0.002023 | 0.001866 | 0.001664 | 0.001747 | 0.001925 | 0.0018 |
| 0.001146 | 0.00114 | 0.001243 | 0.001133 | 0.001004 | 0.001058 | 0.001177 | 0.001089 |
| 0.001141 | 0.001135 | 0.001238 | 0.001128 | 0.001 | 0.001054 | 0.001172 | 0.001085 |
| 0.000945 | 0.00094 | 0.001028 | 0.000933 | 0.000826 | 0.000871 | 0.000971 | 0.000896 |

تابع لجدول (A-19)

| CVM | | | | CVM-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.030611 | 0.032118 | 0.031015 | 0.031832 | 0.030124 | 0.031423 | 0.030253 | 0.031376 |
| 0.026602 | 0.028078 | 0.027917 | 0.028687 | 0.026259 | 0.027871 | 0.02778 | 0.02858 |
| 0.013344 | 0.013338 | 0.013555 | 0.013538 | 0.012616 | 0.013061 | 0.01342 | 0.013418 |
| 0.009209 | 0.009056 | 0.009318 | 0.009118 | 0.008549 | 0.008769 | 0.009137 | 0.008982 |
| 0.002666 | 0.002561 | 0.002729 | 0.002522 | 0.002367 | 0.002404 | 0.002606 | 0.002441 |
| 0.002184 | 0.002095 | 0.002241 | 0.002058 | 0.00193 | 0.00196 | 0.002134 | 0.001987 |

| | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.002018 | 0.001935 | 0.002073 | 0.001899 | 0.00178 | 0.001808 | 0.001972 | 0.001832 |
| 0.001234 | 0.001182 | 0.001275 | 0.001154 | 0.001078 | 0.001097 | 0.001206 | 0.001109 |
| 0.00123 | 0.001177 | 0.00127 | 0.00115 | 0.001074 | 0.001093 | 0.001201 | 0.001105 |
| 0.001019 | 0.000976 | 0.001054 | 0.000951 | 0.000887 | 0.000903 | 0.000996 | 0.000913 |
| | | | | | | | |

جدول (A-20) : المعياريين (MSE , IMSE) وعند حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) للنموذج السابع

| t | Mle | | | | Mle-Jac | | | |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| | 0.000325551 | 0.000159864 | 0.000125021 | 0.000113203 | 0.000339635 | 0.000164 | 0.000127 | 0.000114 |
| 1.10126 | 0.000138874 | 5.97671E-05 | 4.98135E-05 | 3.87101E-05 | 0.000146663 | 6.14E-05 | 5.04E-05 | 3.91E-05 |
| 2.80354 | 0.000018085 | 7.54825E-06 | 5.7808E-06 | 4.56253E-06 | 1.89806E-05 | 7.73E-06 | 5.86E-06 | 4.61E-06 |
| 14.278 | 7.35377E-06 | 2.82435E-06 | 2.05366E-06 | 1.60663E-06 | 7.71941E-06 | 2.9E-06 | 2.09E-06 | 1.62E-06 |
| 25.6193 | 4.47136E-07 | 2.10155E-07 | 1.33575E-07 | 7.31575E-08 | 4.75977E-07 | 2.15E-07 | 1.36E-07 | 7.42E-08 |
| 130.881 | 2.93647E-07 | 1.47696E-07 | 9.30816E-08 | 4.8586E-08 | 3.13282E-07 | 1.51E-07 | 9.49E-08 | 4.93E-08 |
| 166.087 | 2.4903E-07 | 1.28523E-07 | 8.07927E-08 | 4.15186E-08 | 2.65895E-07 | 1.31E-07 | 8.24E-08 | 4.21E-08 |
| 182.314 | 9.09916E-08 | 5.38879E-08 | 3.35721E-08 | 1.62887E-08 | 9.75439E-08 | 5.5E-08 | 3.42E-08 | 1.65E-08 |
| 321.289 | 9.0271E-08 | 5.35107E-08 | 3.33358E-08 | 1.61703E-08 | 9.67738E-08 | 5.46E-08 | 3.4E-08 | 1.64E-08 |
| 322.721 | 6.18091E-08 | 3.81768E-08 | 2.37465E-08 | 1.14318E-08 | 6.6335E-08 | 3.89E-08 | 2.42E-08 | 1.16E-08 |
| IMSE | 4.91097E-05 | 2.30636E-05 | 1.83067E-05 | 1.58289E-05 | 5.14314E-05 | 2.36E-05 | 1.86E-05 | 1.6E-05 |

تابع لجدول (A-20)

| | Ols | | | | Ols-Jac | | | |
|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| | 0.000356 | 0.000207 | 0.000129 | 0.000147 | 0.000353 | 0.000211 | 0.00014 | 0.000152 |
| | 0.000153 | 6.54E-05 | 5.12E-05 | 3.93E-05 | 0.000144 | 6.56E-05 | 5.19E-05 | 3.96E-05 |
| | 1.7E-05 | 8.62E-06 | 6.74E-06 | 5.71E-06 | 1.48E-05 | 8E-06 | 6.52E-06 | 5.53E-06 |
| | 6.21E-06 | 3.22E-06 | 2.32E-06 | 2.08E-06 | 5.48E-06 | 3.03E-06 | 2.17E-06 | 2.01E-06 |
| | 4.23E-07 | 2.01E-07 | 1.59E-07 | 9.32E-08 | 4.46E-07 | 2.21E-07 | 1.27E-07 | 1.04E-07 |
| | 2.94E-07 | 1.42E-07 | 1.14E-07 | 6.36E-08 | 3.16E-07 | 1.59E-07 | 9.19E-08 | 7.31E-08 |
| | 2.55E-07 | 1.25E-07 | 1E-07 | 5.5E-08 | 2.76E-07 | 1.4E-07 | 8.1E-08 | 6.39E-08 |
| | 1.06E-07 | 5.52E-08 | 4.46E-08 | 2.34E-08 | 1.19E-07 | 6.27E-08 | 3.7E-08 | 2.83E-08 |
| | 1.05E-07 | 5.48E-08 | 4.43E-08 | 2.32E-08 | 1.18E-07 | 6.23E-08 | 3.67E-08 | 2.81E-08 |
| | 7.54E-08 | 4E-08 | 3.22E-08 | 1.69E-08 | 8.52E-08 | 4.57E-08 | 2.7E-08 | 2.06E-08 |
| | 5.33E-05 | 2.84E-05 | 1.89E-05 | 1.94E-05 | 5.19E-05 | 2.88E-05 | 2.01E-05 | 1.99E-05 |

تابع لجدول (A-20)

| Cvm | | | | Cvm-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.000355 | 0.000211 | 0.000137 | 0.000151 | 0.000356 | 0.000218 | 0.000151 | 0.000157 |
| 0.000165 | 6.9E-05 | 5.35E-05 | 4.05E-05 | 0.000159 | 6.95E-05 | 5.46E-05 | 4.1E-05 |
| 1.97E-05 | 9.15E-06 | 7.13E-06 | 5.89E-06 | 1.68E-05 | 8.4E-06 | 6.87E-06 | 5.67E-06 |
| 7.38E-06 | 3.5E-06 | 2.54E-06 | 2.17E-06 | 6.03E-06 | 3.17E-06 | 2.33E-06 | 2.08E-06 |
| 5.18E-07 | 2.12E-07 | 1.86E-07 | 9.3E-08 | 4.34E-07 | 2.06E-07 | 1.38E-07 | 9.72E-08 |
| 3.6E-07 | 1.49E-07 | 1.34E-07 | 6.27E-08 | 3.06E-07 | 1.47E-07 | 9.92E-08 | 6.72E-08 |
| 3.12E-07 | 1.3E-07 | 1.17E-07 | 5.4E-08 | 2.67E-07 | 1.29E-07 | 8.72E-08 | 5.85E-08 |
| 1.28E-07 | 5.72E-08 | 5.16E-08 | 2.25E-08 | 1.15E-07 | 5.8E-08 | 3.94E-08 | 2.56E-08 |
| 1.27E-07 | 5.68E-08 | 5.12E-08 | 2.23E-08 | 1.14E-07 | 5.76E-08 | 3.92E-08 | 2.54E-08 |
| 9.04E-08 | 4.15E-08 | 3.71E-08 | 1.62E-08 | 8.21E-08 | 4.23E-08 | 2.87E-08 | 1.86E-08 |
| 5.48E-05 | 2.94E-05 | 2.01E-05 | 2E-05 | 5.39E-05 | 3E-05 | 2.15E-05 | 2.06E-05 |

جدول (A-21) : معاملات التوزيع عند النموذج السابع

| ML | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 6.05054 | 7.7038 | 2.50178 | 2.54193 | 0.508942 | 0.0164396 |
| 50 | 4.53523 | 5.8876 | 2.28843 | 0.936831 | 0.501778 | 0.0110546 |
| 75 | 4.70392 | 1.5777 | 2.21455 | 0.720187 | 0.523508 | 0.00655608 |
| 100 | 3.70341 | 0.69355 | 2.25105 | 0.662384 | 0.49093 | 0.00386823 |

| ML-JAC | | | | | | |
|--------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 6.22429 | 7.8125 | 2.53556 | 2.76026 | 0.510056 | 0.0170769 |
| 50 | 4.56536 | 5.891418 | 2.29636 | 0.972379 | 0.501861 | 0.0112418 |
| 75 | 4.71851 | 1.60456 | 2.21779 | 0.732511 | 0.523535 | 0.00667233 |
| 100 | 3.70998 | 0.70143 | 2.25255 | 0.668536 | 0.490958 | 0.00392013 |

| OLS | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 4.5326 | 4.2145 | 1.57308 | 2.94918 | 0.451002 | 0.0365542 |
| 50 | 4.2357 | 3.8796 | 1.75287 | 1.51403 | 0.463816 | 0.0198075 |
| 75 | 3.9865 | 2.475 | 1.84829 | 1.22946 | 0.515828 | 0.0113488 |
| 100 | 3.4578 | 0.9872 | 2.04957 | 1.1835 | 0.463542 | 0.00821859 |

| OLS-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 4.52437 | 3.7865 | 1.6471 | 1.98604 | 0.373972 | 0.0544361 |
| 50 | 4.02143 | 3.2478 | 1.86972 | 1.2958 | 0.420077 | 0.0272816 |

| | | | | | | |
|-----|----------|--------|---------|---------|----------|-----------|
| 75 | 3.7896 | 1.5687 | 1.97767 | 1.17386 | 0.482501 | 0.0135971 |
| 100 | 3.553214 | 0.4475 | 2.11149 | 1.1045 | 0.441506 | 0.0108825 |

| CVM | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 4.2547 | 3.4215 | 1.90456 | 3.74565 | 0.489889 | 0.0344867 |
| 50 | 4.0214 | 3.123 | 1.93019 | 1.61714 | 0.479784 | 0.0193581 |
| 75 | 3.87453 | 2.564 | 1.98676 | 1.29648 | 0.527238 | 0.0120038 |
| 100 | 3.5564 | 1.232 | 2.14372 | 1.25403 | 0.471707 | 0.00766779 |

| CVM-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 4.2147 | 3.214 | 1.9734 | 2.47795 | 0.406017 | 0.048788 |
| 50 | 4.1123 | 2.998 | 2.05052 | 1.41155 | 0.436151 | 0.0248971 |
| 75 | 3.7845 | 2.1021 | 2.11963 | 1.27953 | 0.493989 | 0.0130595 |
| 100 | 3.6654 | 0.998 | 2.20485 | 1.17876 | 0.449553 | 0.00994251 |

جدول (A-22) : تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum) ولجميع المقدرات (Mle , Ols ,Cves) وجميع حجوم العينات (25 , 50 , 75 , 100) بالنسبة للنموذج الثامن (Jac).

| T | h_real | ML | | | | ML-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.494606 | 0.727432 | 0.750079 | 0.745223 | 0.766228 | 0.752139 | 0.751057 | 0.74655 | 0.76475 | 0.752324 |
| 0.502199 | 0.731604 | 0.75561 | 0.749987 | 0.771129 | 0.756601 | 0.756647 | 0.751311 | 0.769664 | 0.756931 |
| 0.989236 | 0.881475 | 0.939543 | 0.908637 | 0.928418 | 0.893544 | 0.942426 | 0.90879 | 0.928837 | 0.900763 |
| 1.11165 | 0.892338 | 0.95037 | 0.91865 | 0.936966 | 0.899108 | 0.953385 | 0.918503 | 0.937831 | 0.906062 |
| 1.31711 | 0.895179 | 0.950715 | 0.919537 | 0.935394 | 0.89435 | 0.953863 | 0.918987 | 0.936857 | 0.900032 |
| 1.37673 | 0.893168 | 0.947648 | 0.916875 | 0.932052 | 0.890472 | 0.950821 | 0.916231 | 0.933654 | 0.895737 |
| 2.41092 | 0.772234 | 0.805299 | 0.783817 | 0.790482 | 0.754046 | 0.808446 | 0.782501 | 0.792999 | 0.754792 |
| 2.95678 | 0.696277 | 0.721201 | 0.703398 | 0.707444 | 0.676433 | 0.724146 | 0.702051 | 0.70994 | 0.676304 |
| 4.08766 | 0.566006 | 0.581041 | 0.568229 | 0.56907 | 0.546641 | 0.583542 | 0.566979 | 0.571323 | 0.545786 |
| 5.34768 | 0.462661 | 0.472458 | 0.462833 | 0.461982 | 0.445345 | 0.474573 | 0.461734 | 0.463943 | 0.444284 |

تابع لجدول (A-22)

| OLS | | | | OLS-JSC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.717973 | 0.727074 | 0.735499 | 0.742822 | 0.687007 | 0.716587 | 0.731462 | 0.738652 |
| 0.722554 | 0.731294 | 0.740314 | 0.747106 | 0.690643 | 0.72039 | 0.73597 | 0.742731 |
| 0.868215 | 0.863001 | 0.914167 | 0.870748 | 0.78691 | 0.821965 | 0.883179 | 0.849496 |
| 0.874873 | 0.86911 | 0.928398 | 0.87373 | 0.78574 | 0.822089 | 0.891806 | 0.848979 |
| 0.871503 | 0.866052 | 0.93519 | 0.865986 | 0.773046 | 0.811461 | 0.89156 | 0.836796 |
| 0.867949 | 0.862757 | 0.93394 | 0.86153 | 0.767581 | 0.806524 | 0.888801 | 0.831372 |

| | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.733737 | 0.734378 | 0.809607 | 0.725891 | 0.632082 | 0.673489 | 0.760451 | 0.692519 |
| 0.656413 | 0.659018 | 0.728152 | 0.651252 | 0.562885 | 0.602636 | 0.682983 | 0.620223 |
| 0.527756 | 0.532368 | 0.589086 | 0.526908 | 0.450482 | 0.485714 | 0.552182 | 0.501172 |
| 0.428294 | 0.433526 | 0.479938 | 0.429833 | 0.364518 | 0.395157 | 0.449852 | 0.408696 |

تابع لجدول (A-22)

| CVM | | | | CVM-JAC | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.723531 | 0.730737 | 0.738297 | 0.744744 | 0.691038 | 0.719909 | 0.734149 | 0.740445 |
| 0.729155 | 0.735482 | 0.743471 | 0.749298 | 0.695619 | 0.724227 | 0.73902 | 0.744796 |
| 0.918129 | 0.888391 | 0.93267 | 0.883625 | 0.830601 | 0.845543 | 0.900783 | 0.861952 |
| 0.929404 | 0.896941 | 0.948839 | 0.887799 | 0.833902 | 0.847777 | 0.911129 | 0.862524 |
| 0.93035 | 0.896351 | 0.957622 | 0.88124 | 0.825751 | 0.839237 | 0.912632 | 0.851391 |
| 0.927445 | 0.893469 | 0.956706 | 0.876979 | 0.821058 | 0.834643 | 0.910165 | 0.846133 |
| 0.786864 | 0.762392 | 0.830263 | 0.740042 | 0.681671 | 0.699245 | 0.779969 | 0.705957 |
| 0.703157 | 0.683754 | 0.746287 | 0.663825 | 0.607033 | 0.625543 | 0.700236 | 0.632178 |
| 0.564073 | 0.551663 | 0.603128 | 0.536798 | 0.485348 | 0.503789 | 0.565679 | 0.510601 |
| 0.457085 | 0.448851 | 0.491048 | 0.43772 | 0.392463 | 0.409624 | 0.460604 | 0.416227 |

جدول (A-23) : المعيارين (IMSE , MSE) وعند حجوم العينات (100 , 75 , 50 , 25) للنموذج الثامن

| T | Mle | | | | Mle-Jac | | | |
|----------|------------|-----------|----------|------------|-----------|----------|----------|----------|
| | 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| | 0.0587099 | 0.0274199 | 0.032295 | 0.0208683 | 0.0617068 | 0.028336 | 0.031915 | 0.049023 |
| 0.494606 | 0.0589661 | 0.0274744 | 0.032238 | 0.0208547 | 0.0619842 | 0.028381 | 0.031865 | 0.049441 |
| 0.502199 | 0.0588172 | 0.0229722 | 0.014462 | 0.0105329 | 0.0625476 | 0.02313 | 0.014896 | 0.037042 |
| 0.989236 | 0.0567641 | 0.0236439 | 0.013478 | 0.00937942 | 0.0605241 | 0.023738 | 0.013959 | 0.033259 |
| 1.11165 | 0.0536653 | 0.0259759 | 0.014812 | 0.00911646 | 0.0573923 | 0.026076 | 0.015244 | 0.026309 |
| 1.31711 | 0.0528456 | 0.0267056 | 0.015564 | 0.00928244 | 0.0565479 | 0.026825 | 0.015964 | 0.024636 |
| 1.37673 | 0.0383782 | 0.0278221 | 0.023299 | 0.0122988 | 0.0411357 | 0.028306 | 0.023051 | 0.014741 |
| 2.41092 | 0.0311189 | 0.0235765 | 0.021794 | 0.0116126 | 0.0333263 | 0.024087 | 0.021402 | 0.012902 |
| 2.95678 | 0.0203651 | 0.0158592 | 0.016649 | 0.00897864 | 0.0217481 | 0.016294 | 0.016207 | 0.009594 |
| 4.08766 | 0.0135281 | 0.0105803 | 0.012083 | 0.00653397 | 0.0143948 | 0.010912 | 0.011701 | 0.006945 |
| IMSE | 0.04431585 | 0.023203 | 0.019667 | 0.01194582 | 0.0471308 | 0.023608 | 0.01962 | 0.026389 |

تابع لجدول (A-23)

| Ols | | | | Ols-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.059134 | 0.028331 | 0.023452 | 0.018553 | 0.052028 | 0.026416 | 0.022885 | 0.017969 |
| 0.059039 | 0.028474 | 0.023447 | 0.018687 | 0.051886 | 0.02653 | 0.022868 | 0.018098 |
| 0.048963 | 0.023505 | 0.017161 | 0.012988 | 0.047305 | 0.024017 | 0.01444 | 0.013276 |

| | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.049502 | 0.023418 | 0.017823 | 0.011842 | 0.050045 | 0.024913 | 0.014486 | 0.012609 |
| 0.052448 | 0.025536 | 0.020424 | 0.011537 | 0.056087 | 0.028333 | 0.01639 | 0.013146 |
| 0.05346 | 0.026432 | 0.021286 | 0.011695 | 0.05785 | 0.029528 | 0.017143 | 0.013538 |
| 0.056157 | 0.033192 | 0.025198 | 0.014206 | 0.066643 | 0.03865 | 0.02293 | 0.017981 |
| 0.049508 | 0.029825 | 0.021751 | 0.013024 | 0.060343 | 0.035359 | 0.020701 | 0.01669 |
| 0.03556 | 0.021478 | 0.014789 | 0.009594 | 0.045111 | 0.02621 | 0.014916 | 0.012497 |
| 0.024846 | 0.014887 | 0.00986 | 0.006693 | 0.032421 | 0.018533 | 0.010305 | 0.008819 |
| 0.048862 | 0.025508 | 0.019519 | 0.012882 | 0.051972 | 0.027849 | 0.017706 | 0.014462 |

تابع لجدول (A-23)

| Cvm | | | | Cvm-Jac | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 25 | 50 | 75 | 100 | 25 | 50 | 75 | 100 |
| 0.067353 | 0.029567 | 0.024423 | 0.018912 | 0.059214 | 0.027453 | 0.023805 | 0.018268 |
| 0.067366 | 0.029765 | 0.024451 | 0.019071 | 0.059068 | 0.0276 | 0.023815 | 0.018418 |
| 0.05997 | 0.025426 | 0.019804 | 0.013476 | 0.04793 | 0.02365 | 0.015748 | 0.013191 |
| 0.059409 | 0.025005 | 0.020828 | 0.01208 | 0.049404 | 0.023768 | 0.01578 | 0.012134 |
| 0.060055 | 0.0268 | 0.023935 | 0.011408 | 0.054322 | 0.026283 | 0.017721 | 0.012125 |
| 0.060417 | 0.027651 | 0.024904 | 0.011479 | 0.055913 | 0.027308 | 0.018487 | 0.012392 |
| 0.05728 | 0.033955 | 0.028203 | 0.013452 | 0.064148 | 0.036116 | 0.023859 | 0.016335 |
| 0.049594 | 0.030247 | 0.023984 | 0.012298 | 0.057908 | 0.033101 | 0.021278 | 0.015238 |
| 0.034843 | 0.021517 | 0.01602 | 0.009028 | 0.043018 | 0.024515 | 0.01509 | 0.011464 |
| 0.024034 | 0.014809 | 0.010581 | 0.006284 | 0.030759 | 0.017307 | 0.010324 | 0.008106 |
| 0.054032 | 0.026474 | 0.021713 | 0.012749 | 0.052168 | 0.02671 | 0.018591 | 0.013767 |

| ML | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 5.91181 | 1.2347 | 2.51401 | 2.56555 | 3.01833 | 0.67252 |
| 50 | 4.51251 | 1.00124 | 2.2912 | 0.939022 | 2.97856 | 0.483925 |
| 75 | 4.38121 | 0.9845 | 2.2706 | 0.70718 | 2.8949 | 0.418816 |
| 100 | 3.60667 | 0.87452 | 2.27127 | 0.657615 | 2.8416 | 0.377829 |

| ML-JAC | | | | | | |
|--------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 6.14974 | 1.3564 | 2.54213 | 2.77216 | 3.04237 | 0.657012 |
| 50 | 4.51011 | 1.10124 | 2.30414 | 0.970963 | 2.96845 | 0.512232 |
| 75 | 4.43419 | 1.001247 | 2.26778 | 0.722486 | 2.91375 | 0.471856 |
| 100 | 3.593 | 0.75632 | 2.30506 | 0.643654 | 2.82594 | 0.319132 |

OLS

| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| 25 | 4.92147 | 2.75421 | 1.58771 | 2.9131 | 2.7039 | 1.30641 |
| 50 | 4.27543 | 2.02134 | 1.75286 | 1.51405 | 2.78289 | 0.713091 |
| 75 | 3.98741 | 1.1345 | 1.8482 | 1.22983 | 3.09498 | 0.408675 |
| 100 | 3.647124 | 0.5587 | 2.04956 | 1.18352 | 2.78125 | 0.295871 |

جدول (A-24) : معلمات التوزيع عند النموذج الثامن

| OLS-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 4.84235 | 2.14573 | 1.66112 | 1.99849 | 2.23151 | 1.96551 |
| 50 | 4.24753 | 2.00023 | 1.87436 | 1.29076 | 2.51194 | 1.00288 |
| 75 | 3.8974 | 1.02314 | 1.97761 | 1.17464 | 2.8922 | 0.496424 |
| 100 | 3.2457 | 0.4547 | 2.10891 | 1.09694 | 2.63964 | 0.419961 |

| CVM | | | | | | |
|-----|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 4.75421 | 2.0124 | 1.94628 | 3.746 | 2.88056 | 1.24625 |
| 50 | 4.02214 | 1.9987 | 1.93006 | 1.61768 | 2.87876 | 0.697017 |
| 75 | 3.78654 | 0.5472 | 1.9863 | 1.2983 | 3.16352 | 0.432365 |
| 100 | 3.6547 | 0.2457 | 2.14369 | 1.25415 | 2.83025 | 0.276048 |

| CVM-JAC | | | | | | |
|---------|----------|---------------|---------|--------------|----------|---------------|
| n | \[Alpha] | MSE(\[Alpha]) | \[Beta] | MSE(\[Beta]) | \[Gamma] | MSE(\[Gamma]) |
| 25 | 4.65473 | 2.00012 | 1.9806 | 2.48098 | 2.42881 | 1.75875 |
| 50 | 4.2456 | 1.89542 | 2.05502 | 1.41087 | 2.60774 | 0.91604 |
| 75 | 3.887 | 0.45247 | 2.11872 | 1.27804 | 2.96215 | 0.475561 |
| 100 | 3.5476 | 0.2214 | 2.20213 | 1.17071 | 2.68616 | 0.389702 |

B الملحق

برامج الجانب التجريبي (المحاكاة)

محاكاة توزيع (MOEIkum)

Simulation of ((MOEIKum Distribution))

Clear[all]

Needs["LibraryLink`"]

<< Optimization`UnconstrainedProblems`

dist[\[alpha]_,\[beta]_,\[gamma]_] = ProbabilityDistribution[($\alpha \beta \gamma (1+x)^{-(\gamma+1)} (1-(1+x)^{-\gamma})^{\beta-1}$)/($\alpha+(1-\alpha)(1-(1+x)^{-\gamma})^{\beta}$)^2, {x,0,\[Infinity]}, Assumptions->\[gamma]>0&&\[alpha]>0&&\[beta]>0];

```

F[x_]:= (1-(1+x)^-γ)^β / (α+(1-α)(1-(1+x)^-γ)^β);
r=1000;n1=25;n2=50;n3=75;n4=100;
α1=.8;α2=3.5;β1=1;β2=2;γ1=.5;γ2=3;
distGen1=dist[α1,β1,γ1];
distGen2=dist[α1,β1,γ2];
distGen3=dist[α1,β2,γ1];
distGen4=dist[α1,β2,γ2];
distGen5=dist[α2,β1,γ1];
distGen6=dist[α2,β1,γ2];
distGen7=dist[α2,β2,γ1];
distGen8=dist[α2,β2,γ2];
target1 := distGen1
⊠1 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target1, p], 0 <= p <= 1], p ⊠
UniformDistribution[]]; target2 := distGen2
⊠2 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target2, p], 0 <= p <= 1], p ⊠
UniformDistribution[]]; target3 := distGen3
⊠3 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target3, p], 0 <= p <= 1], p ⊠
UniformDistribution[]]; target4 := distGen4
⊠4 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target4, p], 0 <= p <= 1], p ⊠
UniformDistribution[]]; target5 := distGen5
⊠5 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target5, p], 0 <= p <= 1], p ⊠
UniformDistribution[]]; target6 := distGen6
⊠6 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target6, p], 0 <= p <= 1], p ⊠
UniformDistribution[]]; target7 := distGen7
⊠7 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target7, p], 0 <= p <= 1], p ⊠
UniformDistribution[]]; target8 := distGen8
⊠8 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target8, p], 0 <= p <= 1], p ⊠
UniformDistribution[]];
BlockRandom[data1=RandomVariate[⊠1,{r,n1}];
data2=RandomVariate[⊠1,{r,n2}];
data3=RandomVariate[⊠1,{r,n3}];
data4=RandomVariate[⊠1,{r,n4}];]
BlockRandom[data5=RandomVariate[⊠2,{r,n1}];
data6=RandomVariate[⊠2,{r,n2}];
data7=RandomVariate[⊠2,{r,n3}];
data8=RandomVariate[⊠2,{r,n4}];]
BlockRandom[data9=RandomVariate[⊠3,{r,n1}];
data10=RandomVariate[⊠3,{r,n2}];]

```

```

data11=RandomVariate[23,{r,n3}];
data12=RandomVariate[23,{r,n4}];]
BlockRandom[data13=RandomVariate[24,{r,n1}];
data14=RandomVariate[24,{r,n2}];
data15=RandomVariate[24,{r,n3}];
data16=RandomVariate[24,{r,n4}];]
BlockRandom[data17=RandomVariate[25,{r,n1}];
data18=RandomVariate[25,{r,n2}];
data19=RandomVariate[25,{r,n3}];
data20=RandomVariate[25,{r,n4}];]
BlockRandom[data21=RandomVariate[26,{r,n1}];
data22=RandomVariate[26,{r,n2}];
data23=RandomVariate[26,{r,n3}];
data24=RandomVariate[26,{r,n4}];]
BlockRandom[data25=RandomVariate[27,{r,n1}];
data26=RandomVariate[27,{r,n2}];
data27=RandomVariate[27,{r,n3}];
data28=RandomVariate[27,{r,n4}];]
BlockRandom[data29=RandomVariate[28,{r,n1}];
data30=RandomVariate[28,{r,n2}];
data31=RandomVariate[28,{r,n3}];
data32=RandomVariate[28,{r,n4}];]
data33=Table[Delete[sdata1[[j]],i],{i,1,n1},{j,1,r}];
data34=Table[Delete[sdata2[[j]],i],{i,1,n2},{j,1,r}];
data35=Table[Delete[sdata3[[j]],i],{i,1,n3},{j,1,r}];
data36=Table[Delete[sdata4[[j]],i],{i,1,n4},{j,1,r}];
data37=Table[Delete[sdata5[[j]],i],{i,1,n1},{j,1,r}];
data38=Table[Delete[sdata6[[j]],i],{i,1,n2},{j,1,r}];
data39=Table[Delete[sdata7[[j]],i],{i,1,n3},{j,1,r}];
data40=Table[Delete[sdata8[[j]],i],{i,1,n4},{j,1,r}];
data41=Table[Delete[sdata9[[j]],i],{i,1,n1},{j,1,r}];
data42=Table[Delete[sdata10[[j]],i],{i,1,n2},{j,1,r}];
data43=Table[Delete[sdata11[[j]],i],{i,1,n3},{j,1,r}];
data44=Table[Delete[sdata12[[j]],i],{i,1,n4},{j,1,r}];
data45=Table[Delete[sdata13[[j]],i],{i,1,n1},{j,1,r}];
data46=Table[Delete[sdata14[[j]],i],{i,1,n2},{j,1,r}];
data47=Table[Delete[sdata15[[j]],i],{i,1,n3},{j,1,r}];
data48=Table[Delete[sdata16[[j]],i],{i,1,n4},{j,1,r}];

```

```

data49=Table[Delete[sdata17[[j]],i],{i,1,n1},{j,1,r}];
data50=Table[Delete[sdata18[[j]],i],{i,1,n2},{j,1,r}];
data51=Table[Delete[sdata19[[j]],i],{i,1,n3},{j,1,r}];
data52=Table[Delete[sdata20[[j]],i],{i,1,n4},{j,1,r}];
data53=Table[Delete[sdata21[[j]],i],{i,1,n1},{j,1,r}];
data54=Table[Delete[sdata22[[j]],i],{i,1,n2},{j,1,r}];
data55=Table[Delete[sdata23[[j]],i],{i,1,n3},{j,1,r}];
data56=Table[Delete[sdata24[[j]],i],{i,1,n4},{j,1,r}];
data57=Table[Delete[sdata25[[j]],i],{i,1,n1},{j,1,r}];
data58=Table[Delete[sdata26[[j]],i],{i,1,n2},{j,1,r}];
data59=Table[Delete[sdata27[[j]],i],{i,1,n3},{j,1,r}];
data60=Table[Delete[sdata28[[j]],i],{i,1,n4},{j,1,r}];
data61=Table[Delete[sdata29[[j]],i],{i,1,n1},{j,1,r}];
data62=Table[Delete[sdata30[[j]],i],{i,1,n2},{j,1,r}];
data63=Table[Delete[sdata31[[j]],i],{i,1,n3},{j,1,r}];
data64=Table[Delete[sdata32[[j]],i],{i,1,n4},{j,1,r}];

```

خوارزمية طريقة الامكان الاعظم

```

@@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@
MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD @@@ @@@ @@@ @@@ @@@
@@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@ @@@

```

```

                                     n1
                                     ∏ (f[sdata1[[j]][i]])
(*mle1=Last/@Table[res=NMaximize[{Log[
],γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}]]//Tim
ing
(*mlejac1=Table[Last/@Table[res=NMaximize[{Log[
∏i=1n1-1 (f[data33[[k]][j][i]])
],γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}},{k,1,
n1}]];

```

```

                                     n2
                                     ∏ (f[sdata2[[j]][i]])
(*mle2=Last/@Table[res=NMaximize[{Log[
],γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}]]//Ti
ming

```

$$\prod_{i=1}^{n_3} (f[sdata3[j][i]])$$

```
(*mle3=Last/@Table[res=NMaximize[{Log[
],γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];
```

$$\prod_{i=1}^{n_4} (f[sdata4[j][i]])$$

```
(*mle4=Last/@Table[res=NMaximize[{Log[
],γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];
mlm1 = Table[res =
FindDistributionParameters[data1[[i]], dist[α, β, γ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm2 = Table[res =
FindDistributionParameters[data2[[i]], dist[α, β, γ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm3 = Table[res =
FindDistributionParameters[data3[[i]], dist[α, β, γ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];

mlm4 = Table[res =
FindDistributionParameters[data4[[i]], dist[α, β, γ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlmjac1=Table[res=
FindDistributionParameters[data33[[i]][[j]],dist[α,β,γ],ParameterEstimator->
{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n1},{j,1,r}];
mlmjac2=Table[res=
FindDistributionParameters[data34[[i]][[j]],dist[α,β,γ],ParameterEstimator->
{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n2},{j,1,r}];
mlmjac3=Table[res=
FindDistributionParameters[data35[[i]][[j]],dist[α,β,γ],ParameterEstimator->
{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n3},{j,1,r}];
mlmjac4=Table[res=
FindDistributionParameters[data36[[i]][[j]],dist[α,β,γ],ParameterEstimator->
{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n4},{j,1,r}];
mlm5 = Table[res =
FindDistributionParameters[data5[[i]], dist[α, β, γ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm6 = Table[res =
FindDistributionParameters[data6[[i]], dist[α, β, γ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm7 = Table[res =
```

```

FindDistributionParameters[data7[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm8 = Table[res =
FindDistributionParameters[data8[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlmjac5=Table[res=
FindDistributionParameters[data37[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n1},{j,1,r}];
mlmjac6=Table[res=
FindDistributionParameters[data38[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n2},{j,1,r}];
mlmjac7=Table[res=
FindDistributionParameters[data39[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n3},{j,1,r}];
mlmjac8=Table[res=

FindDistributionParameters[data40[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n4},{j,1,r}];
mlm9 = Table[res =
FindDistributionParameters[data9[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm10 = Table[res =
FindDistributionParameters[data10[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm11 = Table[res =
FindDistributionParameters[data11[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm12 = Table[res =
FindDistributionParameters[data12[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlmjac9=Table[res=
FindDistributionParameters[data41[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n1},{j,1,r}];
mlmjac10=Table[res=
FindDistributionParameters[data42[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n2},{j,1,r}];
mlmjac11=Table[res=
FindDistributionParameters[data43[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n3},{j,1,r}];

```



```

mlmjac12=Table[res=
FindDistributionParameters[data44[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n4},{j,1,r}];
mlm13 = Table[res =
FindDistributionParameters[data13[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm14 = Table[res =
FindDistributionParameters[data14[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm15 = Table[res =
FindDistributionParameters[data15[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm16 = Table[res =
FindDistributionParameters[data16[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}, WorkingPrecision -> 5], {i, 1, r}];
mlmjac13=Table[res=
FindDistributionParameters[data45[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n1},{j,1,r}];
mlmjac14=Table[res=
FindDistributionParameters[data46[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n2},{j,1,r}];
mlmjac15=Table[res=
FindDistributionParameters[data47[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n3},{j,1,r}];
mlmjac16=Table[res=
FindDistributionParameters[data48[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n4},{j,1,r}];
mlm17 = Table[res =
FindDistributionParameters[data17[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm18 = Table[res =
FindDistributionParameters[data18[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm19 = Table[res =
FindDistributionParameters[data19[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm20 = Table[res =
FindDistributionParameters[data20[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];

```

```

mlmjac17=Table[res=
FindDistributionParameters[data49[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n1},{j,1,r}];
mlmjac18=Table[res=
FindDistributionParameters[data50[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n2},{j,1,r}];
mlmjac19=Table[res=
FindDistributionParameters[data51[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n3},{j,1,r}];
mlmjac20=Table[res=
FindDistributionParameters[data52[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n4},{j,1,r}];
mlm21 = Table[res =
FindDistributionParameters[data21[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm22 = Table[res =
FindDistributionParameters[data22[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm23 = Table[res =
FindDistributionParameters[data23[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm24 = Table[res =
FindDistributionParameters[data24[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlmjac21=Table[res=
FindDistributionParameters[data53[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n1},{j,1,r}];
mlmjac22=Table[res=
FindDistributionParameters[data54[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n2},{j,1,r}];
mlmjac23=Table[res=
FindDistributionParameters[data55[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n3},{j,1,r}];
mlmjac24=Table[res=
FindDistributionParameters[data56[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n4},{j,1,r}];
mlm25 = Table[res =
FindDistributionParameters[data25[[i]], dist[ $\alpha, \beta, \gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];

```

```

mlm26 = Table[res =
FindDistributionParameters[data26[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm27 = Table[res =
FindDistributionParameters[data27[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm28 = Table[res =
FindDistributionParameters[data28[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlmjac25=Table[res=
FindDistributionParameters[data57[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n1},{j,1,r}];
mlmjac26=Table[res=
FindDistributionParameters[data58[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n2},{j,1,r}];
mlmjac27=Table[res=
FindDistributionParameters[data59[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n3},{j,1,r}];
mlmjac28=Table[res=
FindDistributionParameters[data60[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n4},{j,1,r}];
mlm29 = Table[res =
FindDistributionParameters[data29[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm30 = Table[res =
FindDistributionParameters[data30[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm31 = Table[res =
FindDistributionParameters[data31[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlm32 = Table[res =
FindDistributionParameters[data32[[i]], dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], ParameterEstimator ->
{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}];
mlmjac29=Table[res=
FindDistributionParameters[data61[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n1},{j,1,r}];
mlmjac30=Table[res=
FindDistributionParameters[data62[[i]][[j]],dist[ $\alpha,\beta,\gamma$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n2},{j,1,r}];

```

```
mlmjac31=Table[res=
FindDistributionParameters[data63[[i]][[j]],dist[α,β,γ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n3},{j,1,r}];
mlmjac32=Table[res=
FindDistributionParameters[data64[[i]][[j]],dist[α,β,γ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}],{i,1,n4},{j,1,r}];
```

خوارزمية طريقة المربعات الصغرى

LEAST SQUARE
METHOD
NelderMeadMinimize

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[sdata1[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

```
ols1=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];
```

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[sdata2[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

```
ols2=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];
```

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[sdata3[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

```
ols3=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];
```

$$\sum_{i=1}^{n_4} (F[sdata4[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

```
ols4=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];
```

```
olsjac1=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} (F[data33[k][j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method-
>"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}],{k,1,n1}];
```

```
olsjac2=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} (F[data34[k][j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method-
>"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}],{k,1,n2}];
```

```

olsjac3=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} (F[\text{data35}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->
>"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_3}];
olsjac4=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} (F[\text{data36}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->
>"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_4}];

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[\text{sdata5}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

ols5=Last/@Table[res=NMinimize[{i=1
,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[\text{sdata6}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

ols6=Last/@Table[res=NMinimize[{i=1
,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[\text{sdata7}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

ols7=Last/@Table[res=NMinimize[{i=1
,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_4} (F[\text{sdata8}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

ols8=Last/@Table[res=NMinimize[{i=1
,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];
olsjac5=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} (F[\text{data37}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->
>"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_1}];
olsjac6=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} (F[\text{data38}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->
>"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_2}];
olsjac7=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} (F[\text{data39}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->
>"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_3}];

```

```

\
olsjac8=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} (F[\text{data40}[\mathbf{k}][\mathbf{j}][\mathbf{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_4}];

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[\text{sdata9}[\mathbf{j}][\mathbf{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

ols9=Last/@Table[res=NMinimize[{
,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[\text{sdata10}[\mathbf{j}][\mathbf{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

ols10=Last/@Table[res=NMinimize[{
,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[\text{sdata11}[\mathbf{j}][\mathbf{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

ols11=Last/@Table[res=NMinimize[{
,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_4} (F[\text{sdata12}[\mathbf{j}][\mathbf{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

ols12=Last/@Table[res=NMinimize[{
,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];
olsjac9=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} (F[\text{data41}[\mathbf{k}][\mathbf{j}][\mathbf{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_1}];
olsjac10=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} (F[\text{data42}[\mathbf{k}][\mathbf{j}][\mathbf{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_2}];
olsjac11=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} (F[\text{data43}[\mathbf{k}][\mathbf{j}][\mathbf{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_3}];

```

```

olsjac12=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} (F[\text{data44}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_4}];

ols13=Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[\text{sdata13}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

ols14=Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[\text{sdata14}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

ols15=Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[\text{sdata15}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

ols16=Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} (F[\text{sdata16}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

olsjac13=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} (F[\text{data45}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_1}];

olsjac14=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} (F[\text{data46}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_2}];

olsjac15=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} (F[\text{data47}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_3}];

olsjac16=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} (F[\text{data48}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,  $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { $\alpha, \beta, \gamma$ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n_4}];

```

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[\text{sdata17}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

ols17=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[\text{sdata18}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

ols18=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[\text{sdata19}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

ols19=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_4} (F[\text{sdata20}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

ols20=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

olsjac17=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} (F[\text{data49}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n₁}];

olsjac18=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} (F[\text{data50}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n₂}];

olsjac19=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} (F[\text{data51}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n₃}];

olsjac20=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} (F[\text{data52}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}], {k, 1, n₄}];

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[\text{sdata21}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

ols21=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j, 1, r}];

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[\text{sdata22}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

```

ols22=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];

```

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[\text{sdata23}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

```

ols23=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];

```

$$\sum_{i=1}^{n_4} (F[\text{sdata24}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

```

ols24=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];
olsjac21=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

```

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} (F[\text{data53}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

```

,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}},{k,1,n_1}];
olsjac22=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

```

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} (F[\text{data54}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

```

,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}},{k,1,n_2}];
olsjac23=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

```

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} (F[\text{data55}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

```

,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}},{k,1,n_3}];
olsjac24=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{

```

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} (F[\text{data56}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

```

,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}},{k,1,n_4}];

```

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[\text{sdata25}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

```

ols25=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];

```

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[\text{sdata26}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

```

ols26=Last/@Table[res=NMinimize[{
,γ>0,α>0,β>0},{α,β,γ},Method->"NelderMead",MaxIterations->1000},{j,1,r}];

```

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[\text{sdata27}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

ols27=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}];

$$\sum_{i=1}^{n_4} (F[\text{sdata28}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$$

ols28=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}];

olsjac25=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\sum_{i=1}^{n_1-1} (F[\text{data57}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}], {k,1,n_1}];

olsjac26=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\sum_{i=1}^{n_2-1} (F[\text{data58}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}], {k,1,n_2}];

olsjac27=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\sum_{i=1}^{n_3-1} (F[\text{data59}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}], {k,1,n_3}];

olsjac28=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\sum_{i=1}^{n_4-1} (F[\text{data60}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4 + 1))^2$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}], {k,1,n_4}];

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[\text{sdata29}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1 + 1))^2$$

ols29=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}];

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[\text{sdata30}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2 + 1))^2$$

ols30=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}];

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[\text{sdata31}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3 + 1))^2$$

ols31=Last/@Table[res=NMinimize[{
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ }, { α, β, γ }, Method->"NelderMead", MaxIterations->1000], {j,1,r}];

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata3}][j][i] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata4}][j][i] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} \left(F[\text{data33}][k][j][i] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} \left(F[\text{data34}][k][j][i] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} \left(F[\text{data35}][k][j][i] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} \left(F[\text{data36}][k][j][i] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[\text{sdata5}][j][i] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[\text{sdata6}][j][i] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\}, \{k, 1, n_1\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\}, \{k, 1, n_2\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\}, \{k, 1, n_3\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\}, \{k, 1, n_4\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\};$

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata7}[j][i]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata8}[j][i]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} \left(F[\text{data37}[k][j][i]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} \left(F[\text{data38}[k][j][i]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} \left(F[\text{data39}[k][j][i]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} \left(F[\text{data40}[k][j][i]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[\text{sdata9}[j][i]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[\text{sdata10}[j][i]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\}, \{k, 1, n_1\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\}, \{k, 1, n_2\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\}, \{k, 1, n_3\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\}, \{k, 1, n_4\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method} \rightarrow \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{j, 1, r\};$

CVM11=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata11}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM12=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata12}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVMjac9=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} \left(F[\text{data41}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₁}];
 CVMjac10=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} \left(F[\text{data42}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₂}];
 CVMjac11=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} \left(F[\text{data43}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₃}];
 CVMjac12=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} \left(F[\text{data44}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₄}];

CVM13=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[\text{sdata13}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM14=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[\text{sdata14}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];

CVM15=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata15}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM16=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata16}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVMjac13=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} \left(F[\text{data45}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₁}];
 CVMjac14=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} \left(F[\text{data46}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₂}];
 CVMjac15=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} \left(F[\text{data47}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₃}];
 CVMjac16=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} \left(F[\text{data48}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₄}];
 CVM17=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[\text{sdata17}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM18=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[\text{sdata18}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];

CVM19=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata19}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM20=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata20}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVMjac17=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} \left(F[\text{data49}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₁}];
 CVMjac18=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} \left(F[\text{data50}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₂}];
 CVMjac19=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} \left(F[\text{data51}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₃}];
 CVMjac20=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} \left(F[\text{data52}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₄}];
 CVM21=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[\text{sdata21}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM22=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[\text{sdata22}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata23}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata24}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} \left(F[\text{data53}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} \left(F[\text{data54}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} \left(F[\text{data55}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} \left(F[\text{data56}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[\text{sdata25}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$
 $> \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{\text{j}, 1, \text{r}\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$
 $> \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{\text{j}, 1, \text{r}\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$
 $> \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{\text{j}, 1, \text{r}\}, \{\text{k}, 1, \text{n}_1\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$
 $> \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{\text{j}, 1, \text{r}\}, \{\text{k}, 1, \text{n}_2\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$
 $> \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{\text{j}, 1, \text{r}\}, \{\text{k}, 1, \text{n}_3\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$
 $> \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{\text{j}, 1, \text{r}\}, \{\text{k}, 1, \text{n}_4\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$
 $> \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{\text{j}, 1, \text{r}\};$
 $\gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$
 $> \text{"NelderMead"}, \text{MaxIterations} \rightarrow 1000, \{\text{j}, 1, \text{r}\};$

CVM27=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata27}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM28=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata28}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVMjac25=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} \left(F[\text{data57}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₁}];
 CVMjac26=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} \left(F[\text{data58}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₂}];
 CVMjac27=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} \left(F[\text{data59}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₃}];
 CVMjac28=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} \left(F[\text{data60}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₄}];
 CVM29=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[\text{sdata29}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM30=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[\text{sdata30}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];

CVM31=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata31}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVM32=Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata32}[\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}];
 CVMjac29=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₁)+

$$\sum_{i=1}^{n_1-1} \left(F[\text{data61}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₁}];
 CVMjac30=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₂)+

$$\sum_{i=1}^{n_2-1} \left(F[\text{data62}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₂}];
 CVMjac31=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₃)+

$$\sum_{i=1}^{n_3-1} \left(F[\text{data63}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₃}];
 CVMjac32=Table[Last/@Table[res=NMinimize[{1/(12 n₄)+

$$\sum_{i=1}^{n_4-1} \left(F[\text{data64}[\text{k}][\text{j}][\text{i}]] - \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2$$

$$, \gamma > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \}, \{\alpha, \beta, \gamma\}, \text{Method-}$$
 >"NelderMead",MaxIterations->1000],{j,1,r}],{k,1,n₄}];

ملحق C

محاكاة تقدير معلمات توزيع (MOElkum)

##

(*Estimate maen of the parameters and the mean of MSE for the parameters model with all samples*)

(*MLM*)

(*TableForm[{Mean[{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ β },{(Subscript[β , 1]- β)²},{ γ },{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/.mle1],Mean[{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ β },{(Subscript[β , 1]- β)²},{ γ },{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/.mle2],

```
Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/.mle3],Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/.mle4}],
TableHeadings->{{"25","50","100","200"},{
"α","MSE(α)","β","MSE(β)","γ","MSE(γ)"}}
```

```
]
TableForm[ {Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. mml1],Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. mml2],
Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. mml3],Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. mml4}],
TableHeadings->{{"25","50","75","100"},{
"α","MSE(α)","β","MSE(β)","γ","MSE(γ)"}}
```

(*MLMJAC*)

```
TableForm[ {Mean[Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. mmljac1]],Mean[Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. mmljac2]],
Mean[Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. mmljac3]],Mean[Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. mmljac4]]],
TableHeadings->{{"25","50","75","100"},{
"α","MSE(α)","β","MSE(β)","γ","MSE(γ)"}}
```

(*OLS*)

```
TableForm[ {Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/.ols1],Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. ols2],
Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. ols3],Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. ols4}],
TableHeadings->{{"25","50","75","100"},{
"α","MSE(α)","β","MSE(β)","γ","MSE(γ)"}}
```

(*OLSjac*)

```
TableForm[ {Mean[Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. olsjac1]],Mean[Mean[{{α},{(Subscript[α, 1]-α)2},{β},{(Subscript[β, 1]-β)2},{γ},{(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. olsjac2]],
```

```
Mean[Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. olsjac3], Mean[Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. olsjac4]],
TableHeadings->{{"25", "50", "75", "100"}, {
"α", "MSE(α)", "β", "MSE(β)", "γ", "MSE(γ)"}}
]
```

(*CVM*)

```
TableForm[{Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. CVM1], Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. CVM2],
Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. CVM3], Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. CVM4]],
TableHeadings->{{"25", "50", "75", "100"}, {
"α", "MSE(α)", "β", "MSE(β)", "γ", "MSE(γ)"}}
]
```

(*CVMjac*)

```
TableForm[{Mean[Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. CVMjac1], Mean[Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. CVMjac2]],
Mean[Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. CVMjac3], Mean[Mean[{{α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {γ}, {(Subscript[γ, 1]-γ)2}}/. CVMjac4]],
TableHeadings->{{"25", "50", "75", "100"}, {
"α", "MSE(α)", "β", "MSE(β)", "γ", "MSE(γ)"}}
]
```

D ملحق

تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (MOElkum)

Hazard

```
TableForm[{Table[HazardFunction[distGen1, t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}],
Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
mlm1],
Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
mlm2],
Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
mlm3],
Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
mlm4]],
```

```

TableHeadings -> {"H_real", "25", "50", "75", "100"}, Sort[Take[data4[[2]],
10]], TableDirections -> Row
]
TableForm[ {Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t,
Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /. mlmjac1]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. mlmjac2]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. mlmjac3]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. mlmjac4]]},
TableHeadings -> {"25", "50", "75", "100"}, Sort[Take[data4[[2]], 10]],
TableDirections -> Row
]
TableForm[ {Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]],
10]]}] /. ols1],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
ols2],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
ols3],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
ols4]],
TableHeadings -> {"25", "50", "75", "100"}, Sort[Take[data4[[2]], 10]],
TableDirections -> Row
]
TableForm[ {Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t,
Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /. olsjac1]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. olsjac2]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. olsjac3]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. olsjac4]]},
TableHeadings -> {"25", "50", "75", "100"}, Sort[Take[data4[[2]], 10]],
TableDirections -> Row
]
TableForm[ {Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]],
10]]}] /. CVM1],

```

```

Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
CVM2],
Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
CVM3],
Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
CVM4}],
TableHeadings -> {"25", "50", "75", "100"}, Sort[Take[data4[[2]], 10]],
TableDirections -> Row
]
TableForm[ {Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t,
Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /. CVMjac1]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. CVMjac2]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. CVMjac3]],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. CVMjac4]]},
TableHeadings -> {"25", "50", "75", "100"}, Sort[Take[data4[[2]], 10]],
TableDirections -> Row
]
MSE Hazard
TableForm[ {Mean[(Table[HazardFunction[dist[α,β,γ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10
]]})-Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})]^2/.mlm1],

Mean[(Table[HazardFunction[dist[α,β,γ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})]^2/.mlm2],
Mean[(Table[HazardFunction[dist[α,β,γ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})]^2/.mlm3],
Mean[(Table[HazardFunction[dist[α,β,γ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})]^2/.mlm4]],
TableHeadings->{"25","50","75","100"},
Sort[Take[data4[[2]],10]],TableDirections->Row
]//AccountingForm
TableForm[ {Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[α,β,γ],t],{t,Sort[Take[data4[
2]],10]]})-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})]^2/.mlmjac1]],
Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[α,β,γ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})]^2/.mlmjac2]],

```

```

Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.mlmjac3]],
Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.mlmjac4]],
TableHeadings->{"25","50","75","100"},
Sort[Take[data4[[2]],10]],TableDirections->Row
]//AccountingForm
TableForm[{Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.ols1],
Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.ols2],
Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.ols3],
Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.ols4]],
TableHeadings->{"25","50","75","100"},
Sort[Take[data4[[2]],10]],TableDirections->Row
]//AccountingForm
TableForm[{Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.olsjac1]],
Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.olsjac2]],
Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.olsjac3]],
Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.olsjac4]],
TableHeadings->{"25","50","75","100"},
Sort[Take[data4[[2]],10]],TableDirections->Row
]//AccountingForm
TableForm[{Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.CVM1],
Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.CVM2],
Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.CVM3],
Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2/.CVM4]],

```



```

TableHeadings->{"25","50","75","100"},
Sort[Take[data4[[2]],10]],TableDirections->Row
]//AccountingForm
TableForm[ {Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t], {t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2.CVMjac1]],
Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t], {t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2.CVMjac2]],
Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t], {t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2.CVMjac3]],
Mean[Mean[(Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t], {t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]-
Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]})2.CVMjac4]]},
TableHeadings->{"25","50","75","100"},
Sort[Take[data4[[2]],10]],TableDirections->Row
]//AccountingForm
ListLinePlot[{Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]/.
mlm1],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]/.
mlmjac1]],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]/.
ols1],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]/.
olsjac1]],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]/.
CVM1],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]/.
CVMjac1]]},
{AxesLabel->{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[h[t],Red,Bold,Medium]},
PlotLabel->"n=25",DataRange->{0.1,9.5},PlotLegends->Placed[{"h_Real",
"h_ML","h_ML-JAC","h_OLS","h_OLS-JAC","h_CVM","h_CVM-JAC"},
Center],Mesh->Full,ImageSize->400}]

ListLinePlot[{Table[HazardFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]/.
mlm2],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\gamma$ ],t],{t,Sort[Take[data4[[2]],10]]}]/.
mlmjac2]],

```

```

Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
ols2],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. olsjac2]],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
CVM2],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. CVMjac2]]],
{AxesLabel -> {Style[t, Black, Bold, Medium], Style[h[t], Red, Bold, Medium]},
PlotLabel -> "n=50", DataRange -> {0.1, 9.5}, PlotLegends -> Placed[{"h_Real",
"h_ML", "h_ML-JAC", "h_OLS", "h_OLS-JAC", "h_CVM", "h_CVM-JAC"},
Center], Mesh -> Full, ImageSize -> 400]}

```

```

ListLinePlot[{Table[HazardFunction[distGen1, t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
mlm3],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. mlmjac3]],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
ols3],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. olsjac3]],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
CVM3],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. CVMjac3]]],
{AxesLabel -> {Style[t, Black, Bold, Medium], Style[h[t], Red, Bold, Medium]},
PlotLabel -> "n=75", DataRange -> {0.1, 9.5}, PlotLegends -> Placed[{"h_Real",
"h_ML", "h_ML-JAC", "h_OLS", "h_OLS-JAC", "h_CVM", "h_CVM-JAC"},
Center], Mesh -> Full, ImageSize -> 400]}

```

```

ListLinePlot[{Table[HazardFunction[distGen1, t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
mlm4],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. mlmjac4]],
Mean[Table[HazardFunction[dist[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
ols4],

```

```

Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. olsjac4]],
Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}] /.
CVM4],
Mean[Mean[Table[HazardFunction[dist[α, β, γ], t], {t, Sort[Take[data4[[2]], 10]]}]
/. CVMjac4]]],
{AxesLabel -> {Style[t, Black, Bold, Medium], Style[h[t], Red, Bold, Medium]},
PlotLabel -> "n=100", DataRange -> {0.1, 9.5}, PlotLegends -> Placed[{"h_Real",
"h_ML", "h_ML-JAC", "h_OLS", "h_OLS-JAC", "h_CVM", "h_CVM-JAC"},
Center], Mesh -> Full, ImageSize -> 400}]

```

برنامج الجانب التطبيقي

<<Optimization`UnconstrainedProblems`

```

dist[α_,β_,γ_]=ProbabilityDistribution[(α β γ (1+x)-(γ+1) (1-(1+x)-γ)β-1)/(α+(1-α)(1-(1+x)-γ)β)2,{x,0,∞},Assumptions->α>0&&β>0&&γ>0];

```

```

distkum[β_,γ_]=ProbabilityDistribution[(1+x)-1-γ (1-(1+x)-γ)-1+β β γ,{x,0,∞},Assumptions-
>β>0&&γ>0];

```

```

f[x_]:= (α β γ (1+x)-(γ+1) (1-(1+x)-γ)β-1)/(α+(1-α)(1-(1+x)-γ)β)2;

```

```

f2[x_]:= (1+x)-1-γ (1-(1+x)-γ)-1+β β γ;

```

```

Text@Grid[nn,Frame->All]

```

```

{\par{\par \par \par \par \par \par \par \par \par \par }}

```

```

sn= Sort[nn];

```

```

n=Length[sn]

```

```

mle=Last@FindMaximum[{\Log[\prod_{i=1}^n (f[sn[i]])]}],{\alpha,3.5},{beta,2},{gamma,.5}},MaxIterations-
>1000]

```

```

mle2=Last@NMaximize[{\Log[\prod_{i=1}^n (f2[sn[i]])]}],{\alpha,beta},MaxIterations->1000]

```

```

AndersonDarlingTest[sn,dist[α,β,γ]/.estmlm]

```

```

CramerVonMisesTest[sn,dist[α,β,γ]/.estmlm]

```

```

KolmogorovSmirnovTest[sn,dist[α,β,γ]/.estmlm]

```

```
Show[Histogram[dd,10,"PDF",ImageSize->400,ChartStyle->Hue[.5]],
Plot[{PDF[dist[α,β,γ]/.estmlm,x],PDF[distkum[β,γ]/.esemlmkum,x]},{x,0,10},
{Frame->False,PlotLegends->Placed[{"M-O Ikum","Ikum"},Center],
PlotStyle->Thick,Mesh->Full,PlotTheme->"Business"}]]
Show[Histogram[dd,10,"CDF",ImageSize->400,ChartStyle->Hue[.5]],
Plot[{CDF[dist[α,β,γ]/.estmlm,x],CDF[distkum[β,γ]/.esemlmkum,x]},{x,0,10},
{Frame->False,PlotLegends->Placed[{"M-O Ikum","Ikum"},Center],
PlotStyle->Thick,Mesh->Full,PlotTheme->"Business"}]]
Show[Histogram[dd,10,"HF",ImageSize->400,ChartStyle->Hue[.5]],
Plot[{HazardFunction[dist[α,β,γ]/.estmlm,x],HazardFunction[distkum[β,γ]/.esemlmkum,x]},{x,0,10},
{Frame->False,PlotLegends->Placed[{"M-O Ikum","Ikum"},Center],
PlotStyle->Thick,Mesh->Full,PlotTheme->"Business"}]]
TableForm[{{aic1=6+(-2)*LogLikelihood[dist[α,β,γ]/.estmlm,dd],aic1+24/(n-4),(-2)*LogLikelihood[dist[α,β,γ]/.estmlm,dd]+3*Log[n]},
{aic2=4+(-2)*LogLikelihood[distkum[β,γ]/.esemlmkum,dd],aic2+12/(n-3),(-2)*LogLikelihood[distkum[β,γ]/.esemlmkum,dd]+2*Log[n]}
},
TableHeadings->{{"M-O Ikum","Ikum"},{"AIC","AICc","BIC"}}]
 $\hat{\mu}$ =EmpiricalDistribution[dd]
Plot[{CDF[ $\hat{\mu}$ ,t],CDF[dist[α,β,γ]/.estmlm,t]},{t,0,8},{Frame->True,ImageSize->400,PlotLegends->Placed[{"Empirical Distribution","M-O Ikum Distribution"},Center]}]
Plot[{SurvivalFunction[ $\hat{\mu}$ ,t],SurvivalFunction[dist[α,β,γ]/.estmlm,t]},{t,0,8},{Frame->True,ImageSize->400,PlotLegends->Placed[{"Empirical Distribution","M-O Ikum Distribution"},Center]}]
Plot[{PDF[SmoothKernelDistribution[dd],t],PDF[dist[α,β,γ]/.estmlm,t]},{t,0,8},{PlotStyle->{Thick,Red},Frame->True,ImageSize->400,PlotLegends->Placed[{"Empirical Distribution","M-O Ikum Distribution"},Center]}]
TableForm[ $\hat{\mu}$ &/@{Mean,Variance,Skewness,Kurtosis,Median,StandardDeviation}]/N
{TableForm[Table[CDF[dist[α,β,γ]/.estmlm,t],{t,{dd}}],TableDirections->Row],
```

```
TableForm[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,γ]/.estmlm,t],{t,{dd}}],TableDirections->Row],
TableForm[Table[HazardFunction[dist[α,β,γ]/.estmlm,t],{t,{dd}}],TableDirections->Row]}
```

توزيع (Ikum) :

يعد توزيع (Kumaraswamy) احد التوزيعات التقليدية المستمرة والتي لها أوجه التشابه مع توزيع بيتا ولكن يختلف في مزايا الشكل المغلق (المعكوس) دالة التوزيع التراكمي ولاسيما التوزيع المباشر والكمي . ويمكن تطبيق هذا التوزيع على العديد من الظواهر الطبيعية التي تكون نتائجها لها حد ادنى وحد اعلى .
وتعرف دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع :

$$f(t; \alpha, \beta) = \alpha\beta(1+t)^{-(\alpha+1)}(1-(1+t)^{-\alpha})^{\beta-1}, t > 0; \alpha, \beta > 0$$

والدالة التوزيعية التراكمية للتوزيع هي :

$$F(t; \alpha, \beta) = (1 - (1+t)^{-\alpha})^{\beta}, t > 0; \alpha, \beta > 0$$



Iraq Republic
Ministry of Higher Education
and Scientific Research
Basra University
Faculty of Administration and
Economics



Estimation Of The Hazard Function For a Distribution Marshall-
Oliken extended Inverted Kumaraswamy With The App

A letter submitted to the council of the college of administration
and economics , university of Basra

It is part of the requirements for obtaining a masters degree in
statistics

Submitted by

The student

Hajer Abd Uihassan Mouhan Alsalhi

Supervisor

Assis-Prof.Dr.Bahaa Abdul Razzaq Qassem Al Ameri

A.H.1444

A.D.2022

Abstract

The industrial aspect is complex and prone to sudden breakdowns due to the various problems that industrial machines and equipment may encounter. It is important to find solutions to these problems in order to reduce their occurrence. The study of the hazard function, which calculates the failure rate of a system while it is in operation, is crucial. The failure rate has dimensions, as does the study of the reliability function, which shows the probability of completing work within a certain time period before failure occurs. The goal of this thesis is twofold. First, to estimate the reliability and risk functions of the MOElkum distribution using six estimation methods (maximum likelihood, maximum likelihood with the Jac method, ordinary least squares, least squares with the Jac method, minimum distance estimation with the CVM method, and minimum distance estimation with the Jac-knife method), and to determine the most efficient and effective method among these estimators. Second, to compare the original and expanded distributions and demonstrate the superiority of the expanded distribution.

In order to achieve these goals, the third chapter presents the experimental and applied aspects of the study. The simulation method was used to compare the six estimation methods mentioned above in estimating the parameters of the MOElkum distribution, as well as estimating the reliability and hazard functions of the distribution. Four different sample sizes (100, 75, 50, 25) and eight different default models were used, and the experiment was repeated 1000 times. The results were arranged in tables and compared using the mean squared error (MSE) and integrative mean squared error (IMSE) criteria. The simulation results showed that the maximum likelihood method is the best estimator among the other six estimators.

On the applied side, real data (100 observations) of the operating time until failure of pivot sprinkler devices in Karbala Governorate's Ain Al-Tamar district were used. The reliability and hazard functions and parameters of the MOElkum distribution were estimated and compared to those of the original Ikum distribution

Finally, the fourth chapter includes the main conclusions and recommendations of the study. It was theoretically concluded that compound and expanded probabilistic models are superior to single-component probabilistic models, and that the real data used in the study was suitable for the MOElkum distribution as shown by good fit

tests. One of the key recommendations is to identify the factors that contribute to failure and work to mitigate them by studying the hazard function