



جمهورية العراق  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة البصرة  
كلية الإدارة والاقتصاد  
قسم الإحصاء



إيجاد أفضل تقدير لمعلمات ودالة المعولية للتوزيع المركب  
(باريتو - الاسي المبتور)  
مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة إلى

مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة البصرة

وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الإحصاء

تقدمت بها الطالبة

ايمان قيس عبد الرحمن

بإشراف

الأستاذ المساعد

وفاء عبد الصمد عاشور

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
وَلَقَدْ آتَيْنَا دَاوُدَ وَسُلَيْمَانَ عِلْمًا وَقَالَا الْحَمْدُ لِلَّهِ  
الَّذِي فَضَّلَنَا عَلَى كَثِيرٍ مِّنْ عِبَادِهِ الْمُؤْمِنِينَ  
صدق الله العظيم

سورة النمل

الآية (15)

## الاهداء

إلى من استنارة حياتي بدعواتهما...  
إلى اعز وأحب خلق الله إلى قلبي...

\* امي العزيزة وابي العزيز

إلى نور دربي وقرّة عيني...

\* اخواني

إلى من لا تستطيب الحياة الا بذكرهم...

\* صديقاتي

ايمان...

## شكر وتقدير

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين نبينا محمد  
وعلى آله وصحبه اجمعين...

اشكر الله عز وجل أن وفقني واعانني على إتمام هذه الرسالة وأن سخر لي كل ما  
ظننته مستحيلا...

أتقدم بجزيل الشكر والامتنان لمشرفتي الاستاذة الفاضلة وفاء عبد الصمد عاشور  
لما بدلت من جهد كبير في مساعدتي وتقديم التوجيهات السديدة ومدي  
بالمعلومات القيمة طوال مدة اعداد الرسالة، داعيتا المولى عز وجل ان يمدّها  
بالعمر المديد وان يوفقها لما يحب ويرضا...

كما أتقدم بجزيل الشكر والتقدير الى الأساتذة الافاضل في لجنة المناقشة لتفضلهم  
بقبول مناقشة الرسالة وعلى الملاحظات التي سيدلون بها والتي هدفها تقوية  
الرسالة واثرائها...

وأقدم شكري وتقديري الى اساتذتي الافاضل في قسم الإحصاء الذين قدموا العون  
والنصائح...

والشكر الجزيل لجميع أصدقائي وزملائي في الدراسة ولمن مد لي يد العون...  
وأخيرا شكري لعائلي الحبيبة لمساندتهم ودعمهم المستمر لي...

اسأل الله ان يوفقكم جميعا الى طريق العلم والخير...

## قائمة المحتويات

الصفحات	الموضوع	الفقرة
I	الآية القرآنية	-
II	الاهداء	-
III	الشكر والتقدير	-
V-IV	قائمة المحتويات	-
VI-V	قائمة الجداول	-
VII	قائمة الأشكال	-
VIII	المستخلص	-
5-1	<b>الفصل الأول- منهجية الرسالة</b>	-
1	المقدمة	1-1
2	مشكلة الرسالة	2-1
2	هدف الرسالة	3-1
5-3	الاستعراض المرجعي	4-1
28-6	<b>الفصل الثاني- الجانب النظري/التوزيع المركب (باريتو- الاسي المبتور)</b>	-
6	تمهيد	-
6	مفاهيم أساسية	1-2
6	دالة الكثافة الاحتمالية للفشل	1-1-2
6	دالة الفشل الاحتمالية	2-1-2
7-6	التوزيع الاسي	3-1-2
9-8	توزيع باريتو	4-1-2
12-9	بتر التوزيعات	5-1-2
15-13	تركيب التوزيعات الاحتمالية	6-1-2
16	دالة المعولية	7-1-2
17	دالة المخاطرة	8-1-2
23-18	خصائص توزيع باريتو- الاسي المبتور	9-1-2
28-23	طرائق التقدير	10-1-2
25-23	طريقة الإمكان الأعظم	1-10-1-2
26-25	طريقة العزوم	2-10-1-2
28-26	طريقة المقدرات التجزئية	3-10-1-2
52-29	<b>الفصل الثالث-الجانب التجريبي والتطبيقي</b>	-
29	تمهيد	-
46-29	<b>الجانب التجريبي</b>	1-3
29	مفهوم المحاكاة	1-1-3
31-29	مراحل تجربة المحاكاة	2-1-3
46-31	نتائج تجربة المحاكاة	3-1-3

38-31	تقدير المعلمات	1-3-1-3
46-39	تقدير دالة المعولية	2-3-1-3
52-47	<b>الجانب التطبيقي</b>	2-3
47	عينة البحث	1-2-3
49-48	اختبار حسن المطابقة	2-2-3
50-49	تقدير المعلمات	3-2-3
52-50	تقدير دالة المعولية	4-2-3
54-53	<b>الفصل الرابع-الاستنتاجات والتوصيات</b>	-
53	تمهيد	-
53	الاستنتاجات	1- 4
54	التوصيات	2- 4
57-55	المصادر	-
56-55	أولاً: المصادر العربية	-
57	ثانياً: المصادر الاجنبية	-
65-58	الملاحق	-
61-58	الملحق (1)	-
62	الملحق (2)	-
64-63	الملحق (3)	-
66-65	الملحق (4)	-

## قائمة الجداول

الصفحة	العنوان	الجدول
30	حالات القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور)	3-1
31	القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5$	3-2
32	القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5$	3-3
33	القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5$	3-4
34	القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5$	3-5

35	القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5$	3-6
36	القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5$	3-7
37	القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=2.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5$	3-8
38	القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=2.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5$	3-9
39	القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5$	3-10
40	القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5$	3-11
41	القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5$	3-12
42	القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5$	3-13
43	القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5$	3-14
44	القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5$	3-15
45	القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=2.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5$	3-16
46	القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما $\theta=2.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5$	3-17
47	البيانات الحقيقية لأوقات الفشل للمكانة	3-18
48	نتائج اختبار مربع كاي	3-19
48	نتائج اختبار مربع كاي بعد الدمج	3-20
49	نتائج اختبار $\chi^2$	3-21
50	القيم التقديرية للمعاملات للبيانات الحقيقية	3-22
51	تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية	3-23
65	مقارنة بين التوزيعات	1-4
66	تكرار جميع الطرائق في جميع الاحجام	2-4

## قائمة الاشكال

الصفحة	العنوان	الشكل
7	رسم داله الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي لقيم مختلفة للمعلمة $\lambda$	2-1
7	رسم دالة التوزيع التراكمية لقيم مختلفة لمعلمة القياس $\lambda$ للتوزيع الاسي	2-2
8	رسم دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع باريتو لقيم مختلفة لمعلمة الشكل $\alpha$ ومعلمة القياس $\theta = 2.5$	2-3
9	رسم دالة التوزيع التراكمية لتوزيع باريتو لقيم مختلفة لمعلمة الشكل $\alpha$ ومعلمة القياس $\theta = 2.5$	2-4
10	بتر دالة الكثافة الاحتمالية من اليسار	2-5
11	رسم دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي المبتور من اليسار لقيم مختلفة للمعلمة $\lambda$ ومعلمة القياس $\theta = 2.5$	2-6
11	رسم دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الاسي المبتور من اليسار لقيم مختلفة للمعلمة $\lambda$ ومعلمة القياس $\theta = 2.5$	2-7
12	بتر دالة الكثافة الاحتمالية من اليمين	2-8
12	بتر دالة الكثافة الاحتمالية من الجهتين	2-9
15	رسم دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب باريتو-الاسي المبتور لقيم مختلفة لمعلمات الشكل $(\lambda, \alpha)$ ومعلمة القياس $(\theta = 0.5)$	2-10
15	رسم الدالة التوزيعية التراكمية للتوزيع المركب لقيم مختلفة لمعلمات الشكل $(\lambda, \alpha)$ ومعلمة القياس $(\theta = 0.5)$	2-11
16	رسم دالة المعولية لقيم مختلفة لمعلمات الشكل $(\lambda, \alpha)$ وعلمة القياس $(\theta = 0.5)$	2-12
17	رسم دالة المخاطرة لقيم مختلفة لمعلمات الشكل $(\lambda, \alpha)$ ومعلمة القياس $(\theta = 0.5)$	2-13
49	دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات الحقيقية	3-1
50	دالة المعولية	3-2



## المستخلص

أجريت العديد من الدراسات حول بناء توزيعات احتمالية جديدة لتمثيل بيانات الظواهر المعقدة والتي لا يمكن تمثيلها بالتوزيعات القياسية (المفردة)؛ لكونها لا تتمتع بالمرونة المطلوبة؛ لهذا يتم اللجوء الى استخدام اساليب التركيب للتوزيعات الاحتمالية للحصول على توزيعات احتمالية تكون أكثر مرونة من التوزيعات القياسية (المفردة) في تمثيل بيانات الظواهر المختلفة.

عملت الباحثة في إيجاد توزيع احتمالي مركب (باريتو- الاسي المبتور) في الفترة  $(\theta, \infty)$  وتم اشتقاق التوزيع المقترح واشتقاق خصائصه معلماته بطرائق التقدير وهي (الإمكان الأعظم والعزوم والتقدير التجزئية) وتحديد أفضل طريقة للتقدير لتطبيقها على بيانات حقيقية لإيجاد المعولية.

ولتحقيق هدف الرسالة وذلك من خلال مناقشة النتائج في الجانب التجريبي والتطبيقي، حيث استخدمت لغة البرامج (R) بإصدارها (4.0.5) في برنامج المحاكاة لتقدير معلمات ودالة المعولية وإيجاد أفضل طريقة للتقدير من بين الطرق المستخدمة، وذلك من خلال استخدام قيم افتراضية مختلفة للمعلمات وثلاثة حجوم مختلفة للعينات وهي (100,50,25) وكررت التجربة (1000) مرة، وباستعمال معيار MSE للمقارنة بين نتائج التقدير وجد ان طريقة الإمكان الاعظم هي الافضل.

اما في الجانب التطبيقي تم استخدام بيانات خاصة بأوقات الفشل للماكنة حيث اخذت من الشركة العامة للنسيج القطني في الكوت والمستخدمه لتقدير المعلمات ودالة المعولية للتوزيع الجديد، حيث تم استخدام طريقة الإمكان الأعظم للتقدير في الجانب التطبيقي لأنها كانت الطريقة الأفضل في الجانب التجريبي، وتبين عند تقدير دالة المعولية ان احتمال الماكنة من غير توقف يقل كلما زاد عدد الأيام.

## الفصل الأول منهجية الرسالة

- المقدمة
- مشكلة الرسالة
- هدف الرسالة
- الاستعراض المرجعي

**1-1 المقدمة Introduction**

يواجه الباحثون الكثير من الصعوبات عند القيام بالتحليل الاحصائي ومن هذه الصعوبات، كيفية إيجاد التوزيع الملائم لبيانات الظاهرة تحت الدراسة وقد تكون البيانات للظواهر الحقيقية تتمثل بدرجة عالية من الالتواء او ان يقتصر ظهورها على الجانب الأيمن دون الجانب الأيسر او بالعكس ، وفي الأونة الأخيرة اصبح استخدام التوزيعات الاحتمالية المفردة بنوعها المستمر والمتقطع لا تعطي النتيجة (المرنة) المطلوبة عند نمذجتها لبعض الظواهر المدروسة ، لذلك اهتم الباحثون في دراسة طرق جديدة لإيجاد توزيعات اكثر مرونة في تحليل البيانات ومن هذه الطرائق هي طريقة التوزيعات الاحتمالية المركبة الناتجة من تركيب التوزيعات القياسية (المفردة).

نظرا للتعقيد الذي يحدث في بعض البيانات مما يجعل التوزيعات القياسية (المفردة) لا تعطي الوصف الملائم لسلوك هذه البيانات لذا يلجأ الباحث الى اقتراح توزيعات احتمالية مركبة اذ تكون هذه التوزيعات أكثر مرونة في ملائمة هذه البيانات وخصوصا في بيانات العطلات والتوقعات المفاجئة للآلات والمكائن ، ولذلك يتم اقتراح التوزيع المركب (باريتو- الاسي المبتور) ودراسة بعض خصائصه وتقدير معلماته ودالة المعولية له.

ولبيان محتوى هذه الرسالة فقد قسمت الى أربعة فصول، تضمن الفصل الأول، المقدمة والمشكلة والهدف من الرسالة والاستعراض المرجعي لبعض الدراسات التي استخدمت كل من التوزيع الاسي وتوزيع باريتو مع توزيعات أخرى.

في حين تضمن الفصل الثاني الجانب النظري المفاهيم الأساسية المتعلقة بدوال ازمنة الفشل وأسلوب بتر التوزيعات وطرق التقدير وهي (الإمكان الأعظم والعزوم والتقدير التجزئية) وأسلوب تركيب التوزيعات الاحتمالية، والاشتقاقات الرياضية الخاصة بالتوزيع المركب الجديد (باريتو – الاسي المبتور) واشتقاق خصائصه، وتقدير معلماته بطرائق التقدير الثلاثة.

اما الفصل الثالث فقد تضمن الجانب التجريبي والتطبيقي، وتم استخدام لغة البرامج (R) بإصدارها (4.0.5) في برنامج المحاكاة، وناقش نتائج المحاكاة للجانب التجريبي للتوزيع الجديد ومقارنة طرائق التقدير الثلاثة عن طريق معيار متوسط مربعات الخطأ وجد ان أفضل طريقة للتقدير هي طريقة الإمكان الاعظم، اما الجانب التطبيقي فقد تم استخدام بيانات حقيقية لأوقات الفشل للمكانة (لمعمل الكوت للغزل والنسيج) لتقدير دالة المعولية باستخدام طريقة الإمكان الأعظم وتم التوصل الى ان احتمال الماكنة من غير توقف يقل كلما زاد عدد الأيام.

وأخيرا، تضمن الفصل الرابع اهم الاستنتاجات والتوصيات التي توصلت لها الدراسة.

## 2-1 مشكلة الرسالة The Study problem

نظرا للتعقيد الذي يحدث في بعض البيانات مما يجعل التوزيعات القياسية (المفردة) لا تعطي الوصف الملائم لسلوك هذه البيانات لذا يلجأ الباحث الى اقتراح توزيعات احتمالية مركبة اذ تكون هذه التوزيعات أكثر مرونة في ملائمة هذه البيانات وخصوصا في بيانات العطلات والتوقعات المفاجئة للألات والمكائن.

## 3-1 هدف الرسالة Message Objective

اقتراح توزيع احتمالي مركب جديد (باريتو – الاسي المبتور)، ودراسة بعض خصائصه، واستعمال بعض طرائق التقدير لتقدير معلماته وهي (الإمكان الأعظم والعزوم والتقديرات التجزئية)، وتحديد أفضل طريقة تقدير ثم تطبيقها على بيانات حقيقية لإيجاد المعولية.

**1-4 الاستعراض المرجعي Literature Review**

- في عام 2010 قدم (Wagner Barreto – Souza واخرون ) التوزيع (الاسي المعمم -بيتا)، الذي يتضمن التوزيع الاسي بيتا والتوزيع الاسي المعمم كحالات خاصة، تم تقديم معالجة رياضية شاملة للتوزيع الجديد، استخدم طريقة الإمكان الأعظم لتقدير المعلمات، وتم تطبيق مجموعة من البيانات الحقيقية لإظهار أن هذا التوزيع مرن للغاية ويمكن استخدامه بشكل فعال في تحليل البيانات الإيجابية بدلا من توزيعات بيتا الأسية والأسية المععمة أي انه يعطي ملائمة أفضل.

- في عام 2012 قدم (Luz M. Zea واخرون ) توزيع باريتو الاسي -بيتا تم تقديم دراسة مفصلة عن الخصائص الرياضية للتوزيع الناتج وهي (العزوم، الدالة الكمية، متوسط الانحرافات وغيرها)، واشتقاق دالة العزم وغيرها من الدوال، استخدم طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلمات النموذج، تم اشتقاق مصفوفة المعلومات (فيشر)، وتم توضيح مرونة النموذج الجديد من خلال تطبيق مجموعه من البيانات الحقيقية.

- في عام 2013 قدم (Alfred Akinsets واخرون ) توزيع (بيتا -باريتو) المركب ، تمت مناقشة الخصائص المختلفة للتوزيع (العزوم، التباين، الانحراف المتوسط، والتفطح)، تم استخدام طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلمات التوزيع المركب، تم تطبيق التوزيع على مجموعتين من البيانات الحقيقية لأثبات فعاليته ووجد انه نموذج جيد في التعامل مع بيانات القيمة القصوى.

- في عام 2013 قدمت الباحثة (Kareama Abed AL\_Kadim واخرون) باريتو-الاسي الناتج من تركيب التوزيع الاسي مع توزيع باريتو، واكتفى الباحثان بتقديم بعض الخصائص الرياضية (العزوم، المتوسط، الوسيط، والتباين وغيرها)، وتم استخدام طريقة الإمكان الأعظم لتقدير المعلمات، واستنتج ان التوزيع المركب الناتج يمتلك مرونة أفضل من التوزيعات المفردة.

- في عام 2013 قدم (A. Asghar Zadeh واخرون) توزيع (باريتو - بواسون ليندلي)، وهو توزيع جديد على أساس توزيع باريتو وتوزيع بواسون ليندلي المركب، تم اقتراح العديد من الخصائص الرياضية للتوزيع، والحصول على تقدير المعلمات باستخدام طريقة الإمكان الأعظم، تم تقديم تطبيقات التوزيع باستخدام ثلاث مجموعات من البيانات الحقيقية وظهر ان التوزيع يتناسب بشكل أفضل مع البيانات من التوزيعات المفردة.

- في عام 2015 قدم الباحثان (Suleman Nasiru and Albert Luguterah) دراسة توزيع مركب وهو (وبيل - باريتو)، اذ ان معرفة التوزيع المناسب لاي تحسن بشكل كبير من حساسية وقوة وكفاءة الاختبارات الإحصائية المرتبطة بها، تم استخراج الخصائص الإحصائية (العزوم، التباين، الانحراف، التفطح، الوسيط، المنوال، متوسط الانحرافات)، وتم استعمال المقاييس الكمية للانحراف والتفطح بسبب عدم وجود قياسات كلاسيكية في بعض الحالات، تم استعمال طريقة الإمكان الأعظم لتقدير المعلمات والاستدلال عليها، طبق التوزيع الجديد على بيانات حقيقية لنمذجة تجاوز قمم الفيضانات، وتحليل هذه البيانات على توزيع (كوماراسوامي باريتو) و(باريتو المحول) على التوالي وذلك لنفوق توزيعاتهم على توزيع (وبيل) و(باريتو) لذلك قام الباحث بتركيب وبيل مع باريتو على هذه البيانات وقارن نتائج التوزيع المركب مع نتائج التوزيعات المذكورة أعلاه واستنتج الباحث أن توزيع وبيل -باريتو يعطي ملائمة أفضل مقارنة بالنماذج الأخرى.

- في عام 2016 قام الباحث (Ayman Alzaatreh) بدراسة توزيع مركب وهو توزيع (كاما - باريتو)، وتم الحصول على خصائص مختلفة للتوزيع (العزوم وغيرها)، وتم استخدام طريقة الإمكان الأعظم لتقدير المعلمات للنموذج الجديد، وتم تطبيق التوزيع المركب على ثلاث مجموعات من البيانات الحقيقية حيث وجد انه ذات مرونة أفضل من التوزيعات المفردة.

- في عام 2016 اقترح (M.H. TAHIR وآخرون) توزيع جديد ثلاثي المعلمات (ويبل -باريتو)، وقد تم اشتقاق الخصائص المختلفة للتوزيع الجديد (العزوم وغيرها)، وتم التقدير باستخدام طريقة الإمكان الأعظم، اذ تم تحديد مصفوفة المعلومات المرصودة، وتم بيان افضلية التوزيع المقترح من خلال تطبيقه على مجموعتين من البيانات الحقيقية.

- في عام 2016 قدم الباحثان (Sudhansu S. Maiti and Sukanta Pramanik) توزيع جديد يسمى توزيع الاحتمالات المعممة الاسي -باريتو، وتم استخراج الخصائص الإحصائية (العزوم المركزية، واللامركزية ، التباين ، الوسيط، المنوال، الانحراف والتفرطح)، واستخراج دالة المعولية ودالة المخاطرة، قدر المعلمات الثلاثة للتوزيع المركب باستخدام طريقة الإمكان الأعظم، كما وتم تطبيق توزيع (الاسي المعمم باريتو) على مجموعة من البيانات الحقيقية والتي تمثلت (بأوقات فشل نظام تكييف الهواء للطائرة) حيث اثبتت فعاليته في التعامل مع البيانات أفضل من التوزيعات المفردة.

- في عام 2017 قدم الباحث (مهدي وهاب نعمة نصر الله) تقدير معالم توزيع (كامبل -باريتو) الناتج من تركيب توزيع كامبل مع توزيع باريتو، وتم اشتقاق صيغ التوزيع الجديد، استخدام طريقتي الإمكان الأعظم والعزوم لتقدير معالم التوزيع الجديد، استخلاص النسب المؤية والمربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة من خلال المحاكاة، تم اجراء دراسة تجريبية للمقارنة بين طرق التقدير وجد ان طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل في العينات الصغيرة والمتوسطة بينما طريقة النسب المؤية هي أفضل لتقدير المعلمة للعينات الكبيرة.

- في عام 2018 قام الباحث (حيدر راند طالب) ببناء توزيع مركب لتوزيعين من العائلة الاسية (الاسي -رايلي) اكتفى الباحث بإيجاد الخصائص للتوزيع الجديد (الوسط الحسابي، التباين، الوسيط)، وتقدير معالم التوزيع المركب ودالة المعولية باستخدام طريقتي التقدير وهي الإمكان الأعظم والمقدرات التجزئية، وحساب متوسط مربعات الخطأ MSE وذلك باستخدام المحاكاة لتوليد البيانات للتوزيع المركب باستخدام برنامج الماتلاب وجد ان طريقة الإمكان الأعظم هي أفضل للتقدير لأنها تمتلك اقل تباين للخطأ في العينات الصغيرة ولجميع المعالم المقدره، وطريقة المقدرات التجزئية تكون أفضل في العينات الكبيرة، اما في تقدير دالة المعولية وجد أن طريقة المقدرات التجزئية أفضل من طريقة الإمكان الأعظم لجميع احجام العينات والنماذج، كما واستنتج الباحث أنه كلما كبر حجم العينة أدى الى اقتراب القيم المقدره للمعالم من القيم الحقيقية، كما وان قيم متوسط مربعات الخطأ تتناقص مع زيادة حجم العينة ولجميع المقدرات.

- في عام 2018 اقترح (Mohammed Qadoury Abed واخرون) توزيع مركب (الاسي -كوماراسوامي)، استخراج بعض الخصائص (العزوم والتباين)، ودالة المعولية (الموثوقية)، ودالة الخطر، تم استعمال طريقة الإمكان الأعظم لتقدير المعلمات الثلاثة للتوزيع المركب، واستعمال المحاكاة لمقارنة الأساليب التجريبية المختلفة، وتم انشاء قيم افتراضية مختلفة لمعلمات التوزيع ولأحجام مختلفة للعينات (٥٠، ٧٥، ١٥٠) وتم الاستنتاج أن طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل؛ لأنها حققت اقل قيمة من متوسط مربعات الخطأ لجميع الحالات ولكافة الاحجام المستخدمة في الدراسة، كما ولاحظ الباحث ان دالة المعولية هي دالة متناقصة وذلك لانها كلما زاد حجم العينة قلت الموثوقية.

- في عام 2021 اقترح الباحث (العامري) توزيع احتمالي جديد وهو توزيع كامبل المبتور من اليسار وعائلته التي ضمنت توزيعين هما توزيع كامبل المبتور من اليسار -وييل وتوزيع كامبل المبتور من اليسار -الاسي، وتم اشتقاق الخصائص للتوزيعات المقترحة وهي (العزم المركزي، العزم اللامركزي، التفلطح، الالتواء، المنوال، والوسيط)، تم تقدير المعلمات باستخدام أربعة طرق للتقدير وهي (الإمكان الاعظم، العزوم، المقدرات التجزئية، ومقدر Cran) وتمت المقارنة بين طرق التقدير باستخدام معيار MSE، تم اقتراح نماذج رياضية لتقدير الفترة المثلى للاستبدال الوقائي تحت معيار اقل كلفة وقل وقت توقف بتوظيف التوزيعات الاحتمالية المقترحة وكذلك تم بناء نظام خبير لتقدير الفترة المثلى للاستبدال الوقائي، اعتمد الباحث أسلوب المحاكاة للمقارنة بين طرق التقدير ونفذت التجربة باستعمال أربعة حجوم عينات مختلفة وحالات مختلفة للقيم الافتراضية للمعلمات وتم تكرار التجربة (١٠٠٠) مرة وبعد المقارنة بينت النتائج ان طريقة مقدر Cran هي الأفضل بين الطرق المستخدمة.

تختلف دراستنا عن الدراسات السابقة وذلك من حيث بناء نموذج احتمالي مركب جديد وهو (باريتو- الاسي المبتور) ودراسته خصائصه وتقدير معالمه باستخدام ثلاثة طرائق للتقدير وهي (الإمكان الأعظم والعزوم والمقدرات التجزئية) وتقدير دالة المعولية، وتختلف بالأخص عن دراسة باريتو - الاسي التي أجريت في عام (2013) بأننا استخدمنا الاسي المبتور بدل الاسي وان الدراسة السابقة اكتفت بتقدير الإمكان الاعظم للمعلمات فقط.





## الفصل الثاني الجانب النظري

- تمهيد
- مفاهيم أساسية
- التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور)

يتضمن هذا الفصل بعض المفاهيم لتوزيعات الفشل للمكائن والآلات وبعض التوزيعات الاحتمالية، وطريقة بتر التوزيعات وطريقة التركيب للتوزيعات الاحتمالية وأيضا طرق التقدير، وكذلك يتضمن اشتقاق التوزيع المركب الجديد وبعضها من خصائصه وتقدير معالمته.

## 1-2 مفاهيم أساسية Basic Concepts

سنستعرض بعض المفاهيم الأساسية لتوزيعات الفشل للمكائن والتوزيعات الاحتمالية وطريقة بتر التوزيعات وطريقة التركيب للتوزيعات الاحتمالية والطرق الثلاثة المستخدمة للتقدير في الدراسة.

### 1-1-2 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل Probability Density Function of Failure [6][3]

وهي السلوك العشوائي للماكنة (الالة)، وهي احتمال توقف الماكنة عن العمل (الفشل) عند الفترة الزمنية  $(t < T < t + \Delta t)$  إذ إن  $\Delta t$  هي التغيير في قيمة المتغير العشوائي  $T$  (وتمثل قيمة صغيرة) وتعرف رياضيا

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_r(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \quad \dots (2 - 1)$$

### 2-1-2 دالة الفشل الاحتمالية Probability Failure Function [6][3]

دالة الفشل تعرف بدالة التوزيع التراكمي والتي تكون معرفة على قيم حقيقية  $(t \geq 0)$  لدالة المعولية او نظرية البقاء، تعرف رياضيا كالآتي:

$$F(t) = P_r (T \leq t) \quad \dots (2 - 2)$$

أي احتمال الفشل للماكنة او الآلة عند او قبل الزمن  $(t)$ .

### 3-1-2 التوزيع الاسي Exponential Distribution [19]

يقال للمتغير العشوائي  $x$  بأنه ذو توزيع اسبي مع المعلمة  $\lambda$  وله دالة كثافة احتمالية وهي:

$$f(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} ; x > 0 ; \lambda > 0 \quad \dots (2 - 3)$$

وله دالة تراكمية وهي

$$F(x, \lambda) = 1 - e^{-\lambda x} ; x > 0 \quad \dots (2 - 4)$$

دالة المعولية

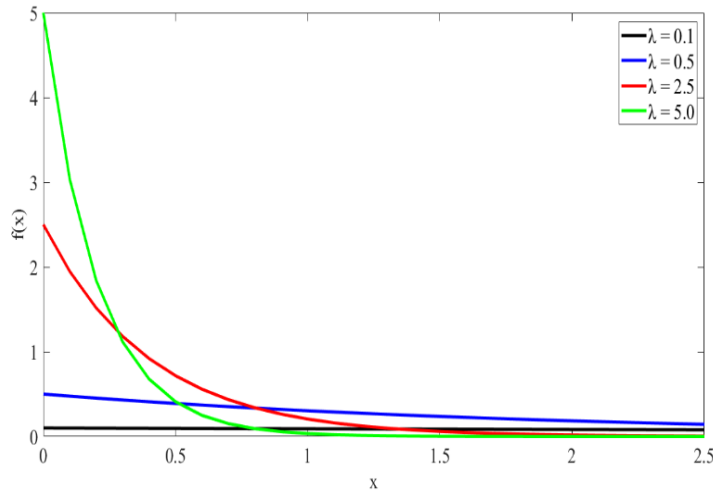
$$R(x) = e^{-\lambda x} ; x > 0 \quad \dots (2 - 5)$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \quad \dots (2 - 6)$$

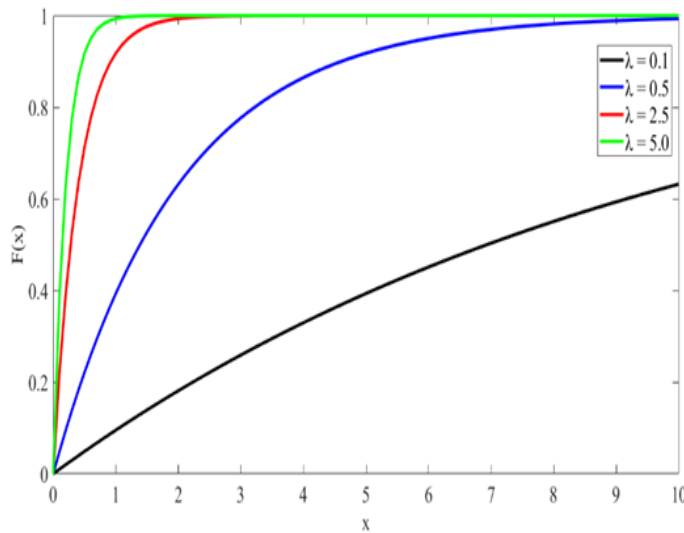
التباين

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2} \quad \dots (2 - 7)$$

(هرمز, 1990, 363-368).



شكل (2-1): رسم دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي لقيم مختلفة للمعلمة  $\lambda$   
المصدر: من اعداد الباحث



شكل (2-2): رسم دالة التوزيع التراكمية لقيم مختلفة لمعلمة القياس  $\lambda$  للتوزيع الاسي  
المصدر: من اعداد الباحث

**4-1-2 توزيع باريتو Pareto Distribution [19]**

ينسب توزيع باريتو للعالم الاقتصادي الإيطالي (Vilfredo Pareto) عام (1848-1923) والذي وضع الأسس لهذا التوزيع، توزيع باريتو وجد مجالا كبيرا للتطبيق على الرغم من قلة استعماله وخاصة في الاقتصاد من خلال دراسة توزيع الدخل عندما يكون متجاوزا لحد معلوم مثل  $a$ .

لنفترض المتغير العشوائي  $x$  يكون ذو توزيع باريتو مع المعلمات  $(\theta, \alpha)$  وله دالة كثافة احتمالية وهي

$$f(x; \theta, \alpha) = \frac{\alpha \theta^\alpha}{x^{\alpha+1}} ; x > \theta, \alpha > 0, \theta > 0 \quad \dots (2 - 8)$$

وله دالة تراكمية وهي

$$F(x; \theta, \alpha) = 1 - \left(\frac{\theta}{x}\right)^\alpha ; x > 0 \quad \dots (2 - 9)$$

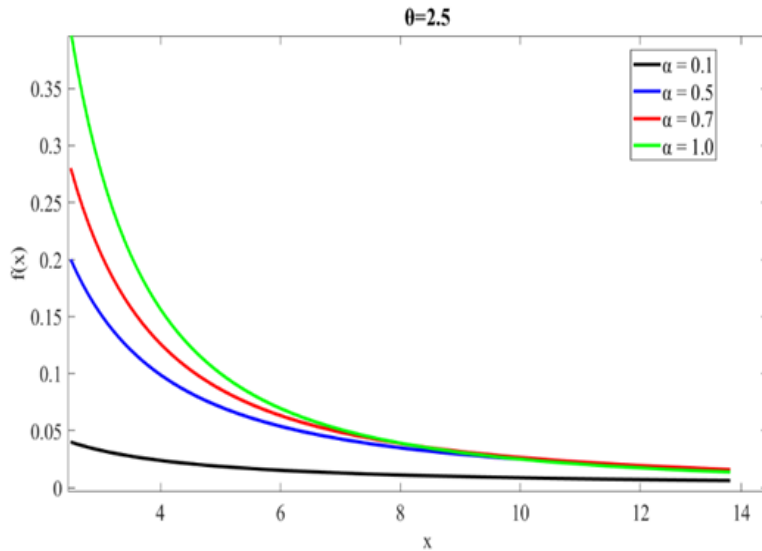
التوقع

$$E(x) = \frac{\alpha \theta}{\alpha - 1} \quad \dots (2 - 10)$$

التباين

$$Var(x) = \frac{\alpha \theta^2}{(\alpha - 2)(\alpha - 1)^2} \quad \dots (2 - 11)$$

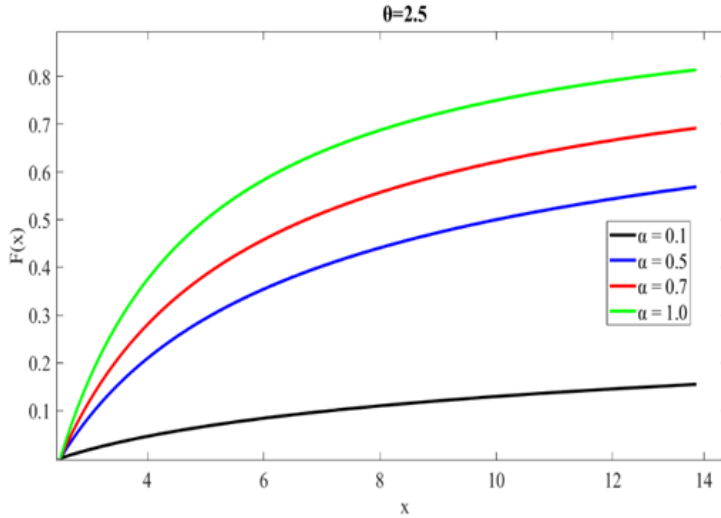
(هرمز, 1990, 409-410).



شكل (2-3): رسم دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع باريتو لقيم مختلفة لمعلمة الشكل  $\alpha$

ومعلمة القياس  $\theta = 2.5$

المصدر: اعداد الباحث



شكل (4-2): رسم دالة التوزيع التراكمية لتوزيع باريتو لقيم مختلفة لمعلمة الشكل  $\alpha$  ومعلمة القياس  $\theta = 2.5$   
المصدر: اعداد الباحث

### 5-1-2 بتر التوزيعات Truncated Distributions [7][19]

في حالات عدة يتطلب الامر استنتاج دالة كثافة احتمالية للمتغير العشوائي  $x$  عندما تكون قيمته معرفة على جزء من القيم في فضاء العينة  $(\Omega)$  وذلك بسبب طبيعة البيانات (الدراسة او التجربة)، وتسمى هذه العملية بتر التوزيعات.

إن عملية البتر تؤثر في بعض خصائص دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي  $x$ ، كون الاحتمال لفضاء المتغير العشوائي  $x$  اقل من الواحد بعد عملية البتر، ويجب علاج هذه المشكلة وذلك من خلال اشتقاق توزيع جديد ناتج من التوزيع الأصلي ويجب ان تكون خصائصه تحقق خصائص الدوال الاحتمالية.

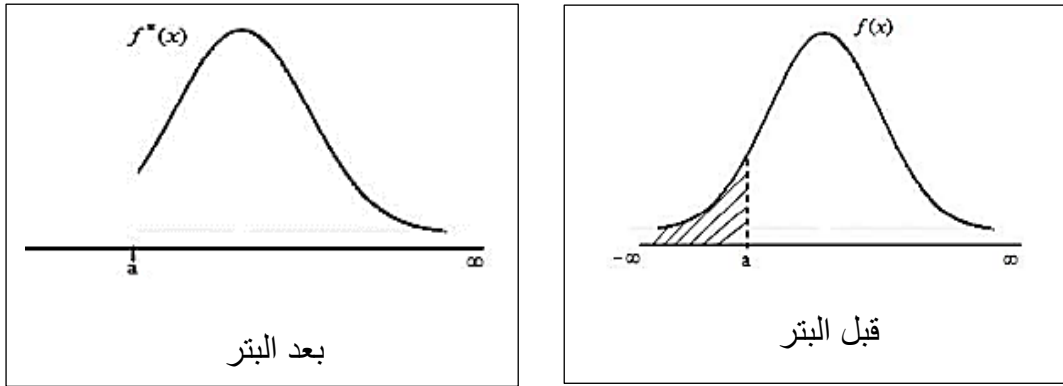
لنفترض أن  $x$  متغير عشوائي يقع ضمن الفترة  $(-\infty, \infty)$  ويمتلك دالة كثافة احتمالية  $f(x)$  ودالة تراكمية (توزيعية)  $F(x)$ ، وبعد الاشتقاق يتم الحصول على  $f^*(x)$  وهي دالة كثافة احتمالية للمتغير العشوائي  $x$  هناك ثلاث طرائق للبتر وهي:

**1-البتر من اليسار:** وهي عملية يتم بها إيجاد دالة كثافة احتمالية للمتغير العشوائي  $x$  والذي يقع ضمن الفترة  $[a, \infty)$ ،  $a$  ثابت معرف ضمن فضاء العينة  $\Omega$ ، ويعرف رياضياً:

$$f^*(x) = \frac{f(x)}{F(\infty) - F(a)} \quad ; x > a$$

حيث ان  $F(\infty) = 1$

$$f^*(x) = \frac{f(x)}{1 - F(a)} ; a \leq x < \infty \quad \dots (2 - 12)$$



شكل (2-5) : بتر دالة الكثافة الاحتمالية من اليسار  
المصدر: (هرمز، 1990، 141)

سنعتمد طريقة البتر من اليسار لبتر التوزيع الاسي كما يلي:

باستخدام المعادلات (2-3)، (2-4)، (2-12) نعمل على إيجاد دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي المبتور حيث يكون  $x$  المتغير العشوائي معرف على الفترة  $[a, \infty)$ .

$$f^*(x, \lambda, \theta) = \lambda e^{-\lambda(x-\theta)} ; x \geq \theta \quad \dots (2 - 13)$$

ويجب تحقق شرطين لدالة الكثافة الاحتمالية في المعادلة (2-13) وهي كالاتي:

$$1-f^*(x) \geq 0$$

$$2-\int_{\theta}^{\infty} f^*(x)dx = 1$$

$$\begin{aligned} f^*(x) &= \int_{\theta}^{\infty} \lambda e^{-\lambda(x-\theta)} dx \\ &= -e^{\lambda\theta} [e^{-\lambda x}]_{\theta}^{\infty} \\ &= e^{\lambda\theta - \lambda\theta} \\ &= 1 \end{aligned}$$

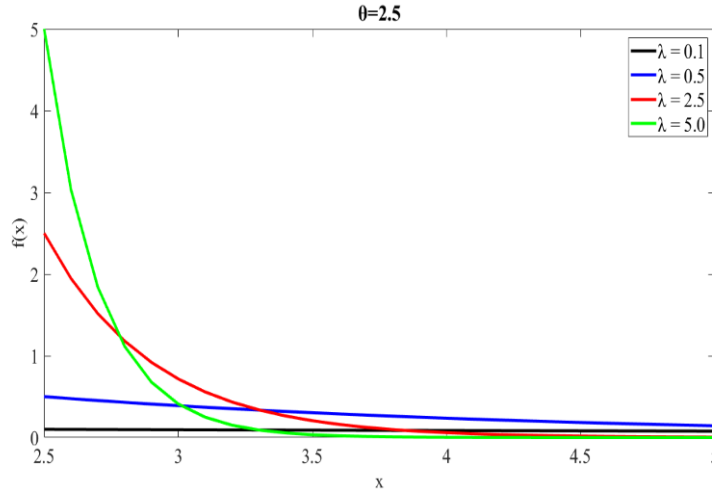
نستنتج ان  $f^*(x)$  تحقق الشروط إذا تمثل دالة كثافة احتمالية للتوزيع الاسي المبتور.

نشقق دالة التوزيع التراكمية للتوزيع الاسي المبتور كالاتي:

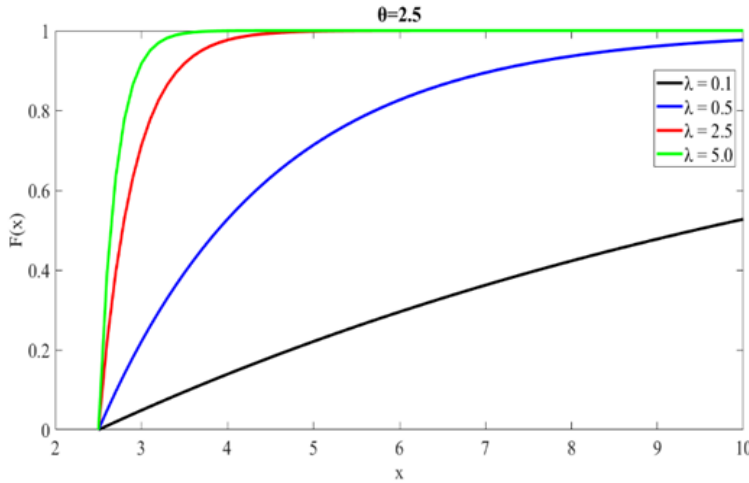
$$F^*(t) = \int_{\theta}^x f^*(t)dt$$

$$\begin{aligned}
 F^*(t) &= \int_{\theta}^x \lambda e^{-\lambda(t-\theta)} dt \\
 &= -e^{\lambda\theta} [e^{-\lambda t}]_{\theta}^x \\
 &= 1 - e^{-\lambda(x-\theta)} ; x \geq \theta
 \end{aligned}$$

... (2 - 14)



شكل (2-6): رسم دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي المبتور من اليسار لقيم مختلفة للمعلمة  $\lambda$  ومعلمة القياس  $\theta = 2.5$   
المصدر: اعداد الباحث



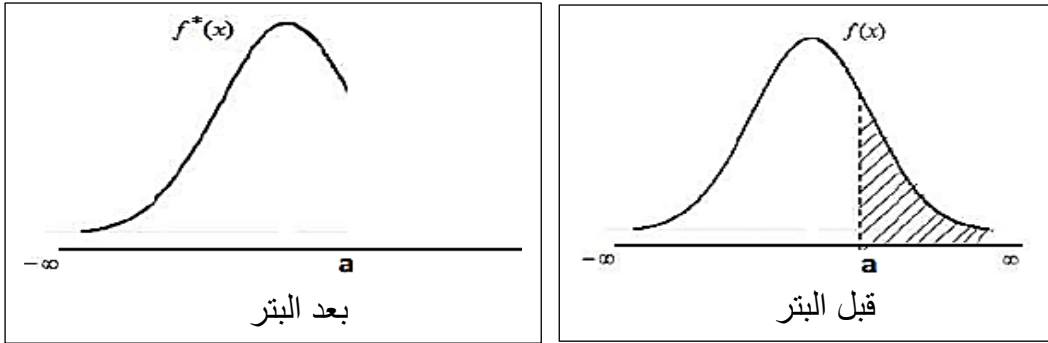
شكل (2-7): رسم دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الاسي المبتور من اليسار لقيم مختلفة للمعلمة  $\lambda$  ومعلمة القياس  $\theta = 2.5$   
المصدر: اعداد الباحث

2-البتر من اليمين: في هذه العملية يتم استنتاج دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي  $x$  وتكون قيمته معرفة على الفترة  $(-\infty, a)$ ، إذ إن  $a$  ثابت معرف ضمن فضاء العينة  $\Omega$ . ويعرف رياضياً:

$$f^*(x) = \frac{f(x)}{F(a) - F(-\infty)} ; -\infty < x < a$$

حيث ان  $F(-\infty) = 0$

$$f^*(x) = \frac{f(x)}{F(a)} ; -\infty < x < a \quad \dots (2 - 15)$$

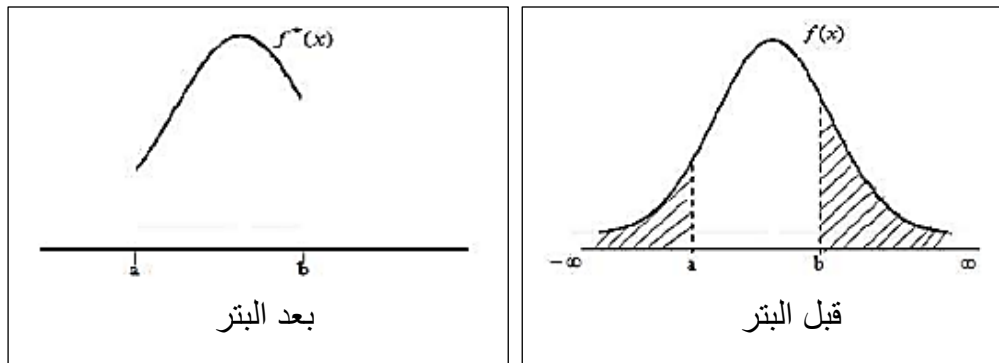


شكل (2-8) : بتر دالة الكثافة الاحتمالية من اليمين

المصدر: (هرمز، 1990، 140)

3-البتر من الجهتين (اليمن واليسار): وهو حالة عامه يتم فيها استنتاج دالة كثافة احتمالية للمتغير العشوائي  $x$  والذي يقع ضمن الفترة  $[a, b]$ ، ويعرف رياضياً:

$$f^*(x) = \frac{f(x)}{F(b) - F(a)} ; a < x < b \quad \dots (2 - 16)$$



شكل (2-9): بتر دالة الكثافة الاحتمالية من الجهتين

المصدر: (هرمز، 1990، 139)



**6-1-2 تركيب التوزيعات الاحتمالية Compound Probability Distribution [25][3]**

في السنوات الأخيرة اهتم الكثير من الباحثين في دراسة وتكوين التوزيعات الاحتمالية المركبة وذلك للحصول على توزيعات أكثر مرونة من التوزيعات القياسية في نمذجة ووصف البيانات والظواهر المختلفة، وهناك العديد من الطرائق المستعملة لتركيب التوزيعات الاحتمالية ومنها طريقة الدالة التوزيعية.

لنفترض  $c(t)$  هي دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائية  $T \in [a, b]; -\infty < a < b < \infty$  و  $H(x)$  دالة التوزيع التراكمية للمتغير العشوائي  $x$ ، وتكون الدالة التراكمية للعائلة  $(T-X)$  كالآتي:

$$G(X) = \int_a^{w(H(x))} c(t) dt \quad \dots (2 - 17)$$

$$g(x) = \frac{\partial w(H(x))}{\partial x} c[w(H(x))] \quad \dots (2 - 18)$$

إذ إن  $w(H(x))$  تمثل دالة لدالة التوزيع التراكمية  $H(x)$  ولها شروط وهي:

- يجب أن تقع ضمن فترة المتغير العشوائي  $x \in [a, b]$
- يجب أن تكون  $w(H(x))$  قابلة للتفاضل و متزايدة
- $w(H(x)) \rightarrow a$  AS ( $x \rightarrow -\infty$ ) and  $w(H(x)) \rightarrow b$  AS ( $x \rightarrow \infty$ )

الآن نعمل على اقتراح التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) وباستعمال المعادلات (2-8)، (2-9)، (2-17)، (2-18) وباقتراض

$$\begin{aligned} W(H(x)) &= \frac{1 - F(x)}{f(x)} \\ &= \frac{1 - [1 - (\frac{\theta}{x})^\alpha]}{\frac{\alpha \theta^\alpha}{x^{\alpha+1}}} \\ &= \frac{x}{\alpha} \end{aligned}$$

$$F(x) = \int_{\theta}^{\frac{x}{\alpha}} \lambda e^{-\lambda(t-\theta)} dt \quad \dots (2 - 19)$$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda\left(\frac{x}{\alpha}-\theta\right)} * \frac{1}{\alpha}$$

$$f(x) = \frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda x}{\alpha} + \lambda \theta} ; x \geq \theta \quad \dots (2 - 20)$$

ولإثبات ان المعادلة (2-20) تمثل دالة كثافة احتمالية يجب تحقق الشروط التالية:

$$1-f(x) \geq 0$$

$$2-\int_{\theta}^{\infty} \frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda x}{\alpha} + \lambda \theta} dx$$

$$= e^{\lambda \theta} \left[ -e^{-\frac{\lambda x}{\alpha}} \right]_{\theta}^{\infty}$$

$$= e^{\lambda \theta - \frac{\lambda \theta}{\alpha}}$$

إذا لم يتحقق الشرط ويساوي واحد، نضرب المعادلة (2-20) بمقلوب ناتج التكامل  $[e^{\lambda \theta - \frac{\lambda \theta}{\alpha}}]^{-1}$  لينتج لدينا الشرط، وبالتالي تكون دالة الكثافة الاحتمالية بالشكل التالي:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)} ; x \geq \theta , \lambda, \alpha > 0 , \theta > 0 \quad \dots (2 - 21)$$

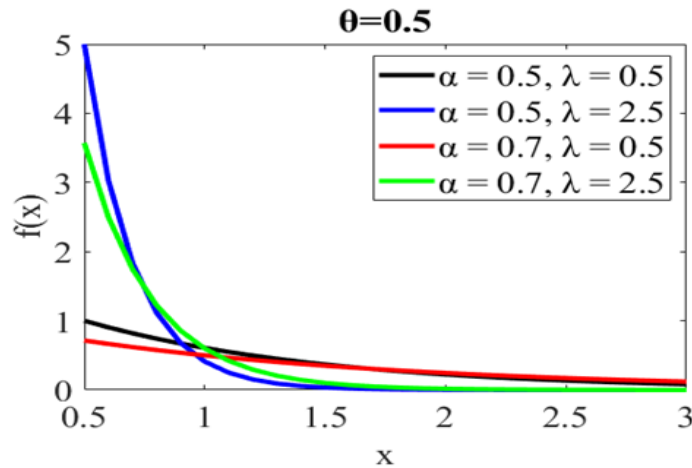
نستخرج الدالة التوزيعية التراكمية

$$F(x) = \int_{\theta}^x f(t) dt$$

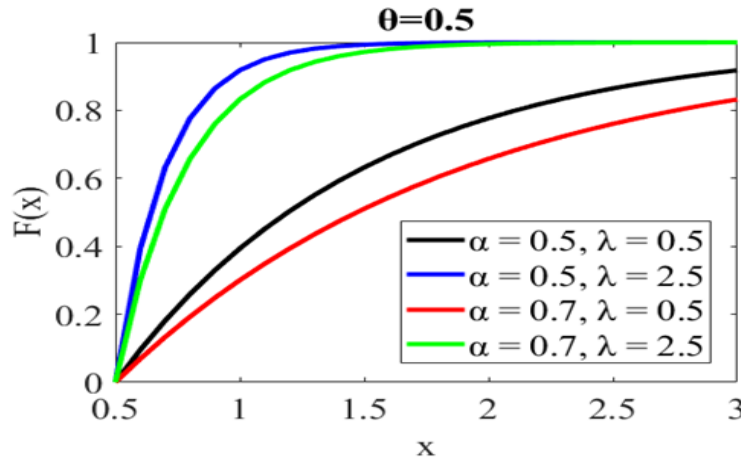
$$F(x) = e^{\frac{\lambda \theta}{\alpha}} \int_{\theta}^x \frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda t}{\alpha}} dt$$

$$= e^{\frac{\lambda \theta}{\alpha}} \left[ -e^{-\frac{\lambda t}{\alpha}} \right]_{\theta}^x$$

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)} ; x \geq \theta \quad \dots (2 - 22)$$



شكل (2-10): رسم دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب باريتو-الاسي المبتور لقيم مختلفة لمعاملات الشكل  $(\lambda, \alpha)$  ومعلمة القياس  $(\theta = 0.5)$ .  
 عند قيم المعلمات  $(\lambda, \alpha, \theta)$  المختلفة تمثل القيم لدالة لكثافة الاحتمالية ترتيب تنازلي لجميع الحالات أي ان الدالة الاحتمالية عبارة عن دالة مقعرة  
 المصدر: اعداد الباحث



شكل (2-11): رسم الدالة التوزيعية التراكمية للتوزيع المركب لقيم مختلفة لمعاملات الشكل  $(\lambda, \alpha)$  ومعلمة القياس  $(\theta = 0.5)$ .  
 أي ان عند قيم المعلمات المختلفة تكون الدالة التراكمية متزايدة أي انها تصاعدية لجميع الحالات أي ان شكل الدالة التراكمية يكون محدب  
 المصدر: اعداد الباحث

وهي تمثل احتمال عدم الفشل للماكنة (الالة)، أي عدم توقفها عن العمل خلال الزمن (t)، وتكون بالشكل الرياضي الآتي:

$$R(t) = P(T > t) = \int_t^{\infty} f(x) dx$$

$$R(t) = 1 - F(t)$$

... (2 - 23)

F(t) هي الدالة التراكمية للفشل

حيث ان  $0 \leq R(t) \leq 1$ ، وان F(t) هي الدالة التراكمية للفشل.

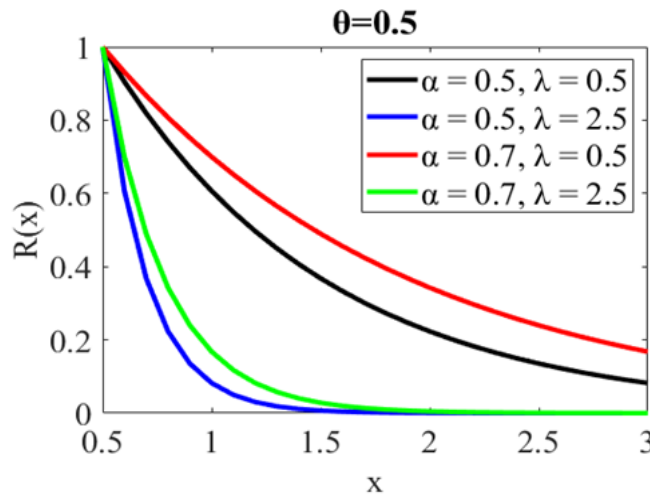
نستخرج دالة المعولية (الموثوقية) للتوزيع المركب باريتو-الاسي المبتور) باستعمال المعادلة (2-22) وكالاتي:

$$R(x) = P(X > x) = \int_x^{\infty} f(u) du = 1 - F(x)$$

$$R(x) = 1 - [1 - e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)}]$$

$$R(x) = e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)}$$

... (2 - 24)



شكل (2-12): رسم دالة المعولية لقيم مختلفة لمعاملات الشكل ( $\lambda, \alpha$ ) وعلمة القياس ( $\theta = 0.5$ ) تكون دالة المعولية دالة متناقصة أي انها تنازلية لجميع حالات القيم المختلفة للمعاملات أي انها تأخذ الشكل المقعر

المصدر: اعداد الباحث

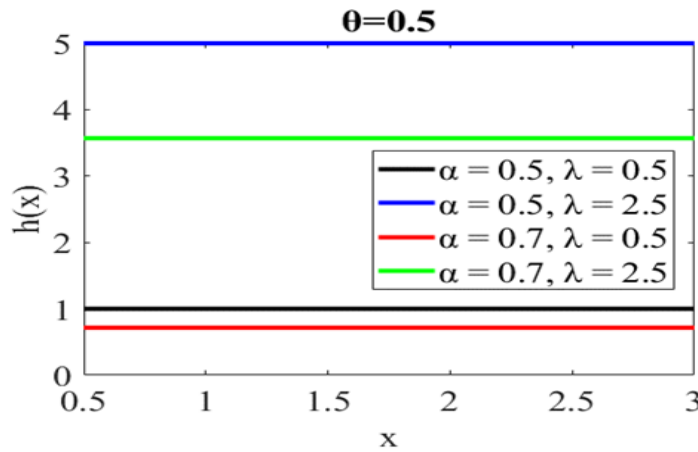
8-1-2 دالة المخاطرة Hazard Function [6]

تعرف بانها غاية احتمال فشل الماكنة (الالة) بالفترة  $(t, t + \Delta t)$  بشرط ان تقترب  $\Delta t$  من الصفر  $(\Delta t \rightarrow 0)$ ، ويعرف رياضيا كالتالي:

$$\begin{aligned}
 h(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{P(t < T < t + \Delta t : T > t)}{\Delta t} \right] \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{P(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \right] * (P(T > t))^{-1} \\
 &= [R(t)]^{-1} * \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \right] \\
 h(t) &= \frac{f(t)}{R(t)} \quad \dots (2 - 25)
 \end{aligned}$$

نستخرج دالة المخاطر للتوزيع المركب (باريتو- الاسي المبتور) باستعمال المعادلات (2-21)، (2-24) وكالاتي:

$$\begin{aligned}
 h(x) &= \frac{\frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)}}{e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)}} \\
 h(x) &= \frac{\lambda}{\alpha} \quad \dots (2 - 26)
 \end{aligned}$$



شكل (2-13): رسم دالة المخاطر لقيم مختلفة لمعلمات الشكل  $(\lambda, \alpha)$  ومعلمة القياس  $(\theta = 0.5)$  دالة المخاطرة متوازية مع المحور السيني أي ثبات المتغير العشوائي المصدر: اعداد الباحث

**9-1-2 خصائص توزيع باريتو- الاسي المبتور Par- TEX Distribution****العزوم اللامركزية Noncentral Moment**

$$\begin{aligned}
E(x^r) &= \int_{\theta}^{\infty} x^r f(x) dx \\
&= \int_{\theta}^{\infty} x^r \frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)} dx \\
&= \frac{\lambda}{\alpha} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \int_{\theta}^{\infty} x^r e^{-\frac{\lambda x}{\alpha}} dx \quad \dots (2-27)
\end{aligned}$$

ولنفترض ان

$$\begin{aligned}
y &= \frac{\lambda x}{\alpha} \\
x &= \frac{\alpha}{\lambda} y \\
dx &= \frac{\alpha}{\lambda} dy
\end{aligned}$$

وبالتعويض بالمعادلة (2-27) نحصل على

$$\begin{aligned}
E(x^r) &= \frac{\lambda}{\alpha} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \int_{\frac{\lambda\theta}{\alpha}}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{\lambda} y\right)^r e^{-y} \frac{\alpha}{\lambda} dy \\
&= \frac{\lambda}{\alpha} \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{r+1} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \int_{\frac{\lambda\theta}{\alpha}}^{\infty} y^r e^{-y} dy \quad \dots (2-28)
\end{aligned}$$

وباستخدام قانون كما العلوي غير الكامل لحل التكامل في المعادلة (2-28)

$$\Gamma(r+1, x) = \int_x^{\infty} y^r e^{-y} dy$$

وبذلك نحصل على العزم اللامركزي من الدرجة (r)

$$E(x^r) = \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^r e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left(\Gamma\left(r+1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right)\right) \quad \dots (2-29)$$

وبالتعويض عن (r=1) نحصل على العزم الأول وهو

$$E(x) = \frac{\alpha}{\lambda} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left(\Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right)\right) \quad \dots (2-30)$$

وبالتعويض عن  $(r=2)$  نحصل على العزم الثاني وهو

$$E(x^2) = \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left(\Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right)\right) \quad \dots (2-31)$$

### العزوم المركزية Central Moment

$$\begin{aligned} E(x - \mu)^r &= \int_{\theta}^{\infty} (x - \mu)^r f(x) dx \\ &= \int_{\theta}^{\infty} (x - \mu)^r \frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)} dx \end{aligned}$$

باستخدام نظرية ذي الحدين والتبسيط سنحصل على

$$= \frac{\lambda}{\alpha} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu)^{r-j} \right] \int_{\theta}^{\infty} x^j e^{-\frac{\lambda x}{\alpha}} dx \quad \dots (2-32)$$

ولنفترض ان

$$y = \frac{\lambda}{\alpha} x$$

$$x = \frac{\alpha}{\lambda} y$$

$$dx = \frac{\alpha}{\lambda} dy$$

وبالتعويض في المعادلة (2-32) نحصل على

$$\begin{aligned} E(x - \mu)^r &= \frac{\lambda}{\alpha} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu)^{r-j} \right] \int_{\frac{\lambda\theta}{\alpha}}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{\lambda} y\right)^j e^{-y} * \frac{\alpha}{\lambda} dy \\ &= \frac{\lambda}{\alpha} \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{j+1} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu)^{r-j} \right] \int_{\frac{\lambda\theta}{\alpha}}^{\infty} y^j e^{-y} dy \quad \dots (2-33) \end{aligned}$$

وباستخدام قانون كاما العلوي غير الكامل التالي لحل التكامل في المعادلة (2-33)

$$\Gamma(j + 1, x) = \int_x^{\infty} y^j e^{-y} dy$$

نحصل على العزم المركزي من الدرجة (r) كالتالي

$$E(x - \mu)^r = e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \sum_{j=0}^r \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^j C_j^r (-\mu)^{r-j} \left( \Gamma\left(j+1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \quad \dots (2-34)$$

وللحصول على التباين نعوض (r=2) و  $\mu = E(x)$  في المعادلة (2-34) وكالتالي:

$$\sigma^2 = e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^0 C_0^2 (-\mu)^2 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 C_1^2 (-\mu)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 C_2^2 (-\mu)^0 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \quad \dots (2-35)$$

وبتبسيط المعادلة (2-35) نحصل على

$$\sigma^2 = e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \mu^2 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - 2\mu \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \quad \dots (2-36)$$

### معامل الالتواء Skewness Coefficient

نعمل على اشتقاق معامل الالتواء للصيغة التالية

$$C.S = \frac{E(x - \mu)^3}{\sigma^3}$$

$$C.S = \frac{\left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^0 C_0^3 (-\mu)^3 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 C_1^3 (-\mu)^2 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 C_2^3 (-\mu)^1 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^3 C_3^3 (-\mu)^0 \left( \Gamma\left(4, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right]}{\left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \mu^2 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - 2\mu \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right]^{3/2}} \quad \dots (2-37)$$



$$C.S = \frac{\left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ (-\mu)^3 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + 3\mu^2 \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right.}{\left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \mu^2 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - 2\mu \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right.} \left. \left. \left[ -3\mu \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^3 \left( \Gamma\left(4, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right]^{3/2}} \dots (2 - 38)$$

### معامل التفلطح Kortisies Coefficient

نعمل على اشتقاق معامل التفلطح والتي تكون صيغته كالتالي

$$C.K = \frac{E(x - \mu)^4}{\sigma^4} - 3$$

$$C.K = \frac{\left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^0 C_0^4(-\mu)^4 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 C_1^4(-\mu)^3 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right.}{\left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \mu^2 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - 2\mu \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right.} \left. \left. \left[ + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 C_2^4(-\mu)^2 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^3 C_3^4(-\mu)^1 \left( \Gamma\left(4, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right] \right.} \left. \left. \left[ + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^4 C_4^4(-\mu)^0 \left( \Gamma\left(5, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right] - 3 \right.} \left. \left. \left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \mu^2 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - 2\mu \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right] \right. \right. \left. \left. \left[ + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right] \right]^{2}} \dots (2 - 39)$$

وبتبسيط المعادلة (2-39) نحصل على

$$C.K = \frac{\left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \mu^4 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - 4\mu^3 \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + 6\mu^2 \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right)^2 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - 4\mu \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right)^3 \left( \Gamma\left(4, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right)^4 \left( \Gamma\left(5, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right]}{\left[ e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ \mu^2 \left( \Gamma\left(1, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - 2\mu \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right)^1 \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) + \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right)^2 \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) \right] \right]^2} - 3 \quad \dots (2 - 40)$$

### المنوال Mod

نجد المنوال وذلك باشتقاق دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب في المعادلة (2-35) ومساواتها للصفر كالتالي:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x)}{\partial x} &= 0 \\ -\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)} &= 0 && \} \div -\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 \\ e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)} &= 0 && \text{نأخذ Ln} \\ -\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta) &= \infty && \} \div \left(-\frac{\lambda}{\alpha}\right) \end{aligned}$$

$$x - \theta = -\infty$$

$$x - \theta = -\frac{1}{0}$$

$$-1 = 0$$

$$\therefore x = \theta$$

لا يمكن

... (2 - 41)

### الوسيط Median

يتم استخراج الوسيط كالتالي:

$$\frac{1}{2} = \int_{\theta}^m \frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)} dx$$

$$0.5 = e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left[ -e^{-\frac{\lambda}{\alpha}x} \right]_{\theta}^m$$

$$0.5 = 1 - e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(m-\theta)}$$

$$\begin{aligned}
 1 - 0.5 &= e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(m-\theta)} \\
 \ln(0.5) &= -\frac{\lambda}{\alpha}m + \frac{\lambda\theta}{\alpha} \\
 \frac{\lambda}{\alpha}m &= \frac{\lambda\theta}{\alpha} - \ln(0.5) \quad \left. \vphantom{\frac{\lambda}{\alpha}m} \right\} \div \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right) \\
 m &= \frac{\lambda\theta - \alpha \ln(0.5)}{\lambda} \\
 m &= \frac{\lambda\theta + 0.7\alpha}{\lambda} \quad \dots (2 - 42)
 \end{aligned}$$

## 10-1-2 طرائق التقدير Estimation Methods

هناك العديد من الطرائق المستعملة لتقدير المعلمات للتوزيعات الاحتمالية من هذه الطرق

### 1-10-1-2 طريقة الإمكان الاعظم Maximum Likelihood Estimation [11][9][5]

تعتبر هذه الطريقة من الطرق واسعة الاستعمال وذلك لكونها تمتلك خصائص مهمة وهي الكفاءة والاتساق والثبات.

ولنفترض عينة عشوائية  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  بحجم  $n$  تتبع توزيع احتمالي معين، وبذلك فإن دالة الإمكان الأعظم هي كالتالي:

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \prod_{i=0}^n f(x_i; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k) \quad \dots (2 - 43)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمضروب

$$\ln[L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)] = \ln\left[\prod_{i=0}^n f(x_i; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)\right] \quad \dots (2 - 44)$$

ولإيجاد تقدير الإمكان الأعظم للمعلمات  $(\hat{\lambda}_i)$  نشق العلاقة أعلاه بالنسبة لكل معلمة من معالم النموذج ومساواتها للصفر وبعدها تحل بالطرق التحليلية او العددية.

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} \ln L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \ln\left[\prod_{i=0}^n f(x_i; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)\right] = 0 \quad \dots (2 - 45)$$

قد تم التعبير عن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب (باريتو- الاسي المبتور) في المعادلة رقم (2-21)، وبذلك يمكننا الحصول على دالة الإمكان كما يأتي:

$$L(\lambda, \theta, \alpha) = \prod_{i=1}^n \left[ \frac{\lambda}{\alpha} e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x_i - \theta)} \right]$$

$$L(\lambda, \theta, \alpha) = \left[ \frac{\lambda}{\alpha} \right]^n e^{-\frac{\lambda}{\alpha} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta)} \quad \dots (2 - 46)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمعادلة (2-46) نحصل على ما يلي:

$$\ln L(\lambda, \theta, \alpha) = n[\ln(\lambda) - \ln(\alpha)] - \frac{\lambda}{\alpha} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta) \quad \dots (2 - 47)$$

الآن نشتق المعادلة (2-47) بالنسبة للمعلمات ومساواة المشتقات بالصفر نحصل على:

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \theta, \alpha)}{\partial \lambda} = \frac{n}{\hat{\lambda}} - \frac{1}{\hat{\alpha}} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\theta}) = 0 \quad \dots (2 - 48)$$

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \theta, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{-n}{\hat{\alpha}} + \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\alpha}^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\theta}) = 0 \quad \dots (2 - 49)$$

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \theta, \alpha)}{\partial \theta} = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\alpha}} = 0$$

$$\hat{\theta} = \min(x) = Y_1 \quad \dots (2 - 50)$$

تحل المعادلتين (2-48) (2-49) عدديا بطريقة نيوتن رافسون [4] والتي هي:

$$L_1(\alpha, \lambda) = \frac{\partial \ln L(\lambda, \theta, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{-n}{\hat{\alpha}} + \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\alpha}^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\theta})$$

$$L_2(\alpha, \lambda) = \frac{\partial \ln L(\lambda, \theta, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{n}{\hat{\lambda}} - \frac{1}{\hat{\alpha}} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\theta})$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{i+1} \\ \lambda_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \lambda_i \end{bmatrix} - J^{-1} \begin{bmatrix} L_1(\alpha_i, \lambda_i) \\ L_2(\alpha_i, \lambda_i) \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial L_1}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial L_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial L_2}{\partial \lambda} \end{bmatrix}$$

$$J^{-1} = \frac{J^T}{|J|}$$

$$J^{-1} = \frac{1}{\left( \left( \frac{\partial L_1}{\partial \alpha} * \frac{\partial L_2}{\partial \lambda} \right) - \left( \frac{\partial L_1}{\partial \lambda} * \frac{\partial L_2}{\partial \alpha} \right) \right)} \begin{bmatrix} \frac{\partial L_2}{\partial \lambda} & -\frac{\partial L_1}{\partial \lambda} \\ -\frac{\partial L_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial L_1}{\partial \alpha} \end{bmatrix}$$

وبأخذ قيم أولية للمعاملات وتكرار المعادلة عدة مرات الى ان يصبح الفرق بين قيمة المعلمة الحالية وقيمة المعلمة السابقة صغير جدا فيتم الحصول على المقدرات.

### 2-10-1-2 طريقة العزوم Moment Method [8][3]

لإيجاد تقدير معالم النموذج بطريقة العزوم نعمل على مساواة عزم العينة  $m_r$  مع عزم المجتمع  $M_r$  وكالتالي:

$$m_r = M_r \quad \dots (2 - 51)$$

عزم العينة

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^r}{n} = \overline{x^r} \quad \dots (2 - 52)$$

عزم المجتمع

$$M_r = E(x^r) \quad \dots (2 - 53)$$

اذ تمثل  $M_r$  و  $m_r$  العزم اللامركزي للمجتمع والعينة على التوالي من الدرجة  $r$ .

وقد تم التعبير عن العزوم الثلاثة الأولى للتوزيع المركب (باريتو - الاسي المبتور) في المعادلات (2-51)، (2-52)، (2-53) وباستخدام المعادلة (2-29) يمكننا الحصول على مقدرات العزوم وكالاتي:

بافتراض  $r=1$

$$m_1 = M_1$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i^1}{n} = \frac{\alpha}{\lambda} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right)$$

$$\frac{\alpha}{\lambda} e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left( \Gamma\left(2, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^1}{n} = 0 \quad \dots (2-54)$$

عندما  $r=2$  يكون كالتالي

$$m_2 = M_2$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right)$$

$$\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left( \Gamma\left(3, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} = 0 \quad \dots (2-55)$$

وأیضا عندما  $r=3$  فإن

$$m_3 = M_3$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i^3}{n} = \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^3 e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left( \Gamma\left(4, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right)$$

$$\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^3 e^{\frac{\lambda\theta}{\alpha}} \left( \Gamma\left(4, \frac{\lambda\theta}{\alpha}\right) \right) - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^3}{n} = 0 \quad \dots (2-56)$$

تحل المعادلات (2-54)، (2-55)، (2-56) عدديا بطريقة نيوتن رافسون.

### **3-10-1-2 طريقة المقدرات التجزئية Percentiles Estimation Method [11][12][15][18]**

اقترحت هذه الطريقة من قبل العالم الإنكليزي (Kao) وفي هذه الطريقة يتم الاعتماد على تقدير دالة التوزيع التراكمية  $F(X)$  بطريقة لا معلميه، وذلك بافتراض  $p_i$  التي تمثل التقدير للدالة التراكمية (التقدير اللامعلمي) للتوزيع المركب (باريتو - الاسي المبتور) وتلخص خطوات هذه الطريقة كالتالي:

الدالة التراكمية للتوزيع المركب (باريتو - الاسي المبتور)

$$F(x; \lambda, \alpha, \theta) = 1 - e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)}$$

حيث ان  $p_i$  مقدر لا معلمي يأخذ عدد من الصيغ منها:

$$p_i = \frac{1 - \frac{3}{8}}{n + \frac{1}{4}} \quad \dots (2 - 57)$$

$$p_i = \frac{i}{n + 1} \quad \dots (2 - 58)$$

نستخرج الدالة العكسية للدالة التراكمية

$$p_i = 1 - e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)}$$

$$1 - p_i = e^{-\frac{\lambda}{\alpha}(x-\theta)}$$

$$\ln(1 - p_i) = -\frac{\lambda}{\alpha}(x - \theta)$$

$$-\frac{\alpha}{\lambda} \ln(1 - p_i) = x - \theta$$

$$Q(p_i) = x = \theta - \frac{\alpha}{\lambda} \ln(1 - p_i) \quad \dots (2 - 59)$$

وبتصغير الدالة وذلك بأخذ التربيع لطرفي المعادلة (2-59) والمجموع نحصل على

$$\sum_{i=1}^n \left[ x_{(i)} - Q\left(\frac{i}{n+1}\right) \right]^2 \quad \dots (2 - 60)$$

حيث ان  $x_{(i)}$  هيه المشاهدة  $i$  بعد الترتيب و  $Q\left(\frac{i}{n+1}\right)$  تمثل الدالة العكسية المعرفة في المعادلة (2-59) وبتعويضها في المعادلة (2-60) نحصل على:

$$\sum_{i=1}^n \left[ x_{(i)} - \theta + \frac{\alpha}{\lambda} \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \right]^2 \quad \dots (2 - 61)$$

وباشتقاق المعادلة (2-61) بالنسبة للمعاملات نحصل على

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \sum_{i=1}^n \left[ x_{(i)} - \theta + \frac{\alpha}{\lambda} \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \right]^2 = 0$$

$$\frac{-2\alpha}{\lambda^2} \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \left[ x_{(i)} - \theta + \frac{\alpha}{\lambda} \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \right] = 0 \quad \dots (2-62)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \sum_{i=1}^n \left[ x_{(i)} - \theta + \frac{\alpha}{\lambda} \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \right]^2 = 0$$

$$\frac{2}{\lambda} \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \left[ x_{(i)} - \theta + \frac{\alpha}{\lambda} \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \right] = 0 \quad \dots (2-63)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_{i=1}^n \left[ x_{(i)} - \theta + \frac{\alpha}{\lambda} \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \right]^2 = 0$$

$$-2 \sum_{i=1}^n \left[ x_{(i)} - \theta + \frac{\alpha}{\lambda} \ln\left(\frac{n+1-i}{n+1}\right) \right] = 0 \quad \dots (2-64)$$

تحل المعادلات (2-62)، (2-63)، (2-64) عدديا بطريقة نيوتن رافسون.





## الفصل الثالث الجانب التجريبي والتطبيقي

- تمهيد
- الجانب التجريبي (المحاكاة)
- الجانب التطبيقي

**تمهيد**

الفصل الثالث تم استعراض الجانب التجريبي الذي يضم استعمال أسلوب المحاكاة لمقارنة تقديرات دالة المعولية الخاصة بالتوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) والتي سبق وتم الحصول عليها في الفصل الثاني، إذ تم توضيح مفهوم المحاكاة بشكل عام ومن ثم وصف مراحل تجارب المحاكاة الخاصة بالرسالة من حيث أحجام العينات المولدة بالإضافة إلى المقارنة بين طرائق التقدير لمعاملات التوزيع وكذلك تقدير دالة المعولية بواسطة معيار متوسط مربعات الخطأ. واستعرض الجانب التطبيقي والذي استخدم فيه بيانات حقيقية لأوقات الفشل للمكانة الخاصة بالغزل والنسيج لمعمل الكوت للنسيج واستخدام أفضل طريقة للتقدير التي حصل عليها في الجانب التجريبي لتقدير معاملات ودالة المعولية للتوزيع الاحتمالي الناتج.

**1-3 الجانب التجريبي****1-1-3 مفهوم المحاكاة [17]**

تعرف المحاكاة بأنها أسلوب مشابه للواقع الحقيقي وذلك من خلال إيجاد انموذج جديد مماثل الى الانموذج الحقيقي وان هنالك عمليات صعبة الفهم والتحليل لذلك نقوم بوصف هذه العمليات بصورة مشابهة للصورة الحقيقية بنماذج معينة.

ولأسلوب المحاكاة فوائد لحل المشاكل التي يواجهها الباحثون عند تحديد العينات والتي قد تتطلب وقت وجهد ولهذا يتم استخدام المحاكاة لتوفير الوقت والجهد والحصول على الدقة المطلوبة للتعامل مع المشاكل التي يواجهها الباحثون. ومن الطرق المستخدمة في المحاكاة هي طريقة مونتني كارلوا والتي يتم فيها توليد المتغيرات العشوائية التي تمتلك دوال كثافة احتمالية لأحدى التوزيعات الاحتمالية، وتمتاز هذه الطريقة بالمرونة العالية لأنها تمتلك القدرة على التجريب والتكرار للعملية مرات عديدة كما وتقوم بتفسير المدخلات لعملية التقدير بكل مرة، وتمتاز بتكوين سلسله من الأرقام العشوائية المستقلة حيث ان سلسلة الأرقام العشوائية في التجربة الأولى مستقلة عن التجربة الثانية وهكذا.

**2-1-3 مراحل تجربة المحاكاة**

تم كتابة برنامج المحاكاة المرفق في الملحق (1) باستعمال لغة البرمجة الإحصائية R بإصدارها 4.0.5، وتتضمن التجربة أربعة مراحل رئيسية لتقدير معاملات التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) وكما يأتي:

**المرحلة الأولى: تحديد القيم الافتراضية**

1. لقد تم اختيار القيم الافتراضية المختلفة لمعاملات التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور)، وبتشكيل 8 حالات وكما يأتي:

جدول (3-1) : حالات القيم الافتراضية لمعاملات التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور)

Cases	$\theta$	$\alpha$	$\lambda$
1	0.5	0.5	0.5
2	0.5	0.5	2.5
3	0.5	1.0	0.5
4	0.5	1.0	2.5
5	2.5	0.5	0.5
6	2.5	0.5	2.5
7	2.5	1.0	0.5
8	2.5	1.0	2.5

المصدر: من اعداد الباحث

٢. تم اختيار ثلاثة أحجام مختلفة وهي (100,50,25).

٣. واختيار خمس أوقات للفشل لتقدير دالة المعولية.

٤. كررت كل تجربة 1000 مرة.

#### المرحلة الثانية: توليد البيانات

تعتبر هذه المرحلة مهمة جداً لاعتماد الخطوات التي بعدها عليها، ففي هذه المرحلة يتم توليد المتغير العشوائي الذي يتبع التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) بتطبيق طريقة التحويل المعكوس من خلال الدالة العكسية والتي سبق تعريفها في المعادلة (2-59) في الجانب النظري، وكما يأتي:

$$x = Q(p_i)$$

حيث يتم توليد  $p_i$  من التوزيع المنتظم ضمن الفترة  $[0,1]$ .

#### المرحلة الثالثة: التقدير

وفي هذه المرحلة تم إجراء عملية التقدير لمعاملات ودالة المعولية للتوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) باستخدام طرائق التقدير التي استخدمت في الرسالة.

#### المرحلة الرابعة: المقارنة بين الطرائق

لغرض المقارنة بين طرائق التقدير المختلفة للمعاملات وإيجاد أفضل المقدرات لا بد من استعمال معايير إحصائية لمعرفة أفضل طريقة تقدير، كمعيار MSE حيث إن الطريقة التي تمتلك أقل قيمة MSE تعتبر أفضل، ومعيار MSE يكون كما يأتي:

$$MSE = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r (\theta - \hat{\theta})^2$$

إذ إن:

$\theta$ : تمثل القيمة الحقيقية للمعلمة.

$\hat{\theta}$ : تمثل القيمة التقديرية للمعلمة.

r: عدد مرات تكرار التجربة (وتم التكرار 1000 مرة في هذه الرسالة).

### 3-1-3 نتائج تجربة المحاكاة

#### 1-3-1-3 تقدير المعلمات

لغرض تطبيق طرائق التقدير لمعلمات التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) وتحديد أفضل طريقة تقدير، والتي ستعمل فيما بعد في تقدير دالة المعولية للتوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) بالنسبة للبيانات الحقيقية في الجانب التطبيقي باستخدام برنامج مكتوب بلغة R معد لهذا الغرض.

جدول (3-2): القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما

$$\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5$$

Parameters		MLE	Moments	Per	
n=25	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.539046	0.521869	0.445604
		MSE	0.003088	0.000841	0.033981
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.496809	0.482784	0.553215
		MSE	0.002829	0.004039	0.018873
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.524504	0.520337	0.497986
		MSE	0.00313	0.00315	0.003766
n=50	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.520499	0.518335	0.465904
		MSE	0.000807	0.000622	0.018718
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.503697	0.491455	0.535309
		MSE	0.001421	0.002186	0.009228
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.52001	0.516967	0.503106
		MSE	0.001763	0.001899	0.00221
n=100	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.509492	0.516136	0.469683
		MSE	0.000187	0.000466	0.009333
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.507007	0.499019	0.530139
		MSE	0.000773	0.001059	0.00465
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.516339	0.514312	0.507646
		MSE	0.001047	0.00112	0.001514

المصدر: من اعداد الباحث

نلاحظ من الجدول السابق أن

- طريقة الإمكان الاعظم (MLE) تعتبر الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.
- ونجد أن بقية طرق التقدير تقترب من طريقة الإمكان الاعظم عند أحجام عينات أكبر.
- وأن جميع المقدرات تمتلك خاصية الاتساق لأن MSE لها يقل بزيادة حجم العينة.

جدول (3-3): القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما

$$\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5$$

Parameters		MLE	Moments	Per	
n=25	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.508158	0.469392	0.48847
		MSE	0.000134	0.004719	0.001307
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.50217	0.554894	0.572859
		MSE	0.006733	0.005275	0.021967
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.666868	2.61852	2.590017
		MSE	0.045006	0.018127	0.020855
n=50	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.50389	0.475739	0.492772
		MSE	0.000029	0.003101	0.000656
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.515337	0.549237	0.551586
		MSE	0.003765	0.004039	0.009946
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.659609	2.619744	2.593441
		MSE	0.03721	0.017701	0.016562
n=100	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.50194	0.483921	0.494482
		MSE	0.000007	0.002033	0.000375
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.52294	0.543971	0.543842
		MSE	0.002565	0.003269	0.005709
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.637481	2.612574	2.587498
		MSE	0.02774	0.01514	0.01294

المصدر: من اعداد الباحث

يتضح من الجدول السابق أن

- طريقة العزوم (Moments) تعتبر الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE عند حجم عينة 25 و 50.
- وأن الطريقة التجزئية (Per) هي الأفضل عند حجم عينة 100.

جدول (3-4): القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5$

Parameters		MLE	Moments	Per	
n=25	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.580945	0.529661	0.3854
		MSE	0.012918	0.001822	0.143128
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.021207	0.983146	1.104945
		MSE	0.007177	0.007883	0.101416
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.544552	0.535349	0.499407
		MSE	0.00758	0.007051	0.00801
n=50	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.54187	0.532221	0.416956
		MSE	0.0036	0.001729	0.06755
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.034012	0.998756	1.078516
		MSE	0.004166	0.004309	0.034241
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.534898	0.525758	0.504444
		MSE	0.004139	0.003783	0.003923
n=100	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.520565	0.531843	0.441929
		MSE	0.000814	0.001579	0.038208
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.038919	1.005754	1.063678
		MSE	0.003141	0.002489	0.018671
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.529245	0.520278	0.509345
		MSE	0.002541	0.002132	0.002136

المصدر: من اعداد الباحث

نستنتج من الجدول السابق أن

- طريقة الإمكان الاعظم (MLE) تعد الأفضل من بين جميع طرق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE عند حجم عينة 100.
- وأن طريقة العزوم (Moments) هي الأفضل عند حجم عينة 25 و 50.

جدول (3-5): القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5$

Parameters		MLE	Moments	Per	
n=25	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.515862	0.438162	0.482176
		MSE	0.000521	0.023192	0.005579
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.001405	1.082385	1.125071
		MSE	0.019034	0.010269	0.065492
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.62813	2.610909	2.557163
		MSE	0.048291	0.026657	0.034907
n=50	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.508635	0.454313	0.483333
		MSE	0.000145	0.012893	0.002969
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.017695	1.076553	1.106826
		MSE	0.010177	0.008761	0.038336
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.612658	2.599702	2.571164
		MSE	0.031573	0.019418	0.019484
n=100	$\theta$	$\hat{\theta}$	0.503826	0.463034	0.485624
		MSE	0.000029	0.006779	0.001601
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.028996	1.074547	1.087708
		MSE	0.006195	0.007928	0.021102
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.604693	2.592093	2.574799
		MSE	0.022369	0.015227	0.013675

المصدر: من اعداد الباحث

نلاحظ من الجدول في أعلاه أن

- طريقة الإمكان الأعظم (MLE) تعد الأفضل من بين جميع طرائق التقدير لأنها تمتلك أقل قيمة MSE عند حجم عينة 50 و100.
- وأن طريقة العزوم (Moments) هي الأفضل عند حجم عينة 25.



جدول (3-6): القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5$

Parameters			MLE	Moments	Per
n=25	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.520352	2.585718	2.440111
		MSE	0.002847	0.014614	0.026633
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.491397	0.493376	0.603427
		MSE	0.002867	0.005196	0.028303
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.5189	0.548713	0.55003
		MSE	0.003279	0.006028	0.008473
n=50	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.520527	2.61373	2.463593
		MSE	0.000899	0.015214	0.017686
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.502965	0.491083	0.583805
		MSE	0.001323	0.00284	0.01702
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.520847	0.543239	0.548161
		MSE	0.001652	0.003885	0.004631
n=100	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.509986	2.608657	2.469385
		MSE	0.000209	0.014098	0.009846
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.508224	0.492516	0.570734
		MSE	0.00077	0.001601	0.010124
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.517288	0.535	0.54491
		MSE	0.001009	0.00236	0.003575

المصدر: من اعداد الباحث

نستنتج من الجدول أعلاه أن طريقة الإمكان الاعظم (MLE) تعتبر الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.

جدول (3-7): القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5$

Parameters		MLE	Moments	Per	
n=25	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.507606	2.489062	2.487238
		MSE	0.000115	0.001385	0.001518
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.506181	0.542988	0.577902
		MSE	0.006672	0.003319	0.023209
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.661268	2.608433	2.58014
		MSE	0.043776	0.014687	0.01898
n=50	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.504112	2.493783	2.491555
		MSE	0.000034	0.000716	0.000713
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.518281	0.535073	0.558927
		MSE	0.0039	0.002037	0.011326
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.649674	2.605968	2.586377
		MSE	0.035136	0.013655	0.015018
n=100	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.501958	2.495017	2.494253
		MSE	0.000008	0.000333	0.000374
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.519807	0.528497	0.5414
		MSE	0.002333	0.001273	0.005249
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.642502	2.604247	2.592209
		MSE	0.029211	0.013401	0.013935

المصدر: من اعداد الباحث

من الجدول السابق نستنتج أن

- طريقة العزوم (Moments) تعتبر الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.
- في حين أن بقية الطرائق تقترب من هذه الطريقة عند أحجام عينات أكبر.

جدول (3-8): القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=2.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5$

Parameters			MLE	Moments	Per
n=25	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.579523	2.593529	2.390825
		MSE	0.012788	0.010513	0.136097
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.021246	1.017396	1.149319
		MSE	0.007072	0.009303	0.088
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.54256	0.551714	0.522842
		MSE	0.006903	0.008375	0.008535
n=50	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.539269	2.596518	2.420947
		MSE	0.003138	0.011045	0.073883
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.03543	1.021686	1.139054
		MSE	0.004497	0.00652	0.055763
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.532832	0.539152	0.53001
		MSE	0.004005	0.00465	0.003745
n=100	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.519351	2.599446	2.443965
		MSE	0.000743	0.011446	0.037698
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.040663	1.017843	1.112039
		MSE	0.003266	0.003497	0.032227
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	0.527952	0.530157	0.529793
		MSE	0.002429	0.002315	0.002241

المصدر: من اعداد الباحث

من الجدول السابق نلاحظ أن طريقة الإمكان الاعظم (MLE) تعد الأفضل من بين جميع طرائق التقدير لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.

جدول (3-9): القيم التقديرية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما

$$\theta=2.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5$$

Parameters			MLE	Moments	Per
n=25	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.51676	2.480325	2.482222
		MSE	0.000545	0.005486	0.005149
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	0.993153	1.061624	1.116996
		MSE	0.018541	0.006562	0.059595
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.638504	2.601705	2.560178
		MSE	0.049151	0.016993	0.032299
n=50	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.507895	2.485794	2.48082
		MSE	0.000121	0.003172	0.003064
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.011594	1.057455	1.104884
		MSE	0.010247	0.005518	0.038401
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.614022	2.597817	2.573164
		MSE	0.030652	0.014163	0.02114
n=100	$\theta$	$\hat{\theta}$	2.504049	2.491387	2.487437
		MSE	0.000035	0.001486	0.001673
	$\alpha$	$\hat{\alpha}$	1.027556	1.05396	1.084278
		MSE	0.00577	0.004962	0.021255
	$\lambda$	$\hat{\lambda}$	2.602189	2.595857	2.5779
		MSE	0.022412	0.01279	0.014256

المصدر: من اعداد الباحث

ومن نتائج الجدول في أعلاه هي ان طريقة العزوم (Moments) تعتبر الأفضل من بين جميع طرائق التقدير لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.

**2-3-1-3 تقدير دالة المعولية**

سيتم في هذه الفقرة تقدير دالة المعولية ومقارنتها مع الحقيقية، وقد تم ذلك بواسطة برنامج مكتوب بلغة R موضوع في الملحق (1).

جدول (3-10): القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5$

Methods	t	Real	MLE	Moments	Per	Best
n=25	0.55	0.9512	0.9891	0.9684	0.9445	MLE
	1.00	0.6065	0.6086	0.5876	0.6106	
	1.50	0.3679	0.3591	0.3429	0.3823	
	2.00	0.2231	0.2144	0.2032	0.2429	
	2.50	0.1353	0.1294	0.1221	0.1564	
	MSE			0.0218	0.0238	
n=50	0.55	0.9512	0.9705	0.9664	0.9352	MLE
	1.00	0.6065	0.6113	0.6042	0.6089	
	1.50	0.3679	0.3676	0.3613	0.3811	
	2.00	0.2231	0.2222	0.2177	0.2405	
	2.50	0.1353	0.135	0.1322	0.1529	
	MSE			0.0091	0.0139	
n=100	0.55	0.9512	0.9606	0.9651	0.9357	MLE
	1.00	0.6065	0.6074	0.607	0.6049	
	1.50	0.3679	0.3659	0.364	0.3741	
	2.00	0.2231	0.221	0.2192	0.2324	
	2.50	0.1353	0.1338	0.1325	0.1449	
	MSE			0.0044	0.0079	

المصدر: من اعداد الباحث

يمكننا الملاحظة من الجدول اعلاه أن طريقة الإمكان الاعظم (MLE) تعتبر هي الأفضل من بين جميع طرق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.

جدول (3-11): القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5$

Methods	t	Real	MLE	Moments	Per	Best
n=25	0.55	0.7788	0.7981	0.7218	0.7779	MLE
	1.00	0.0821	0.0793	0.0865	0.1026	
	1.50	0.0067	0.0075	0.0086	0.0137	
	2.00	0.0006	0.0008	0.0009	0.0022	
	2.50	0.00004	0.0001	0.0001	0.0004	
	MSE			0.0048	0.0564	
n=50	0.55	0.7788	0.7872	0.7281	0.7721	MLE
	1.00	0.0821	0.0802	0.0851	0.0948	
	1.50	0.0067	0.0071	0.0081	0.0107	
	2.00	0.0006	0.0008	0.0009	0.0022	
	2.50	0.00004	0.0001	0.0001	0.0004	
	MSE			0.0019	0.0277	
n=100	0.55	0.7788	0.7822	0.7382	0.771	MLE
	1.00	0.0821	0.0806	0.0841	0.0896	
	1.50	0.0067	0.0068	0.0077	0.009	
	2.00	0.0006	0.0008	0.0009	0.0022	
	2.50	0.00004	0.0001	0.0001	0.0004	
	MSE			0.0009	0.0192	

المصدر: من اعداد الباحث

نلاحظ من الجدول في اعلاه

- إن طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.
- في حين يمكننا أن نرى بقية الطرق تقترب من الإمكان الاعظم عند أحجام عينات أكبر وخاصة طريقة المقدرات التجزئية (Per).

جدول (3-12): القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5$

Methods	t	Real	MLE	Moments	Per	Best
n=25	0.55	0.9753	1.019	0.9854	0.9576	MLE
	1.00	0.7788	0.7972	0.7677	0.7702	
	1.50	0.6065	0.6088	0.584	0.607	
	2.00	0.4724	0.4663	0.446	0.4802	
	2.50	0.3679	0.3582	0.342	0.3813	
	MSE			0.0232	0.027	
n=50	0.55	0.9753	0.9939	0.9887	0.9575	MLE
	1.00	0.7788	0.7842	0.7762	0.7682	
	1.50	0.6065	0.6034	0.5944	0.6025	
	2.00	0.4724	0.4649	0.4561	0.4736	
	2.50	0.3679	0.3587	0.3507	0.373	
	MSE			0.0091	0.0142	
n=100	0.55	0.9753	0.9848	0.9909	0.9514	MLE
	1.00	0.7788	0.784	0.7871	0.7668	
	1.50	0.6065	0.6088	0.61	0.604	
	2.00	0.4724	0.4731	0.4733	0.4763	
	2.50	0.3679	0.3679	0.3676	0.376	
	MSE			0.0042	0.0083	

المصدر: من اعداد الباحث

من الجدول السابق يمكننا ملاحظة

- أن طريقة الإمكان الاعظم (MLE) تعد هي الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE .
- في حين يمكننا ملاحظة أن بقية الطرق تقترب من طريقة بيز عند أحجام عينات أكبر وخاصة طريقة العزوم (Moments).

جدول (3-13): القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5$

Methods	t	Real	MLE	Moments	Per	Best
n=25	0.55	0.8825	0.9098	0.7789	0.8739	MLE
	1.00	0.2865	0.273	0.2662	0.3003	
	1.50	0.0821	0.0769	0.0818	0.0999	
	2.00	0.0235	0.023	0.0254	0.0357	
	2.50	0.0067	0.0073	0.008	0.0135	
	MSE			0.0105	0.1011	
n=50	0.55	0.8825	0.8981	0.816	0.8711	MLE
	1.00	0.2865	0.2824	0.2765	0.2994	
	1.50	0.0821	0.0806	0.0838	0.0957	
	2.00	0.0235	0.0237	0.0257	0.0318	
	2.50	0.0067	0.0072	0.0079	0.011	
	MSE			0.0045	0.0547	
n=100	0.55	0.8825	0.8894	0.8214	0.8713	MLE
	1.00	0.2865	0.2841	0.2761	0.2944	
	1.50	0.0821	0.0812	0.0829	0.0904	
	2.00	0.0235	0.0235	0.0251	0.0284	
	2.50	0.0067	0.0069	0.0076	0.0092	
	MSE			0.002	0.0281	

المصدر: من اعداد الباحث

يمكننا الملاحظة من الجدول السابق أن طريقة الإمكان الاعظم (MLE) تعد الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأن لها أقل قيمة MSE.



جدول (3-14): القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5$

Methods	t	Real	MLE	Moments	Per	Best
n=25	2.55	0.9432	0.9786	1.065	0.9132	MLE
	3.00	0.6014	0.603	0.6406	0.5982	
	3.50	0.3648	0.3556	0.3688	0.3787	
	4.00	0.2212	0.2118	0.2151	0.2427	
	4.50	0.1342	0.1273	0.1271	0.1575	
	MSE			0.0163	0.0418	
n=50	2.55	0.9512	0.9683	1.0759	0.932	MLE
	3.00	0.6065	0.6073	0.6531	0.6054	
	3.50	0.3679	0.3635	0.3778	0.3777	
	4.00	0.2231	0.2187	0.2202	0.2374	
	4.50	0.1353	0.1322	0.1292	0.1503	
	MSE			0.0089	0.0343	
n=100	2.55	0.9512	0.9598	1.0761	0.9363	MLE
	3.00	0.6065	0.6067	0.6566	0.6048	
	3.50	0.3679	0.3653	0.3808	0.3737	
	4.00	0.2231	0.2206	0.2218	0.2319	
	4.50	0.1353	0.1336	0.1297	0.1445	
	MSE			0.0046	0.029	

المصدر: من اعداد الباحث

من الجدول السابق يمكننا الاستنتاج أن طريقة الإمكان الاعظم (MLE) تعتبر الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.

جدول (3-15): القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5$

Methods	t	Real	MLE	Moments	Per	Best
n=25	2.55	0.7788	0.7937	0.7472	0.7729	MLE
	3.00	0.0821	0.0775	0.0875	0.1007	
	3.50	0.0067	0.0074	0.0084	0.0137	
	4.00	0.0006	0.0008	0.0008	0.0023	
	4.50	0.00005	0.0001	0.0001	0.0004	
	MSE			0.0047	0.0206	
n=50	2.55	0.7788	0.7895	0.7684	0.771	MLE
	3.00	0.0821	0.0821	0.0867	0.0976	
	3.50	0.0067	0.0074	0.0079	0.0114	
	4.00	0.0006	0.0007	0.0007	0.0015	
	4.50	0.00005	0.0001	0.0001	0.0002	
	MSE			0.0019	0.0099	
n=100	2.55	0.7788	0.7837	0.7717	0.7687	MLE
	3.00	0.0821	0.0821	0.085	0.0921	
	3.50	0.0067	0.0071	0.0075	0.0096	
	4.00	0.0006	0.0006	0.0007	0.0011	
	4.50	0.00005	0.0001	0.0001	0.0001	
	MSE			0.00092	0.0064	

المصدر: من اعداد الباحث

يمكننا الاستنتاج من الجدول أعلاه أن طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الأفضل من بين جميع طرائق التقدير؛ لأن لها أقل قيمة MSE.

جدول (3-16): القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=2.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5$

Methods	t	Real	MLE	Moments	Per	Best
n=25	2.55	0.9753	1.0197	1.0226	0.9633	MLE
	3.00	0.7788	0.7996	0.7987	0.7754	
	3.50	0.6065	0.6122	0.6091	0.6118	
	4.00	0.4724	0.4702	0.4661	0.4846	
	4.50	0.3679	0.3622	0.3578	0.3853	
	MSE			0.0247	0.0252	
n=50	2.55	0.9753	0.997	1.0244	0.9585	MLE
	3.00	0.7788	0.7885	0.8055	0.7711	
	3.50	0.6065	0.6085	0.6178	0.6067	
	4.00	0.4724	0.4702	0.4748	0.4784	
	4.50	0.3679	0.3639	0.3655	0.378	
	MSE			0.0104	0.0161	
n=100	2.55	0.9753	0.9851	1.024	0.9545	MLE
	3.00	0.7788	0.783	0.8099	0.7677	
	3.50	0.6065	0.6071	0.6246	0.6033	
	4.00	0.4724	0.4711	0.4822	0.4747	
	4.50	0.3679	0.3657	0.3726	0.3739	
	MSE			0.0044	0.0112	

المصدر: من اعداد الباحث

يمكن الملاحظة من الجدول السابق أن أفضل طريقة بين طرق التقدير هي طريقة الإمكان الاعظم (MLE)؛ لأنها تمتلك أقل قيمة MSE.

جدول (3-17): القيم التقديرية لدالة المعولية وقيم MSE المرافقة لها لطرائق التقدير المختلفة عندما  $\theta=2.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5$

Methods	t	Real	MLE	Moments	Per	Best
n=25	2.55	0.8825	0.9148	0.8599	0.8744	MLE
	3.00	0.2865	0.2806	0.2905	0.308	
	3.50	0.0821	0.0802	0.0877	0.1045	
	4.00	0.0235	0.0242	0.0267	0.0379	
	4.50	0.0067	0.0077	0.0082	0.0145	
	MSE			0.0105	0.0379	
n=50	2.55	0.8825	0.8959	0.852	0.8723	MLE
	3.00	0.2865	0.2805	0.284	0.2972	
	3.50	0.0821	0.0796	0.0843	0.0938	
	4.00	0.0235	0.0233	0.0252	0.0309	
	4.50	0.0067	0.007	0.0076	0.0105	
	MSE			0.0043	0.0162	
n=100	2.55	0.8825	0.8895	0.8684	0.8695	MLE
	3.00	0.2865	0.2844	0.2864	0.2948	
	3.50	0.0821	0.0813	0.0838	0.0908	
	4.00	0.0235	0.0236	0.0246	0.0286	
	4.50	0.0067	0.0069	0.0073	0.0092	
	MSE			0.002	0.0086	

المصدر: من اعداد الباحث

من الجدول السابق يمكننا ملاحظة أن الطريقة الأفضل بين جميع طرق التقدير هي طريقة الإمكان الاعظم (MLE)؛ لأن لها أقل قيمة MSE.

**2-3 الجانب التطبيقي**

خصص هذا الجانب لعرض البيانات الحقيقية الخاصة بأوقات الفشل للماكنة لمعمل نسيج الكوت والمستخدم لتقدير معلمات ومعدلية التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور).

**1-2-3 عينة البحث [10]**

تم اخذ عينة البحث من الشركة العامة للحياكة والتي تقع في واسط (الكوت) والتي تأسست عام 1966 وتضم مصنعين الحياكة والنسيج. كانت لأول مرة هي الشركة العامة للحياكة وبعدها تم ادراج الغزل والنسيج القطني حيث أصبحت في عام 1971 الشركة العامة للنسيج القطني في الكوت.

وتتألف من مصنعين رئيسيين هما، الغزل والنسيج، والمصنع الثاني فهو للحياكة.

لجمع البيانات تم اختيار قسم النسيج لتنوع منتجاته وقد اخذت عينة من أوقات الفشل للمكانة الخاصة بالغزل إلى حين اشتغالها وكما موضح في الجدول ادناه:

جدول (3-18): البيانات الحقيقية لأوقات الفشل للمكانة

التسلسل	أوقات الفشل (T)	التسلسل	أوقات الفشل (T)	التسلسل	أوقات الفشل (T)	التسلسل	أوقات الفشل (T)
1	1	21	3.5	41	8	61	14
2	1	22	3.5	42	8	62	14
3	1	23	4	43	8	63	14.5
4	1	24	4	44	8	64	14.5
5	1	25	4	45	8.5	65	15
6	1	26	4	46	8.5	66	15
7	1	27	4.5	47	9	67	15.5
8	2	28	4.5	48	9.5	68	17.5
9	2	29	5	49	9.5	69	18
10	2.5	30	5	50	10	70	18
11	2.5	31	5.5	51	11	71	18.5
12	2.5	32	5.5	52	12	72	18.5
13	2.5	33	6	53	12	73	20
14	2.5	34	6.5	54	12	74	20
15	3	35	6.5	55	12	75	20
16	3	36	6.5	56	12	76	21.5
17	3	37	7	57	12	77	22
18	3.5	38	7	58	13	78	22.5
19	3.5	39	7	59	14	79	26.5
20	3.5	40	7.5	60	14	80	27

المصدر: [10]

**2-2-3 اختبار حسن المطابقة**

للتأكد من أن توزيع البيانات الواردة في الجدول (3-18) والتي تمثل أوقات فشل الماكينة هو التوزيع المركب (باريتو -الاسي المبتور) فقد تم استخدام مربع كاي لحسن المطابقة ( Chi-Squared Goodness of Fit  $(\chi^2)$ ) بواسطة برنامج تم اعداده، حيث إن فرضية العدم في هذه الاختبارات تنص على البيانات التي تتبع التوزيع المركب (باريتو -الاسي المبتور)، وكما يأتي:

$H_0$ : البيانات تتبع توزيع باريتو – الاسي المبتور

$H_1$ : البيانات لا تتبع توزيع باريتو – الاسي المبتور

وكانت نتائج الاختبارات كالآتي:

جدول (3-19): نتائج اختبار مربع كاي

Classes	$O_i$	$E_i$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1 –	28	29.232	0.052
4.714 –	16	18.552	0.351
8.429 –	13	11.768	0.129
12.143 –	10	7.472	0.855
15.857 –	5	4.744	0.014
19.571 –	6	3.008	2.976
23.286 – 27	2	1.912	0.004

ولأن هناك بعض قيم  $E_i$  أقل من (5) فإنه سيتم دمج الخلايا الثلاث الأخيرة فينتج:

جدول (3-20): نتائج اختبار مربع كاي بعد الدمج

Classes	$O_i$	$E_i$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1 –	28	29.232	0.052
4.714 –	16	18.552	0.351
8.429 –	13	11.768	0.129
12.143 –	10	7.472	0.855
15.857 – 27	13	9.664	1.152

حيث يمكن الحصول على قيمة إحصاءه مربع كاي وفقاً للصيغة الآتية:

$$\chi^2_{Cal} = \sum_{i=1}^7 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

جدول (3-21): نتائج اختبار  $\chi^2$

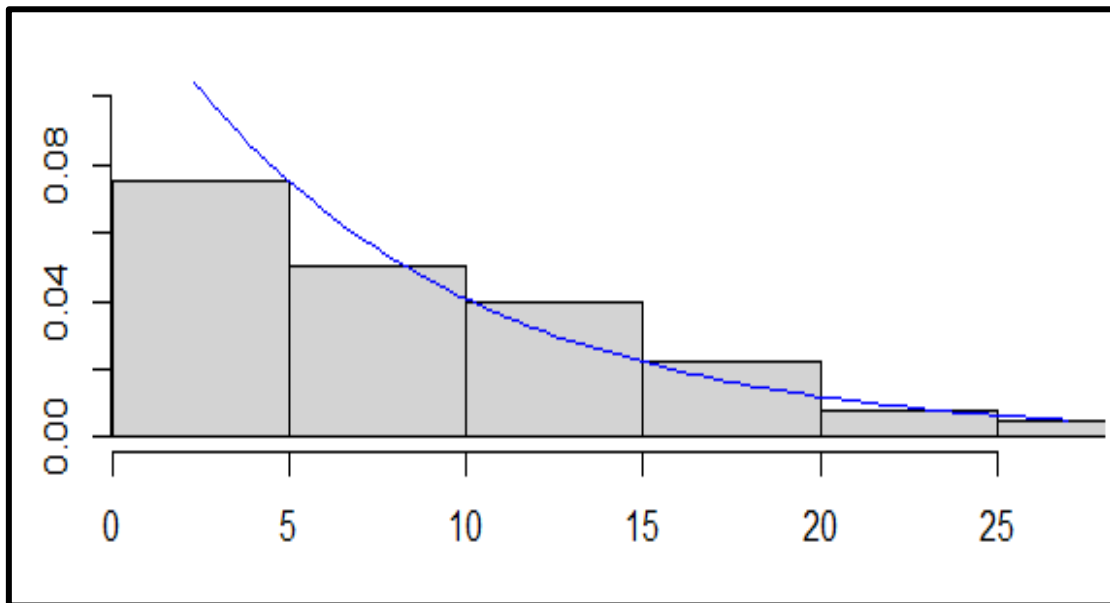
الاختبار	إحصاءه الاختبار	القيمة الجدولية	القرار
Chi-Squared	2.539	7.815	نقبل $H_0$

المصدر: من اعداد الباحث

نلاحظ أن القيمة المحسوبة أقل من القيمة الجدولية، لذلك سنقبل فرضية العدم القائلة بخضوع البيانات لتوزيع باريتو-الاسي المبتور.

والشكل التالي يمثل رسم دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات الحقيقية:

شكل (3-1): دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات الحقيقية



المصدر: من اعداد الباحث

### 3-2-3 تقدير المعلمات

يتضمن هذا القسم تقدير معلمات ودالة المعولية للتوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) بطريقة الأماكن الاعظم (MLE) لكونها الطريقة الافضل في المحاكاة، وذلك بواسطة برنامج مكتوب بلغة R وموضوع في الملحق رقم (2) ومن ثم رسمها بناءً على هذه المقدرات بواسطة برنامج مكتوب بلغة MATLAB وموضوع في الملحق رقم (3)، وكما يأتي:

جدول (3-22): القيم التقديرية للمعاملات للبيانات الحقيقية

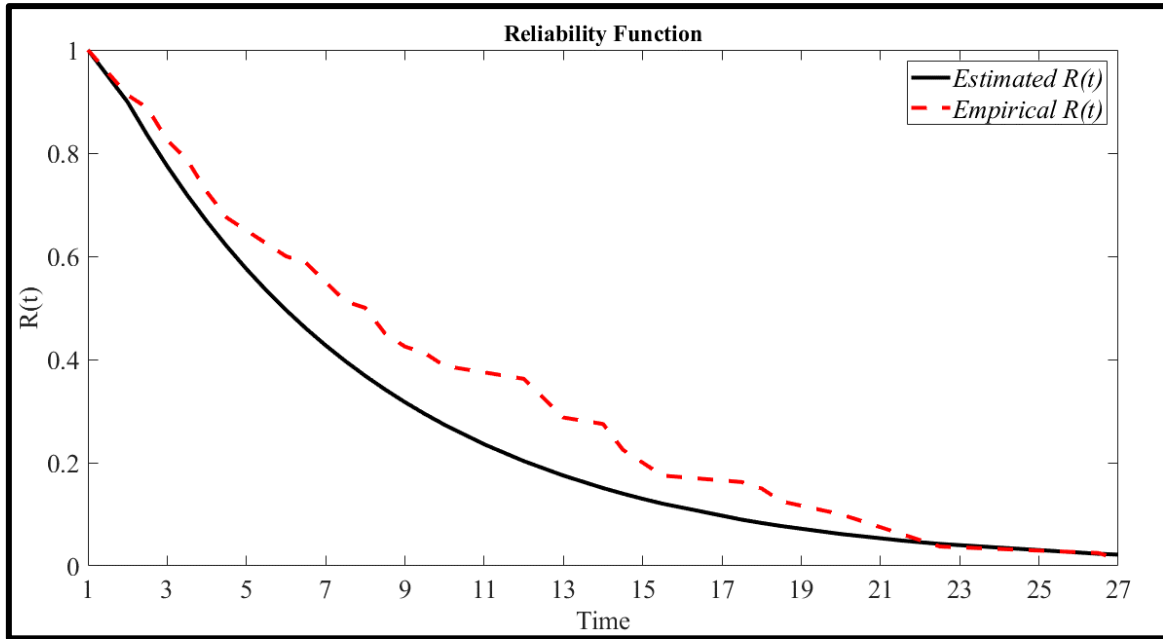
Methods	MLE
$\hat{\theta}$	1
$\hat{\alpha}$	1.693203
$\hat{\lambda}$	0.2073164
MSE	0.001723672

المصدر: اعداد الباحث

### 4-2-3 تقدير دالة المعولية

سيتم في هذا القسم تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية مقارنة مع دالة المعولية التجريبية (تمثل قسمة تكرار كل وقت على التكرار المتجمع النازل المقابل له) كما في الشكل الآتي:

شكل (3-2): دالة المعولية



المصدر: من اعداد الباحث

نلاحظ من الشكل (3-2) تقارب الدالة التقديرية من الدالة التجريبية.



وبالنسبة للقيم التقديرية لدالة المعولية عن الأوقات المختلفة فهي كالآتي:

جدول (3-23): تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية

أوقات الفاشل (T)	$\hat{R}$	أوقات الفاشل (T)	$\hat{R}$	أوقات الفاشل (T)	$\hat{R}$	أوقات الفاشل (T)	$\hat{R}$
1	1.000	3.5	0.736	8	0.424	14	0.204
1	1.000	3.5	0.736	8	0.424	14	0.204
1	1.000	4	0.693	8	0.424	14.5	0.191
1	1.000	4	0.693	8	0.424	14.5	0.191
1	1.000	4	0.693	8.5	0.399	15	0.180
1	1.000	4	0.693	8.5	0.399	15	0.180
1	1.000	4.5	0.651	9	0.375	15.5	0.169
2	0.885	4.5	0.651	9.5	0.353	17.5	0.133
2	0.885	5	0.613	9.5	0.353	18	0.125
2.5	0.832	5	0.613	10	0.332	18	0.125
2.5	0.832	5.5	0.576	11	0.294	18.5	0.117
2.5	0.832	5.5	0.576	12	0.260	18.5	0.117
2.5	0.832	6	0.542	12	0.260	20	0.098
2.5	0.832	6.5	0.510	12	0.260	20	0.098
3	0.783	6.5	0.510	12	0.260	20	0.098
3	0.783	6.5	0.510	12	0.260	21.5	0.081
3	0.783	7	0.480	12	0.260	22	0.076
3.5	0.736	7	0.480	13	0.230	22.5	0.072
3.5	0.736	7	0.480	14	0.204	26.5	0.044
3.5	0.736	7.5	0.451	14	0.204	27	0.041

المصدر: من اعداد الباحث

نستنتج من الجدول (3-23) أن

- احتمالية بقاء الماكنة ليوم كامل من غير توقف هو 1 .
- في حين أن احتمالية بقائها من غير توقف ليومين هو 0.885.
- وإن احتمالية بقائها لثلاثة أيام 0.783.
- واحتمالية بقائها لأربعة أيام هو 0.693.
- وإن الاحتمالية نقل بزيادة عدد الأيام، حيث تصبح 0.041 بمرور سبعة وعشرين يوم.



## الفصل الرابع الاستنتاجات والتوصيات

- تمهيد
- الاستنتاجات
- التوصيات

تمهيد

بناء على ما تم عرضه في الجانب النظري في الفصل الثاني وما تم التوصل إليه في الجانب التجريبي (المحاكاة) والجانب التطبيقي في الفصل الثالث، يذكر اهم ما توصل إليه الباحث من الاستنتاجات والتوصيات وهي كالتالي:

**1-4 الاستنتاجات Conclusions**

وتوصلنا إلى أهم الاستنتاجات لتجارب المحاكاة وتحليل البيانات الحقيقية لتقدير المعلمات ودالة المعولية للتوزيع المركب وهي كالتالي:

١. من خلال تجارب المحاكاة لتقدير معلمات ودالة المعولية تم الحصول على أفضل طريقة للتقدير من بين الطرق المستخدمة بالرسالة وهي طريقة الإمكان الاعظم وذلك لامتلاكها اقل قيمة من متوسط مربعات الخطأ (MSE).
٢. ان جميع المقدرات تمتلك خاصية الاتساق لان متوسط مربعات الخطأ (MSE) يقل كلما زاد حجم العينة.
٣. عندما  $(\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=0.5)$  نجد ان طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل عند تقدير المعلمات ولجميع حجوم العينات (100,50,25).
٤. عندما  $(\theta=0.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5)$  تكون طريقة العزوم أفضل في تقدير المعلمات عند حجوم العينات 25 و 50، بينما الطريقة التجزئية تكون أفضل عند حجم العينة 100.
٥. عندما  $(\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=0.5)$  نجد بان طريقة الإمكان الاعظم هي الأفضل لتقدير المعلمات لحجم العينة 100، بينما طريقة العزوم تكون هي الأفضل لحجوم العينات 25 و 50.
٦. عندما  $(\theta=0.5, \alpha=1.0, \lambda=2.5)$  نجد بأن طريقة الإمكان الاعظم هي الأفضل لتقدير المعلمات بين طرق التقدير وذلك لأنها تمتلك اقل قيمة من (MSE) عند حجوم العينات 50 و 100، وطريقة العزوم تكون أفضل عند حجم عينة 25.
٧. عند  $(\theta=2.5, \alpha=0.5, \lambda=2.5)$  تعتبر طريقة العزوم هي الأفضل وذلك لامتلاكها اقل قيمة من متوسط مربعات الخطأ (MSE).
٨. نجد بأن في جميع الحالات لقيم المعلمات المختلفة في تقدير دالة المعولية ان أفضل طريقة هي طريقة الإمكان الاعظم لأنها تمتلك اقل قيمة من (MSE)، وان جميع طرق التقدير تقترب من طريقة الإمكان الاعظم عند احجام عينات أكبر من (100,50,25).
٩. من خلال الجانب التطبيقي تبين أن البيانات الحقيقية ملائمة للتوزيع المركب (باريتو- الاسي المبتور) من خلال اجراء مربع كاي لحسن المطابقة، حيث ان القيمة المحسوبة هي (2.539) اقل من القيمة الجدولية (7.815) لذلك نقبل فرضية العدم القائلة بخضوع البيانات للتوزيع المقترح.
١٠. من خلال استخدام أفضل طرق التقدير التي حصلنا عليها في المحاكاة وهي طريقة الإمكان الاعظم نجد بأن تقدير المعلمات للتوزيع المركب (باريتو- الاسي المبتور) يكون افضل من التوزيعات المفردة (باريتو) و (الاسي المبتور).
١١. وفي تقدير دالة المعولية توصلنا الى أن احتمالية بقاء الماكنة ليوم كامل من غير توقف هو ١ في حين أن احتمالية بقائها من غير توقف ليومين هو 0.885 وان احتمالية بقائها لثلاثة أيام هو 0.783 وهكذا أي ان الاحتمالية تقل بزيادة عدد الأيام، حيث تصبح 0.041 بمرور سبعة وعشرين يوم.

**2-4 التوصيات Recommendations**

١. توصي الباحثة باستعمال التوزيع المركب (باريتو- الاسي المبتور) مع توزيعات أخرى باستعمال أساليب التركيب المختلفة لغرض الحصول على توزيعات جديدة تكون ذات أهمية في دراسة وتحليل الظواهر.
٢. تطبيق النموذج المقترح (باريتو- الاسي المبتور) في جوانب أخرى مثل الجوانب العلمية (كالطبية والهندسية وغيرها).
٣. يمكن من خلال النتائج التي تم التوصل اليها في هذه الرسالة أن تعم بالاستفادة لشركة واسط العامة للحياكة من حيث صيانة الماكنة لكل فترة زمنية وذلك لتفادي فشلها وتوقفها عن العمل ولاستمرار العملية الانتاجية.
٤. استخدام طرائق أخرى للتقدير ولاسيما الطرائق البيزية.



## المصادر

- المصادر العربية
- المصادر الاجنبية



## أولاً: المصادر العربية

1. الباقر، زينب محمد باقر صادق. (2017). "تقدير دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، جامعة كربلاء، كلية الإدارة والاقتصاد.
2. الجميلي، صبا صباح احمد. (2011). "مقارنة مقدرات بيز لدالة المعولية لأنموذج ويبل للفشل باستعمال دوال خسارة مختلفة مع تطبيق عملي"، أطروحة دكتوراه، جامعة بغداد، كلية الإدارة والاقتصاد.
3. العامري، بهاء عبد الرزاق قاسم. (2021). "استعمال بعض التوزيعات المبتورة في بناء نظام خبير لتقدير الفترة المثلى لاستبدال المكنن والمعدات مع تطبيق عملي"، أطروحة دكتوراه، جامعة كربلاء، كلية الإدارة والاقتصاد.
4. اللامي، كاظم محمد حسين. (1985). "مقدمة في التحليل العددي"، جامعة البصرة، مديرية دار الكتب، البصرة، العراق.
5. بدر، دريد حسين. (2019). "تقدير دالة المعولية الضبابية باستعمال طريقة بيز مع تطبيق عملي"، مجلة العلوم الاقتصادية كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة.
6. جليل، طالب شريف وإبراهيم، كوردستان و عبد الله، زينب. (2013). "إيجاد معولية نظام التوالي بطريقة جديدة"، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، 13(23): 98-77 pp.
7. خماس، قيس سبع و عبد الله، ثائر نجم. (2013). "استعمال بعض النماذج الاحتمالية المبتورة لدراسة خصائص التعويضات الصحية في شركة التأمين العراقية"، مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية، 19(72): 320-289 pp.
8. سلمان، محمد صادق. (2020). "بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوى الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية"، رسالة ماجستير، جامعة كربلاء، كلية الإدارة والاقتصاد.
9. صالح، ستار محمد. (2006). "مقارنة أسلوب بيز مع طرائق أخرى لتقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو من النوع الأول"، رسالة ماجستير، جامعة بغداد، كلية الإدارة والاقتصاد.
10. طالب، حيدر رائد. (2017). "استعمال بعض الطرائق لتقدير معالم ومعولية لنموذج الاحتمالي المركب (الاسي- ويبل) مع تطبيق عملي"، المجلة العراقية للعلوم الإدارية، 13(52): 246-268 pp.
11. طالب، حيدر رائد. (2018). "بعض طرائق تقدير معالم ومعولية التوزيع المركب (الاسي- رالي) باستخدام المحاكاة". مجلة الكوت للعلوم الاقتصادية والإدارية، 1(28): 321-341 pp.
12. عباس، تهاني مهدي و عبد الحسين، مهدي علي. (2016). "بعض طرائق تقدير دالة المعولية لنماذج احتمالية مركبة باستخدام المحاكاة"، مجلة الكوت للعلوم الاقتصادية والإدارية، 1(24): 215-206 pp.

13. عبد الكريم، حيدر سالم. (2022). "مقارنة طريقة الإمكان الأعظم والطريقة الجينية مع الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء لتوزيع دالة القوى الموسع مع التطبيق"، رسالة ماجستير، جامعة البصرة، كلية الإدارة والاقتصاد.
14. عبد الطيف، زهراء رياض، (2021). "تقدير دالة المعولية لبيانات توزيع **Shifted Gompertz** مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، جامعة البصرة، كلية الإدارة والاقتصاد.
15. عبد، رحاب احمد. (2021). "اختزال الابعاد بطريقة اقل معدل تباين الكمية الجزائية للانحدار التقسيمي مع دالة جزاء كروب لاسو مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، جامعة البصرة، كلية الإدارة والاقتصاد.
16. عزيز، سكيمة سلطان. (2021). "مقدرات بيزية مقلصة لمعلمة القياس ودالة المعولية لتوزيع وقت الفشل (ماكسويل) باعتماد دالتي الخسارة التربيعية والاسية الخطية"، رسالة ماجستير، جامعة البصرة، كلية الإدارة والاقتصاد.
17. عبودي، عماد حازم ونعيمة، علي بندر. (2016). "مقارنة طريقتي (LSD & MLE) لتقدير معلمات توزيع فريشيتبواسونليندلي المركب (دراسة محاكاة)"، مجلة ابن الهيثم للعلوم الصرفة والتطبيقية، 28(3): 401-414 pp.
18. فهد، باقر كريم. (2018). "اختيار أفضل طريقة لتقدير معلمات توزيع كايا الاحتمالي مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، جامعة كربلاء، كلية الإدارة والاقتصاد.
19. هرمز، امير حنا. (1990). "الإحصاء الرياضي". ط1، الموصل: مديرية دار النشر للطباعة والنشر، العراق.

20. Abed, M. Q., Alwan, E. B., & Kneehr, A. L. (2018). "**Proposing a New Mixture Statistical Distribution Exponential – Kumaraswamy**". International Journal of Applied Science and Technology, 8(2): pp48-57.
21. Akinsete, A., Famoye, F., & Lee, C. (2008). "**The beta-Pareto distribution**". Statistics, 42(6): pp 547-563.
22. Al-Kadim, K. A., & Boshi, M. A. (2013). "**exponential Pareto distribution**". Mathematical Theory and Modeling, 3(5): pp 135-146.
23. Alzaatreh, A. & Ghosh, I. (2016). "**A study of the Gamma-Pareto (IV)distribution and its applications**", Communications in Statistics - Theory and Methods, 45(3): pp 636-654.
24. Asgharzadeha, A., Bakouch, H. S, & Esmaeilia, L. (2013). "**Pareto Poisson-Lindley Distribution with Applications**", Journal of Applied Statistic, 40(8): pp 1717-1734.
25. Maiti, S. S., &Pramanik, S. (2016). "**Odds Generalized Exponential-Pareto Distribution: Properties and Application**". Pak.j.stat.oper.res. XII (2): pp 257-279.
26. Nasiru, S. &Luguterah, A. (2015). The New Weibull-Pareto Distribution. Pak.j.stat.oper.res. XI (1) :103-114.
27. Nasrallah, M. W. N. (2018). "**Estimating parameters Gumbel Pareto Distribution**". Diyala Journal for Pure Sciences, 14(2): pp 53-60.
28. Souza, W., Santos, A. H. S. &Cordeiro, G. M. (2010). "**The Beta Generalized Exponential Distribution**". Journal of Statistical Computation and Simulation, 80(2): pp 159-172.
29. Tahir, M. H., Cordeiro, G. M., Alzaatreh, A., Mansoor, M., &Zubair, M. (2016). "**A New Weibull–Pareto Distribution: Properties and Applications**". Communications in Statistics–Simulation and Computation, 45(10): pp 3548–3567.
30. Zea, L. M., Silva, R. B., Bourguignon, M., Santos, A. M., &Cordeiro G. M. (2012). "**The Beta Exponentiated Pareto Distribution with Application to Bladder Cancer Susceptibility**". International Journal of Statistics and Probability, 1(2): pp 8-19.



## الملاحق

- الملحق (1)
- الملحق (2)
- الملحق (3)
- الملحق (4)

## (1) الملحق

برنامج المحاكاة

```

rm(list = ls())#Clear objects.
cat("\f")#Clear commands.
library(pracma)
P=c(2.5,1,2.5,100);#Theta;Alpha;Lambda;sample size.
T0=P[1];A0=P[2];L0=P[3];n=P[4];
r=1000; #Replication
p=3;nm=m=3;nt=5;
M=matrix(0,p,m);MSE=matrix(0,p,m);B=matrix(0,p,m);AD=matrix(0,(p+1),m);B
B=matrix(c(0),nt,m);MM=matrix(c(0),nt,(m+1));MSEMSE=matrix(c(0),nt,m);#D
o not change these.
S.MLE=S.MOM=S.Par=0;
for (j in 1:r) {
  u=runif(n);
  x=NULL;
  for (i in 1:n){
    x[i]=T0-A0*log(1-u[i])/L0;
  }
  x0=c(T0,A0,L0)
  #Maximum Likelihood Estimators
  T.ML=min(x)
  fnML=function(y){
    A=y[1];L=y[2];
    LL=n*log(L/A)-L/A*(sum(x)-n*T.ML);
  }
  AL.ML=optim(x0[2:3],fnML,control=list(fnscale=-1))$par;
  A.ML=AL.ML[1];
  L.ML=AL.ML[2];
  #Moments Estimators

```

```

fnMo=function(y){
  Th=y[1];A=y[2];L=y[3];
  W=numeric(3);
  W[1]=(A/L)*exp(L*Th/A)*as.double(gammainc(L*Th/A,2)[2])-mean(x);
  W[2]=(A/L)^2*exp(L*Th/A)*as.double(gammainc(L*Th/A,3)[2])-mean(x^2);
  W[3]=(A/L)^3*exp(L*Th/A)*as.double(gammainc(L*Th/A,4)[2])-mean(x^3);
}

fnMoCor=function(y) crossprod(fnMo(y))
TAL.Mo=as.double(unlist(optim(x0,fnMoCor)[1]))
T.Mo=TAL.Mo[1];
A.Mo=TAL.Mo[2];
L.Mo=TAL.Mo[3];
#Percentile Estimators
z=sort(x);
fnPer=function(y){
  Th=y[1];A=y[2];L=y[3];
  SS=0;
  for (i in 1:n){
    SS=SS+(z[i]-Th+A/L*log((n+1-i)/(n+1)))^2
  }
  SS
}
TAL.Per=optim(x0,fnPer)$par;
T.Per=TAL.Per[1];
A.Per=TAL.Per[2];
L.Per=TAL.Per[3];
#Reliability
SurFun=function(Th,A,L,tt)
{
  exp(-L/A*(tt-Th))
}

```

```

}
Sur.Real.Fun=function (tt) SurFun(T0,A0,L0,tt)
Sur.ML.Fun=function (tt) SurFun(T.ML,A.ML,L.ML,tt)
Sur.Mo.Fun=function (tt) SurFun(T.Mo,A.Mo,L.Mo,tt)
Sur.Per.Fun=function (tt) SurFun(T.Per,A.Per,L.Per,tt)
ttt=c(0.05,0.5,1,1.5,2)+T0;
nt=length(ttt);
Sur.Real=NULL; Sur.ML=NULL; Sur.Mo=NULL; Sur.Per=NULL;
for (i in 1:nt)
{
  Sur.Real[i]=Sur.Real.Fun(ttt[i]);
  Sur.ML[i]=Sur.ML.Fun(ttt[i]);
  Sur.Mo[i]=Sur.Mo.Fun(ttt[i]);
  Sur.Per[i]=Sur.Per.Fun(ttt[i]);
}
#MSE

```

$E=t(\text{matrix}(c(P[1],T.ML,T.Mo,T.Per,P[2],A.ML,A.Mo,A.Per,P[3],L.ML,L.Mo,L.Per),(m+1),p));\#Real, MLE, Per, Bayes).$

$E.ML=\text{matrix}(E[,2]-E[,1],p,1);$

$E.Mo=\text{matrix}(E[,3]-E[,1],p,1);$

$E.Per=\text{matrix}(E[,4]-E[,1],p,1);$

$B[,1]=E.ML;$

$B[,2]=E.Mo;$

$B[,3]=E.Per;$

$M=M+E[,2:(m+1)];$

$MSE=MSE+B^2;$

$EE=\text{matrix}(c(\text{Sur.Real},\text{Sur.ML},\text{Sur.Mo},\text{Sur.Per}),nt,(nm+1));$

$EE.ML=\text{matrix}(EE[,2]-EE[,1],nt,1);$



```

EE.Mo=matrix(EE[,3]-EE[,1],nt,1);
EE.Per=matrix(EE[,4]-EE[,1],nt,1);
BB[,1]=EE.ML;
BB[,2]=EE.Mo;
BB[,3]=EE.Per;
MM=MM+EE[,1:(nm+1)];
MSEMSE=MSEMSE+BB^2;
MSE.MLE=sum(MSEMSE[,1])
MSE.MOM=sum(MSEMSE[,2])
MSE.Par=sum(MSEMSE[,3])
MSE.MIN=min(c(MSE.MLE,MSE.MOM,MSE.Par))
if(MSE.MIN==MSE.MLE){
  S.MLE=S.MLE+1
}else if(MSE.MIN==MSE.MOM){
  S.MOM=S.MOM+1
}else if(MSE.MIN==MSE.Par){
  S.Par=S.par+1
}
}r=j
M=M/r;
MSE=MSE/r;
MM=MM/r;
MSEMSE=MSEMSE/r;
MSEMSE.ML=sum(MSEMSE[,1]);
MSEMSE.Mo=sum(MSEMSE[,2]);
MSEMSE.Per=sum(MSEMSE[,3]);
MSEMSE.Bayes=sum(MSEMSE[,4]);
MSEMSE.ALL=round(c(MSEMSE.ML,MSEMSE.Mo,MSEMSE.Per,MSEMSE.Bayes),4);

```

## (2) الملحق

## برنامج التطبيق

```

rm(list = ls())#Clear objects.
cat("\f")#Clear commands.
#library(pracma)
A0=L0=1;
x=c(4,17.5,21.5,6.5,1,18.5,2.5,20,22.5,12,7,12,15,22,9.5,20,3.5,5.5,14.5,14,20,3.5,4.
5,14,12,3.5,5.5,15.5,8.5,6.5,13,7,15,3,12,12,8,8,8,2.5,3,18,7,9.5,1,10,18,5,3,11,12,8,
9,14,2.5,2,1,26.5,4,4,8.5,4.5,4,1,3.5,14.5,18.5,27,2.5,7.5,1,2.5,5,6,6.5,14,1,2,3.5,1)
n=length(x);
x0=c(A0,L0)
#Maximum Likelihood Estimators
T.ML=min(x)
fnML=function(y){
  A=y[1];L=y[2];
  LL=n*log(L/A)-L/A*(sum(x)-n*T.ML);
}
AL.ML=optim(x0,fnML,control=list(fnscale=-1))$par;
A.ML=AL.ML[1];
L.ML=AL.ML[2];

```

## (3) الملحق

برنامج لرسم دالة المعولية

```

clc
clear

%theta's, alpha's and lambda's Values, you can change
them.

T=1;%theta
A=1.693203;%alpha
L=0.2073164;%lambda

x=[4,17.5,21.5,6.5,1,18.5,2.5,20,22.5,12,7,12,15,22,9.5
,20,3.5,5.5,14.5,14,20,3.5,4.5,14,12,3.5,5.5,15.5,8.5,6
.5,13,7,15,3,12,12,8,8,8,2.5,3,18,7,9.5,1,10,18,5,3,11,
12,8,9,14,2.5,2,1,26.5,4,4,8.5,4.5,4,1,3.5,14.5,18.5,27
,2.5,7.5,1,2.5,5,6,6.5,14,1,2,3.5,1];

x=sort(x);

nx=length(x);

for i=1:nx
    if(x(i)>T)
        R_hat(i)=exp(-L*(x(i)-T)/A);
    else
        R_hat(i)=1;
    end
end

RX=[x' R_hat'];

y=unique(x);

ny=length(y);

for i=1:ny
    %Reliability Function
    if(y(i)>T)
        R_Est(i)=exp(-L*(y(i)-T)/A);
    else
        R_Est(i)=1;
    end
end

```

```
        end
    end
    Est=R_Est';
    for i=1:ny
        SSS=sum(x>=y(i));
        R_Emp(i)=sum(SSS);
    end
    R_Emp=R_Emp/nx;
    Emp=R_Emp';
    All=[Est Emp];
    g=All;
    plot(y,g(:,1),'k',y,g(:,2),'--r','LineWidth',3)
    set(gca,'FontSize',20,'FontName','Times New Roman')
    set(gcf,'color','w');
    xlim([1 27]);
    xticks([1:2:27]);
    title('Reliability
    Function','FontSize',18,'FontName','Times New Roman');
    ylabel('R(t)','FontSize',20,'FontName','Times New
    Roman');
    xlabel('Time','FontSize',20,'FontName','Times New
    Roman');
    Ad1=append('Estimated ','R(t)');
    Ad2=append('Empirical ','R(t)');
    legend(Ad1,Ad2,'FontAngle','italic')
    set(legend,'FontSize',20,'FontName','Times New Roman');
```

## الملحق (4)

مقارنة التوزيعات المفردة (الاسي المبتور) و(باريتو) مع التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور)

جدول (1-4): مقارنة بين التوزيعات الثلاثة

Distribution	Truncated Exponential	Pareto	(Pareto- Truncated Exponential)
$\hat{\theta}$	1	1	1
$\hat{\alpha}$	-	0.530454	1.693203
$\hat{\lambda}$	0.1224178	-	0.2073164
MSE	0.001726797	0.02451034	0.001723672

ويظهر الجدول (1-4) أن التوزيع المركب (باريتو-الاسي المبتور) افضل من التوزيعات المفردة وذلك لأنه يمتلك أقل قيمة MSE بفرق بسيط عن توزيع الاسي المبتور.

ولتحديد أفضل طريقة من بين طرائق التقدير عمدة الباحثة على بناء جدول (2-4) والذي يبين تكرار افضلية كل طريقة في كل التجارب مصنفة حسب حجوم العينات وكالتالي:

الجدول (2-4): تكرار جميع الطرائق في جميع الاحجام

Cases	Sample Size	MLE	Moments	Per
1	n=25	927	73	0
	n=50	996	4	0
	n=100	1000	0	0
2	n=25	1000	0	0
	n=50	1000	0	0
	n=100	1000	0	0
3	n=25	1000	0	0
	n=50	998	2	0
	n=100	999	1	0
4	n=25	1000	0	0
	n=50	998	2	0
	n=100	1000	0	0
5	n=25	1000	0	0
	n=50	1000	0	0
	n=100	1000	0	0
6	n=25	999	1	0
	n=50	1000	0	0
	n=100	1000	0	0
7	n=25	758	242	0
	n=50	998	2	0
	n=100	994	6	0
8	n=25	1000	0	0
	n=50	1000	0	0
	n=100	1000	0	0

المصدر: من اعداد الباحث

# Abstract

Many studies have been conducted on building new probability distributions to represent the data of complex phenomena that cannot be represented by standard (single) distributions, because they do not have the required methods for probability distributions is flexibility, so the use of synthesis resorted to to obtain probability distributions that are more flexible than standard (single) distributions in representing the data of different phenomena.

The researcher worked in finding a complex probability distribution (Pareto-Truncated Exponential) in the period  $(\theta, \infty)$  and the proposed distribution was derived and its parameterized properties were derived by estimation methods, namely (Likelihood, moments and fractional estimates) and determining the best method of estimation to apply it to real data to find reliability.

To achieve the objective of the thesis by discussing the results in the experimental and applied side, where the software language (R) was used in its version 4.0.5 in the simulation program to estimate the parameters and the reliability function and find the best method of estimation among the methods used, through the use of different hypothetical values for the parameters and three different sizes of samples, namely (100,50,25) and the experiment was repeated 1000 times, and by using the MSE standard to compare the results of the estimate, it was found that the Likelihood method is the best.

As for the applied side, special data was used for the failure times of the machine, as it was taken from the State Company for Cotton Tissue in Kut and used to estimate the parameters and the reliability function of the new distribution, where the method of the Likelihood of estimation was used on the applied side because it was the best method in the experimental side, and it was found when estimating the reliability function that the probability of the machine without stopping decreases as the number of days increases.



Republic of Iraq  
Ministry of Higher  
Education and Scientific  
Research  
University of Basra  
College of Administration and Economics  
Department of Statistics



**find better estimate of the parameters and reliability  
function of the compound distribution  
(Pareto – Truncated Exponential)  
With practical application**

Introduction letter to  
The Council of the College of Administration and Economics at the  
University of Basra

It is part of the requirements for obtaining a master's degree in  
statistics

Submitted by the student  
Eman Qais Abdel Rahman  
Supervised by  
Assistant Professor  
Wafaa Abdel Samad Ashour

A.H.1444

A.D.2022