جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة البصرة

كلية الإدارة والاقتصاد

قسم الاحصاء

معولية النظام التتابعي المضبب لتوزيع ويبل

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة البصرة وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير علوم في الاحصاء

تقدم بها الطالب

جواد شاكر ضيغم السعيداوي

بإشراف

أ.م.د. علي ناصر حسين

1444هـ 2022 م

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

ٱقۡرَأۡ بِٱسۡمِ رَبِّكَ ٱلَّذِي خَلَقَ١ خَلَقَ ٱلۡإِنسَٰنَ مِنۡ
عَلَقٍ٢ ٱقۡرَأۡ وَرَبُّكَ ٱلۡأَكۡرَمُ٣ ٱلَّذِي عَلَّمَ بِٱلۡقَلَمِ٤ عَلَّمَ
ٱلۡإِنسَٰنَ مَا لَمۡ يَعۡلَمۡ٥

صدق الله العلي العظيم

سورة العلق، الآيات (١-٥)

الاهداء

إلى من بلغ الرسالة وادى الأمانة إلى نبي الرحمة ومهبط الوحي إلى رسول الأمة محمد المصطفى (صلى الله عليه وآل وسلم) وأل بيته الطيبين الطاهرين (عليهم السلام).

إلى شهداء العراق الحبيب   إلى شهداء الحشد الشعبي المقدس

إلى وطني الحبيب

إلى من سعى وشقى لأنعم بالراحة والهناء إلى قدوتي وسر نجاحي ونور دربي

...والدي العزيز الغالي ربي يحفظه ويطول بعمره

إلى من غمرتني بحبها وحنانها ودعائها إلى من خصها الله بان الجنة تحت أقدامها...أمي العزيزة الغالية ربي يحفظها ويطول بعمرها

إلى من وقفت بجانبي في السراء والضراء إلى ثمرة قلبي

...أطفالي وزوجتي الحبيبة رفيقة دربي

إلى من شاركوني طفولتي إلى من هم قوتي وسندي

...إخوتي وأخواتي ربي يحفظهم

إلى أساتذتي من مرحلة الابتدائية إلى مرحلة الماجستير هم أهل الفضل علي الذين غمروني بالحب والتقدير والنصح والإرشاد

إلى كل هؤلاء اهديكم ثمرة جهدي هذا

الباحث: جواد شاكر ضيغم

الشكر والتقدير

الشكر والحمد لذي الجلال والإكرام سبحانه وتعالى على ما منحنا من قوة وعزم وتوفيق لإتمام هذه الرسالة، والصلاة والسلام على سيد المرسلين وخاتم النبيين محمد الصادق الأمين(صلى الله عليه وآله وسلم).

يدعوني واجب الوفاء والأخلاق أن أتقدم بجزيل الشكر لكل من قدم لي بعطاءه ومدّ يد العون لي لأنجاز هذه الرسالة.

وفي البدء لا يسعني إلا أن أتقدم بالشكر الجزيل والثناء الجميل وعظيم الامتنان إلى(ا.م.د. علي ناصر حسين) لقبوله الأشراف على هذه الرسالة ولسعة صدره ولما بدأ من توجيهات قيمة ساعدتني على إنجاز هذا العمل ،واشكره لرعايته الأبوية وصبره الجميل على تحمل أسئلتي واسأل الله العلي القدير إن يحفظه ويحفظ عائلته وينعم عليه بالصحة والعافية ويطول بعمره وإن يحفظه من كل سوء وشر بحق محمد وآله الطيبين الطاهرين (عليهم السلام).

كما أتقدم بجزيل الشكر والتقدير إلى الأساتذة الأفاضل رئيس لجنة المناقشة المحترم وأعضائها المحترمون لتفضلهم بقبول مناقشة الرسالتي وحرصهم على أبداء الملاحظات العلمية القيمة التي تساهم في إغناء هذه الرسالة.

كما أتقدم بالشكر والتقدير إلى أساتذتي في قسم الإحصاء- كلية الإدارة والاقتصاد-الجامعة البصرة في مرحلة البكالوريوس و الماجستير لما بذلوه من جهد وعناء وتوجيهات القيمة خلال مدة الدراسة ادعوا الله العزيز القدير إن يوفقهم ويجزيهم خير الجزاء ويمن عليهم بالصحة والعافية. وادعو الله مخلصا أن يوفقهم ويسدد خطاهم خدمة لمسيرة العلم ويعظم مقامهم.

، كما يسعدني ويشرفني إن أتقدم بشكري وتقديري للسيد رئيس قسم الإحصاء في كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة البصرة (ا.م.د. ريسان عبد الأمام زعلان) لرعايته ودعمه وتشجيعه المتواصل إثناء مدة دراستي في مرحلة الماجستير ،شكري أيضاً لأستاذ (د. صباح عبد الكريم) لتشجيعه لي على دراسة الماجستير.

كما أتقدم بالشكر وتقدير إلى(أ.د.انتصار عريبي فدعم) وطالب الماجستير (حسين طالب) من بغداد على تعاونهما معي وتعزيزي بالمصادر المهمة والمعلومات القيمة.

كما أشكر زملائي طلبة الدراسات العليا لما أبدوه من تعاون ومساعدة ودعم معنوي، جزاهم الله عني خير الجزاء .

شكري وتقديري الى اعز اصدقاء على قلبي الذين شجعوني وساندوني ودعاءهم لي بالخير اخص بالذكر(سيد حيدر الموسوي، علي صالح، احمد سامي، حسن سامي،حيدر سالم)،

كل شكري وثنائي إلى من حفزتني على دراسة الماجستير جارتنا الطيبة(م.م بيداء داود مع عائلتها الكريمة).

كما أتقدم بشكر وتقدير إلى عمي أبو زوجتي (صلاح محسن ضيدان) على دعمه وتشجيعه المتواصل خلال مدة دراستي في مرحلة الماجستير.

كما أتقدم بشكر وتقدير إلى أخي وابن عمي (حافظ جميل) لرعايته ودعمه وتشجيعه المتواصل إثناء مدة دراستي في مرحلة البكالوريوس والماجستير.

وأخيرا شكري لأفراد عائلتي وجميع اقاربي الذين ساهموا بتذليل الصعاب التي رافقت مسيرتي العلمية ،ومن فاتني ذكرهم لن انسى فضلهم في حياتي ،وأخر دعوانا ان الحمد الله رب العالمين والصلاة والسلام على اشرف الأنبياء والمرسلين حبيب رب العالمين أبو القاسم محمد (صلى الله عليه وآله وسلم).

الباحث: جواد شاكر ضيغم

قائمة المحتويات

فهرست الاشكال

فهرست الجداول

الرموز والمصطلحات

الرمز	المصطلح باللغة الانكليزية	المصطلح باللغة العربية
$\sim$	Fuzzy Bar	يشير للضبابية
$R(t)$	**Reliability**	المعولية
$\breve{R}(t)$	**Fuzzy Reliability**	المعولية الضبابية
$R_S(t)$	**Series System**	معولية النظام التوالي
$R_P(t)$	**Parallel System**	معولية نظام المتوازي
$R(n)$	**Marginal reliability cascade system**	معولية الحدية للنظام التتابعي
R_n	**Reliability of cascade system**	معولية نظام التتابعي
α	**Shape parameter of Strength variable**	معلمة الشكل لمتغير المتانة
β	**Measurement parameter of Strength variable**	معلمة القياس لمتغير المتانة
λ	**Shape parameter of stress variable**	معلمة الشكل لمتغير الاجهاد
θ	**Measurement parameter of stress variable**	معلمة القياس لمتغير الاجهاد
$f(x)$	**The probability function of the Strength variable**	دالة الاحتمالية لمتغير المتانة
$f(y)$	**Probability function of the stress variable**	دالة الاحتمالية لمتغير الاجهاد
$F(x)$	**Cumulative distribution function of the Strength variable**	دالة التوزيع التراكمية لمتغير المتانة
$G(y)$	**Cumulative distribution function for the stress variable**	دالة التوزيع التراكمية لمتغير الاجهاد
ML	**Maximum Likelihood Estimated**	مقدر الامكان الاعظم

LS	(Least Squares method	طريقة المربعات الصغرى
Sh	Shrinkage method	طريقة التقلص
$\mu(t)$	Membership function	دالة الانتماء
$\mathcal{K}$	Attenuation factor	معامل التوهين
MSE	Mean square error	متوسط مربعات الخطأ
WlS	Weighted least Squares	المربعات الصغرى الموزونة
Rg	Regression method	طريقة الانحدار

المستخلص

ان الكثير من انظمة العمل في عالمنا تعاني من مشكلة عند العمل في نظام ما للإجهاد والمتانة فأن فشل احدى مكونات النظام يؤدي الى فشل النظام بأكمله وتوقف عن العمل اما في نظام cascade للإجهاد والمتانة فأن فشل احدى المكونات لا يؤدي الى فشل النظام عن العمل بل سوف يقوم النظام بتحسين على الإجهاد وذلك عن طريق عامل التوهين لكي يستمر النظام في العمل، وبسبب التكنولوجيا الحديثة والتطور بالاجهزه والمعدات والتعقيد الحاصل بها وعدم مراعاة دقة البيانات الخاصة بهذه الأجهزة إي يوجد به نوع من الضبابية(Fuzzy) وبما أن بدا استعمال المنطق الضبابي في التقدير لذلك سنقدر معولية نظام (cascade) لتوزيع ويبل إذا كان النظام مضبب .

تضمن الجانب النظري في هذه الرسالة التطرق إلى اهم المصطلحات الخاصة بالمعولية وانظمة الربط والضبابية وكذلك ايجاد معولية النظام لمكون واحد ومكونين وثلاث مكونات، حيث كل مكون لة متانة (X) ويتعرض للإجهاد (Y)، إذ يعرف الإجهاد بانه مقدار القوة المسلطة لحدوث توقف المكون component عن العمل أو توقف النظام ،إما المتانة فيقصد منها مقاومة المكون لإنجاز العمل المطلوب دون توقف أو عطل ،ومن فرضيات هذا النظام احتوائه على n من مكونات يعمل منها مكون واحد فقط تحت تأثير الإجهاد في حين يوجد (n-1) من مكونات الباقية في وضع الاستعداد(standby) فعند توقف المكون الأول نتيجة الإجهاد الكبير المسلط علية الذي يفوق متانة هذا المكون يقوم احد المكونات الذي في حال انتظار بالعمل مكان المكون العاطل ويعمل في نفس الظروف التي فشل بها المكون الأول، إذ يتم تخفيض الإجهاد على هذا المكون وذلك من خلال عامل التوهين(Attenuation factor)ويرمز له بالرمز($\mathcal{K}$) ، وبفضل وجود هذا العامل يجعل نظام cascade حالة خاصة من النظام الاحتياطي، كذلك ايجاد دالة التوزيع التراكمية المشتركة لمتغيري الاجهاد والمتانة، ثم ايجاد معولية النظام cascadeالمضبب لتوزيع ويبل لكل من($\tilde{R}_2, \tilde{R}_3$)لتوزيع ويبل وذلك باستعمال ثلاث طرائق تقدير هي (طريقة مقدر الامكان الاعظم ،طريقة المربعات الصغرى، طريقة التقلص)،ولغرض اجراء مفاضلة بين الطرائق الثلاثة استعمل الباحث اسلوب المحاكاة (مونتى –كارلو)بالاعتماد على معيارالاحصائي متوسط مربعات الخطا(MSE)، إذ استنتج ان طريقة مقدر الإمكان الاعظم هي الأفضل عند احجام العينات المتوسطة (n=50,n=75,n=100) والكبيرة (n=100,n=150,n=500)، في حين تبين افضلية

طريقة المربعات الصغرى عند احجام العينات الصغيرة(n=15,n=25,n=35)، تم دراسة سلوك معولية النظام cascadeالمضبب لتوزيع ويبل لكل من $(\tilde{R}_2, \tilde{R}_3)$.

اما فيما يخص الجانب التطبيقي استعمل الباحث بيانات لجهازي معجل الخطي في مركز بابل لمعالجة الاورام اذ يوجد في المركز جهازين معجل خطي إذ تم تضبيب البيانات باستعمال دالة الانتماء الاسية لغرض تقدير معولية الحدية الضبابية $(\tilde{R}(1), \tilde{R}(2))$ وكذلك تقدير معولية النظام التتابعي المضبب للإجهاد والمتانة$(\tilde{R}_2)$ الخاصة بالجهازين باستعمال افضل طريقة التي حصلنا عليها في الجانب التجريبي وهي (ML) إذ استنتجت الدراسة أن المعوليات الحدية الضبابية$(\tilde{R}(1), \tilde{R}(2))$ ومعولية النظام cascadeالمضبب $(\tilde{R}_2)$تتناقص تدريجيا مع الزمن وهذا يتناسب مع التعريف الاحصائي لدالة المعولية

الفصل الاول

منهجية الرسالة والاستعراض المرجعي

1-1المقدمة Introduction

في بداية قرن العشرين ظهرت دراسة المعولية ثم اهتم الباحثين بتطبيقها بعد الحرب العالمية الثانية على الأجهزة والمعدات الحربية وبعدها تم العمل بها في عدة مجالات منها الجانب الصناعي والزراعي والصحي وغيرها.

في ستينيات القرن الماضي شهد العالم تطورا كبيرا في العلم والتكنولوجيا وهذا التطور جعل الباحثين والمهتمين بدراسة المشاكل والمعوقات التي ظهرت في الجانب الصحي والصناعي وغيرها من الجوانب نتيجة هذا التطور، من خلال استعمل الضبابية (Fuzzy) في مجال المعولية (Reliability) إذ اهتم الباحثين والخبراء بهما وذلك لأهميتهما العالية في الحياة العملية ،إذ تعد المعولية بأنها احتمال بقاء الوحدة أو المكون يعمل ما لم يصيبه عطل خلال فترة (0,t)، فان معولية نظام (cascade) هي احتمال إن المتانة اكبر من الإجهاد.

إما الضبابية وهي حالة عدم التأكد في البيانات فتكون هذه البيانات ضبابية، ومن أسبابها لا توجد بيانات كاملة لظاهره المراد دراستها، أو عند جمع البيانات بصورة عشوائية، أو عدم التأكد كما في تسجيل أوقات الفشل...الخ.

وبما أن لدينا نظام (cascade) إذ يعد حالة خاصة من النظام الاحتياطي standby (redundancy) لنموذج المتانة والإجهاد، ومن فرضيات هذا النظام احتوائه على n من مكونات، يعمل منها مكون واحد فقط تحت تأثير الإجهاد في حين يوجد(n-1) من مكونات الباقية في وضع الاستعداد(standby) فعند توقف المكون الأول نتيجة الإجهاد الكبير المسلط علية الذي يفوق متانة هذا المكون يقوم احد المكونات الذي في حال انتظار بالعمل مكان المكون العاطل ويعمل في نفس الظروف التي فشل بها المكون (component) الأول، إذ يتم تخفيض الإجهاد على هذا المكون وذلك من خلال عامل التوهين(Attenuation factor)ويرمز له بالرمز($\mathcal{K}$)، وبفعل عامل التوهين وما يقوم بيه من تحسين على المكون(component) الثاني إذ يقوم بتخفيض الإجهاد، وبفضل وجود هذا العامل يجعل نظام (cascade) حالة خاصة من النظام الاحتياطي.

إن معولية نظام التتابعي cascade والإجهاد تعبر عن العلاقة بين متغيرين عشوائيين، الأول يمثل المتانة والآخر يمثل الإجهاد، فشل أي مكون(component) في نظام (cascade) يحدث عندما يكون احتمال الإجهاد أكبر من احتمال المتانة، وبما أن الإجهاد والمتانة هي متغيرات عشوائية ولها توزيع احتمالي فان في هذه الرسالة استعملنا توزيع ويبل لكل من الإجهاد والمتانة حيث يعد

توزيع ويبل من التوزيعات الفشل المستمرة شائعة الاستعمال ومهم في دراسة وقت الفشل وفي الهندسة والمعولية إذ استعمل في معولية بشكل كبير.

وبما لدينا نظام تتابعي (cascade) لبيانات ضبابية (Fuzzy) فمعالجة مثل هذه البيانات للنظام لابد من استعمال طرائق تقدير مختلفة لنظام التتابعي (cascade) المضبب وهذا سوف نشرحه بالتفصيل من خلال هيكلية الرسالة.

هيكلية الرسالة تقسم إلى خمسة فصول وهي كالاتي :

الفصل الأول الذي يختص بمنهجية الرسالة التي تشمل المقدمة ومشكلة الرسالة وهدف الرسالة و استعراض المرجعي لبعض البحوث والدراسات السابقة ذات صلة بموضوع الرسالة .

في حين تضمن **الفصل الثاني** الجانب النظري الذي شمل (**أولا وثانيا**)، تطرقت الفقرة **أولا** إلى أهم المفاهيم الأساسية الخاصة بالمعولية وأنظمة الربط ومعوليته وتوزيع ويبل، وكذلك نظام cascade لتوزيع ويبل

بينما تطرقت الفقرة **ثانيا** إلى أهم المفاهيم الخاصة بالضبابية والمعولية الضبابية واشتقاق معولية نظام cascade المضبب لتوزيع ويبل وكذلك بعض طرائق التقدير المختلفة.

وخصص **الفصل الثالث** للجانب التجريبي(المحاكاة) الذي يتضمن سلوك المعولية وتجارب المحاكاة التي تخص موضوع الرسالة وذلك للوصول إلى أفضل مقدر لدالة المعولية للنظام (cascade) المضبب بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ (MSE) من اجل المقارنة بين أفضل المقدرات .

إما **الفصل الرابع** فقد تضمن الجانب التطبيقي إذ تم فيه توظيف بيانات حقيقية لجهازي معجل الخطي لمعالجة الاورام لغرض تقدير دالة المعولية لنظام (cascade) المضبب للإجهاد والمتانة باستعمال طرائق التقدير الثلاثة وهي(ML,LS,Sh).

وأخيراً جاء **الفصل الخامس** ليعرض أهم الاستنتاجات والتوصيات التي توصلت إليها هذه الرسالة.

2-1 مشكلة الرسالة Problem of Thesis

إن كثير من الدراسات والبحوث لم يكن هناك اهتمام بدراسة سلوك معولية نظام التتابعي cascade المضبب وان اغلب هذه الدراسات كانت نظرية في اتجاهها ولم تتضمن جانب تطبيقي، بسبب التكنولوجيا الحديثة والتطور بالأجهزة والمعدات والتعقيد الحاصل بها وعدم مراعاة دقة البيانات

الخاصة بهذه الأجهزة إي يوجد به نوع من الضبابية(Fuzzy) لذا ستكون المشكلة هي كيف نقدر معولية نظام (cascade) لتوزيع ويبل إذا كان النظام مضبب ؟.

3-1هدف الرسالة Aim of Thesis

تهدف الرسالة إلى:

1- تقدير دالة معولية النظام التتابعي (cascade) المضبب للإجهاد والمتانة لتوزيع ويبل وذلك باستعمال طرائق التقدير الثلاثة وهي (طريقة مقدر الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة التقلص) واختيار الطريقة المثلى.

2-استعمال الطرائق الثلاثة (ML,LS,Sh)لتقدير معولية النظام التتابعي (cascade) المضبب لتوزيع ويبل لبيانات حقيقية التابعة لجهازي المعجل الخطي لمعالجة الاورام.

3-اجراء مقارنة بين الجانب التجريبي والجانب التطبيقي لمعرفة ما مدى مطابقة نظام المحاكاة مع الواقع العملي.

4-1الاستعراض المرجعي Review of Literature

تعددت البحوث منذ سنوات القرن الماضي حول تقدير معولية النظام cascade للإجهاد (stress) والمتانة (Strength) لكثير من نماذج الفشل الشائعة في التطبيقات العملية وبمختلف طرائق التقدير الاعتيادية (التقليدية) وطرق البيزية، ففي عام (1975) قام الباحثان (S. N. N. Pandit & G. L. Sriwastav[49] بإيجاد تعبيرات لمعولية نظام n-cascade للإجهاد والمتانة التي تتبع توزيع أسي وتوزيع كاما وتوزيع طبيعي بوجود عامل التحسين (k) ثابت، فاستنتج الباحثان عند زيادة قيمة متغير المتانة فان المعولية الحدية الثانية R (2) تنخفض، وكذلك وجدا عندما يكون الإجهاد اكبر من المتانة فان معولية النظام تقل.

وقام الكثير من الباحثين والمهتمين بدراسة سلوك وتقدير معولية الأنظمة خلال القرن الماضي والقرن الحالي

وفي هذه الرسالة سيتم عرض خلاصة مركزة لبعض البحوث والدراسات السابقة ذات علاقة بموضوع الرسالة ابتداء من عام 2012 وانتهاء بالعام الحالي:

ففي عام 2012 قام الباحث (Sundar) [51]

بدراسة حالة المعولية لنظام n-cascade ، الذي تكون توزيعات الإجهاد والمتانة الخاصة به هي (Weibull)يتم الحصول على تعبيرات لمعولية النظام عندما تكون توزيعات الإجهاد والمتانة هي (weibull) يتم حساب قيم المعولية لنظام التتابعي لتوزيع (weibull) ويتم عرضها بيانيا، واستنتجت الدراسة واقيم مختلفة من المعلمات، هناك تحسنا جيدا جدا في المعولية ومن هنا استنتج الباحث أن الأنظمة ذات قيم المعلمات الأقل تكون أكبر معولية عندما تكون توزيعات الإجهاد والمتانة هي ويبل (weibull) .

وفي عام 2013 قام الباحثان(Maheswari &Swathi)[44]

بدراسة معولية نظام (n-cascade) للإجهاد (stress) والمتانة (Strength) حيث يتبع الإجهاد توزيع الآسي المختلط والمتانة توزيع الآسي، إذ قاما بحساب معولية الحدية لكل من R(1),R(2),R(3),R(4) وكذلك ووجدا صيغة لمعولية (n-cascade).

وخلال عام 2014 قام الباحثان (Kham&Jan)[39]

بتقدير معولية الأنظمة متعددة المكونات في نماذج الإجهاد (stress) والمتانة (Strength)، افترض أن المكونات في النظام لكل من الإجهاد (stress) والمتانة (Strength) مستقلة وتتبع توزيعات احتمالية مختلفة. أسي ، كاما ، لندلي. تم النظر في ظروف مختلفة للإجهاد والمتانة. في ظل هذه الافتراضات ، تم الحصول على معولية النظام بمساعدة الأشكال المحددة لوظائف الكثافة في نظام الاستعداد n عندما تكون جميع نقاط المتانة (Strength)والإجهاد متغيرات عشوائية، إذ قدر الباحثان المعولية الحدية لكل من R (1)، R (2)، R (3) الخ. تم الحصول عليها بناءً على نموذج الرياضي n-cascade.

وفي عام 2015 تمكن الباحثان(Swathi & Maheswari) [52]

من إيجاد معولية نظام (cascade) (k of m) مع فقدان (m) من المكونات من بعد (k) من المتغيرات الإجهاد stress، وتم إيجاد المعادلة العامة لمعولية النظام (n-cascade)وكذلك قام الباحثان باشتقاق معولية لنموذج الإجهاد(stress) والمتانة (Strength) مع نهج ماركوف ،ومن ثم وجد الباحثان معولية نظام (6-cascade) إلى 2 عدد من الإجهاد.

وفي عام 2016 قام الباحثان(Mutkekar & Munoli) [45]

بدراسة نظام cascade (1+1) لتوزيع الآسي تحت تأثير مشترك من عامل التوهين والإجهاد (stress) والمتانة (Strength)، وللحصول على مقدرات دالة المعولية باستعمال مقدر الإمكان الأعظم (ML) ومقدر غير متحيز للتباين الأدنى Uniformly Minimum Variance Unbiased Estimators (UMVUE). وكذلك على توزيع مقارب للمعلمات، ووجد إن معولية النظام تتحسن عند القيم الكبيرة لمتغير المتانة (m) والقيم الصغيرة لعامل التوهين (k). وتقديرات المعولية تكون أفضل لقيمة اكبر من حجم العينة n وجد إن مقدر المعولية التي تم الحصول عليها من UMVUE أفضل من ML عن طريق معيار متوسط مربع الخطأ (MSE).

وفي العام (2016)أيضا قام الباحث (وآخرون -Devi) [20]

بدراسة نموذج المعولية للنظام التتابعي لتوزيع لندلي n-cascade لنموذج الإجهاد (stress) والمتانة (Strength)، إذ يحل المكون الاحتياطي مكان المكونات الفاشلة لتقليل قيمة الإجهاد (stress)والمتانة التي تتوزع بشكل مستقل عن بعضها البعض، حيث قام الباحث بإيجاد المعوليات الحدية R(1),R(2),R(3) and R_3 ثم قام بحساب القيم المحددة للمعلمات، استنتج أن مع زيادة معلمة الإجهاد ، تزداد معولية النظام وتقل معولية النظام إذا زادت معلمة المتانة عندما يتبع الإجهاد والمتانة توزيع لندلي.

وفي العام 2017 قام الباحثان (Doloi & Gogoi) [21]

بدراسة نموذج التتابعي لتوزيع الآسي ولندلي، إذ اعتبر حالتين لمعولية النظام، إذ إن الحالة الأولى هي إن المتانة (Strength) تتوزع توزيع أسي بمعلمة واحدة والإجهاد (stress) يتوزع توزيع لندلي، إما الحالة الثانية هي إن المتانة (Strength) تتوزع لندلي وان الإجهاد stress يتوزع أسي بمعلمة واحدة، فقد توصل الباحثان في الحالة الأولى إن زيادة معلمة الإجهاد γ stress ومعامل التوهين k بينما تبقى معلمة المتانة (Strength- θ) ثابتة فان معولية النظام R_2 تزداد والمعولية الحدية R(1) تزداد بينما R(2) تتناقص ،إما في الحالة الثانية إن زيادة معلمة الإجهاد λ ومعامل التوهين k بينما تبقى معلمة المتانة θ ثابتة فإن معولية النظام R_2 تزداد والمعولية الحدية R(1) تزداد بينما R(2) تتناقص.

وكذلك خلال العام 2017 ناقش الباحثين (Karam & Husieen) [30]

معولية النظام n-cascade عندما يكون الإجهاد (stress)والمتانة (Strength) تتوزع فرجت ، وهي عبارة عن متغيرات عشوائية مستقلة، إن النظام التتابعي هو حالة خاصة من النظام الاحتياطي

عند n=2,3,4، حيث يحل المكون الاحتياطي محل المكون الفاشل مع انخفاض قيمة الإجهاد (stress) والمتانة (Strength) بشكل مستقل، إذ قام الباحثان بتقدير معولية الحدية لكل من R(4) R(1), R(2), R(3), من النموذج التتابعي في حالات مختلفة إذ استعملا 12 حالة خاصة وناقشا القيم معولية النظام R_2 R_3 R_4 لكل الحالات

وفي العام 2018 قدر الباحثان(Karam & Khaleel) [31]

معولية لنظام ألتتابعي (2+1) عندما تكون المتانة (Strength) والإجهاد (stress) لهما توزيع ويبل حيث معلمة القياس غير معلومة ومعلمة الشكل معلومة، إذ استعمل الباحثان أربع طرائق تقدير منها (ML), Moment estimation method(MO), **Least square estimation** (**method** LS) and **Weighted least square estimation method** (WLS) **Maximum likelihood estimation method**،ولإيجاد أفضل طريقة تقدير لمعولية النظام استعمل المحاكاة في برنامج الماتلاب 2016 بالاعتماد على معيار MSE حيث وجدا إن أفضل طريقة من بين الطرائق الأربعة هي طريقة ML

في عام (2018)قام الباحث (علي)[12]

بتقدير معلمات توزيع فرجت وهما معلمة القياس ومعلمة الشكل باستعمال ثلاث طرائق للتقدير هي طريقة الامكان الاعظم (ML)وطريقة بيز وطريقة العزوم(MO)) عندما تكون اوقات الحيات عبارة عن ارقام ضبابية ومن ثم استعمال التقدير المعلمات للحصول على تقدير المعولية الضبابية لتوزيع فرجت ،لإيجاد افضل طريقة استعمل الباحثان المعياران الاحصائيان هما MSE,MAPE ،استنتجت الدراسة افضلية طريقة بيز على طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم لأنها اعطت اقل متوسط مربعات الخطاMSE واقل متوسط مربعات الخطأ النسبي المطلقMAPE،

وفي عام 2019 قامت الباحثة (العبودي) [11]

باشتقاق الصيغة الرياضية لنظام cascade لأكثر من مكون تمتلك متانة (Strength(x)) وتتعرض لإجهاد مستقل (Y_1) وبوجود عامل التوهين (K) والذي يعمل على تصحيح مسار هذا النظام والعمل به، وقد توصلت الباحثة إلى دالة معولية لنظام cascade (R_2,R_3) بالاعتماد على الصيغة الرياضية المشتقة لتوزيع معكوس لندلي، وبعد ذلك تم تقدير R_3 لنظام Cascade لتوزيع معكوس لندلي وقد استعملت أربع طرائق تقدير هي ((طريقة الإمكان الأعظم(ML), طريقة التقدير Johuson(HJ) Herd , طريقة التقديرKaplan-Meier(KM) ، طريقة التقدير

((Median(Med))، كما أظهرت النتائج إن معولية النظام R_3 تزداد عن طريق زيادة قيمة معلمة المتانة (Strength)، بينما عند زيادة قيمة معلمة الإجهاد (stress) فان معولية النظام R_3 تتناقص، وكذلك أظهرت نتائج المحاكاة أن أفضل قيمة تقديرية كانت عند حجم عينة n= 150 بطريقة (ML) ولو بنسبة ضئيلة عن طريقة التقدير (Med)

وفي عام 2020 قدر الباحثان (Hussein& Neaama) [26]

دالة المعولية لنظام ألتتابعي لنماذج الإجهاد(stress) والمتانة (Strength) لتوزيع ويبل- فرجت لنظام يحتوي على مكون واحد ومكونين وثلاث مكونات، ولإيجاد تقدير دالة المعولية استعمل ثلاثة طرائق تقدير وهي طريقة بيز وطريقة الإمكان الأعظم وطريقة اقل مربع (LSM) وباستعمال المحاكاة أظهرت الدراسة وجود علاقة طردية بين قيمة دالة المعولية و قيم معلمات توزيع ويبل، كما أظهرت الدراسة وجود علاقة عكسية بين قيم معلمات توزيع فرجت وقيمة دالة المعولية ، وتوصل الباحثان أيضا إن طريقة تقدير الأكثر دقة هي (ML) إذا كانت العينات كبيرة إما إذا كانت العينات صغيرة فان طريقة بيز هي الأكثر دقة إما إذا كانت العينات متوسطة فان طريقة (LSM)هو الأكثر دقة

وكذلك في عام (2020) قام الباحث (Hussein)[27]

بدراسة بعض خصائص توزيع معكوس لندلي الذي ينتمي إلى توزيعات العائلة الأسية ويمكن كتابته كانعكاس لتوزيع لندلي، إذ تعتبر النماذج cascade حالة خاصة من التكرار الاحتياطي للمتانة والإجهاد، تمت محاكاة نماذج cascade مع متغيرات الإجهاد والمتانة التي تتبع توزيع لندلي العكسي، وكذلك قام الباحث بتقدير دالة المعولية لتوزيع لندلي العكسي لنماذج سلسلة المتانة و الإجهاد باستعمال طريقتين هما طريقة الإمكان الأعظم (Likelihood) وطريقة بيز(Bayes method) وبينت الدراسة إن هنالك توافق بين هاتين الطريقتين أي من خلال استخدام المعيار الإحصائي (MSE) تبين إن طريقة بيز هي الأفضل عند إحجام العينات (10,25)في حين طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل عند إحجام العينات (50,75,100).

وفي عام 2020 أيضا قام الباحث (Kanaparthi وآخرون) [38]

بتقدير نموذج المتانة (Strength) والإجهاد (stress) معولية النظام التتابعي إذ استعمل مزايا النموذج الإحصائي معولية النظام مع العلم إن جميع المكونات مستقلة وتتبع توزيع رايلي -باريتو واستعمل النظام فقط عندما تكون المتانة (Strength) اكبر من الإجهاد (stress) ، وأظهرت

النتائج من خلال افتراض قيم مختلفة للمعلمات اظهرت تغير ملحوظ في قيمة معولية النظام التتابعي بشكل كبير.

وخلال العام 2020 قام الباحث (Raheem)[50]

بدراسة معولية النظام التتابعي cascade (2+1) لتوزيع معكوس الآسي إذ استعمل ثلاث مقدرات لتقدير وهي مقدر الإمكان الأعظم (ML)ومقدر غير متحيز للتباين الأدنى Uniformly Minimum Variance Unbiased Estimators (UMVUE) ومقدر اختبار أول تقليص واحد (PTSSSE) وبالاعتماد على معيار متوسط مربع الخطأ (MSE) وبواسطة محاكاة مونتي – كارلو أظهرت النتائج أن أداء مقدر (PTSSSE) هو الأفضل لتقدير معولية النظام التتابعي أي يعطي (MSE) اقل ما يمكن وجاء المقدر (UMVUE)بالمرتبة الثانية.

وكذلك في العام 2020 ذاته قام الباحثان (Kadem & Karam) [34]

بدراسة نظام التتابعيcascade للإجهاد stress والمتانة (Strength) لمعولية لتوزيع معكوس رايلي متغير عشوائيا، إذ قام الباحثان بتقدير المعولية R_1, R_2, R_3 لنظام cascade من خلال طرائق التقدير الثلاثة (ML,Weighted Least Square and Least Square) ومقارنته بين مقدر R_4 واستنتج الباحثان ان افضل طريقة لتقدير نظام التتابعي هي (ML)لأنها تعطي (MSE)اقل ما يمكن .

وفي عام 2021 اشتق الباحثان (Khaleel& Khlefha)[35]

صيغة رياضية لمعولية (1+1)لنظام cascade لتوزيع ويبل ويمكن الحصول على معولية النظام عندما تكون المتغيرات العشوائية تتبع توزيع ويبل لكل من المتانة (Strength) والإجهاد(stress)وذلك باستعمال ثلاث طرائق تقدير وهي (ML,PR,LS) وبواسطة المحاكاة في برنامج الماتلاب وبالاعتماد على مقياس متوسط مربع الخطأ (MSE) أظهرت النتائج أن أفضل طريقة تقدير من بين ثلاث طرائق هي (ML) لأنها تعطي اقل خطا ممكن .

وفي العام 2021 ذاته اشتق الباحث (Khaleel) [36]

الصيغة الرياضية لمعولية النظام التتابعي للإجهاد (stress) والمتانة (Strength) للنموذج (2+2) التي تأخذ توزيع ويبل لكل منهما وبصورة مستقلة ،ولتقدير معولية النظام وباستعمال مقياس (MSE) استعمل ثلاث طرائق وهي ((الإمكان الأعظم (ML) وتقدير الانحدار (RG)

و(PE) Percentile Estimation)) ومن خلال نتاج المحاكاة وجد أن أفضل طريقة للتقدير معولية النظام هي (ML) في ثمانية محاولات وأن طريقة (PE) قريبه من (ML).

وكذلك في العام نفسه قدر الباحث (Khaleel) [40]

معولية النظام التتابعي للنموذج (3+1) لتوزيع الآسي لكل من الإجهاد stress والمتانة (Strength) بافتراض إن المتغيرات مستقلة واستعمل ثلاثة طرائق تقدير)) Maximum Likelihood (ML),Percentile ((Estimation (PR),Least Square (LS) وباستخدام المحاكاة استنتجت الدراسة إن أفضل طريقة من بين الطرائق الثلاثة هي طريقة (ML) في ست محاولات .

وفي عام (2021) استعمل الباحثان (**Karam& Yousif**)[41]

n-cascade مع $p(x<y<z)$ لإيجاد معولية نظام الاجهاد والمتانة، حيث ان (x,z) تمثل متغيرات المتانة وان y يمثل متغير الاجهاد، اذ يتم الحصول على تعبيرات معولية نظام الاجهاد والمتانة (n-cascade) لأربع توزيعات مختلفة وهي (باريتو-الاسي، معكوس الاسي، الاسي -معكوس رايلي، فرجت)، واخذ قيم محددة للتوزيعات، اذ استنتج الباحثان صيغة لمعولية النظام لأربعة توزيعات مختلفة ووجدا أن هناك تأثيرات مختلفة لأشكال التوزيعات الخاصة لكل متغيرات الاجهاد والمتانة.

وفي العام نفسة(2021) قام الباحثان (Karam &Marir) [43]

بدراسة معولية نظام cascade(3+1) لتوزيع فرجت لكل من متغيرات العشوائية الاجهاد والمتانة، إذ استعملت الباحثة سبعة طرائق للتقدير وهي(ML,MO,LS,WLS,Rg,Pr and Pi)واجريت المحاكاة باستعمال برنامج الماتلاب 2012 لمقارنة بين افضلية المقدرات بالاعتماد على معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) إذ استنتجت الباحثة أن افضل مقدرين من بين المقدرات السبعة هي(ML,Pi).

نلاحظ من خلال الدراسات السابقة أنها اكتفت فقط باشتقاق وتقدير معولية النظام cascade التقليدي وبالطرائق التقليدية والبيزية فإنها استعملت عدة توزيعات احتمالية لنماذج الإجهاد (stress) والمتانة (Strength))إلا أنها لم تراعي دقة البيانات والغموض الموجود فيها ، وبسبب التطور الحاصل في المعدات والأجهزة الالكترونية والمكائن المعقدة وبدا استعمال المنطق الضبابي

في التقدير فجاءت هذه الدراسة وهي دراسة معولية النظام cascade المضبب (Fuzzy) مواكبة مع متطلبات الدراسات الحديثة واستعمال الضبابية في التقدير، لأنها أكثر شمولية من الطرائق التقليدية.

الفصل الثاني

الجانب النظري

2-1-التمهيد *Preface*

يتناول هذا الفصل بعض المفاهيم الأساسية لدالة المعولية للمكونات والانظمة وطرائق ربط المكونات للأنظمة المختلفة كما يتضمن اشتقاق الصيغ الرياضية لمعولية نظام cascade للإجهاد والمتانة على افتراض أن المتانة تتبع توزيع ويبل والاجهاد يتبع توزيع ويبل بمعلمات مختلفة كما يشتمل هذا الفصل على اهم المفاهيم الأساسية للضبابية وكذلك اشتقاق صيغه رياضيه لمعولية نظام cascade المضبب Fuzzy للاجهاد والمتانة لتوزيع ويبل وايجاد بعض طرائق التقدير.

2-2- أولا- المفاهيم الأساسية Basic concepts

تقوم هذه الفقرة بعرض أهم المفاهيم الأساسية للمعولية وأنظمة الربط وإيجاد صيغة رياضية لمعولية نظام cascade لتوزيع ويبل .

2-2-1المعولية Reliability [3][12][14][11]

تعرف المعولية بأنها احتمال بقاء الوحدة (Item) أو المكون (Component) يعمل ما لم يصيبه عطل خلال فترة [0,t]، منحنى دالة المعولية يتصف بانه منحنى رتيب وموجب ومستمر ومتناقصة، أن دالة المعولية شائعة الاستعمال لوصف ودراسة الأنظمة والمعدات في الجانب الصناعي والهندسي وغيرها من الجوانب الأخرى، و على فرض إن(T) متغير عشوائي مستمر اكبر من الصفر فان المعولية $R(t)$هي كالاتي:

$$\mathrm{R(t)} = p_r(T > t) \qquad ;t\geq 0$$

$$\mathrm{R(t)} = \int_t^{\infty} \mathrm{f(x)}\, dx$$

$$\mathrm{R(t)} = 1 - \int_0^{t} \mathrm{f(x)}\, dx$$

$$\mathrm{R(t)} = 1 - F(t) \;.... \quad (1-2)$$

وتتصف دالة المعولية بالخصائص الاتية:

١- $R(0) = P_r(T < 0) = 1$

٢- $R(\infty) = 0$

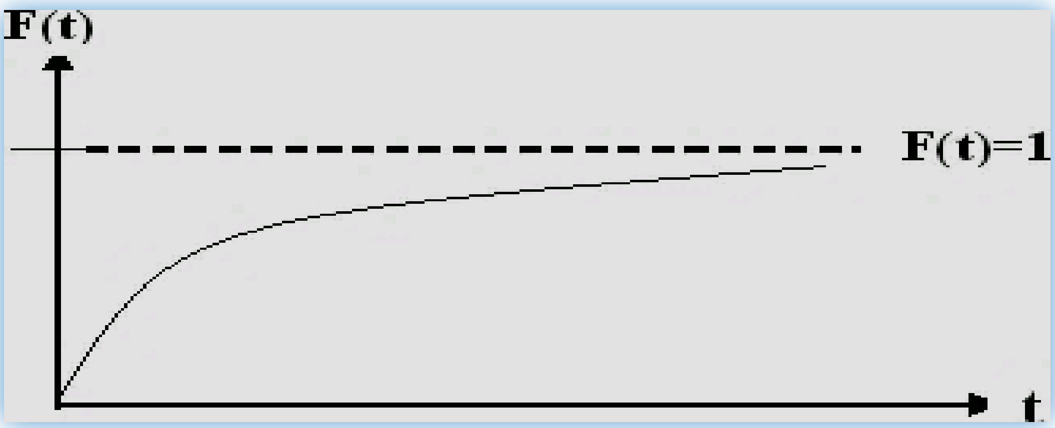
٣- $0 \leq R(t) \leq 1$

٤- $R(t) + F(t) = 1$

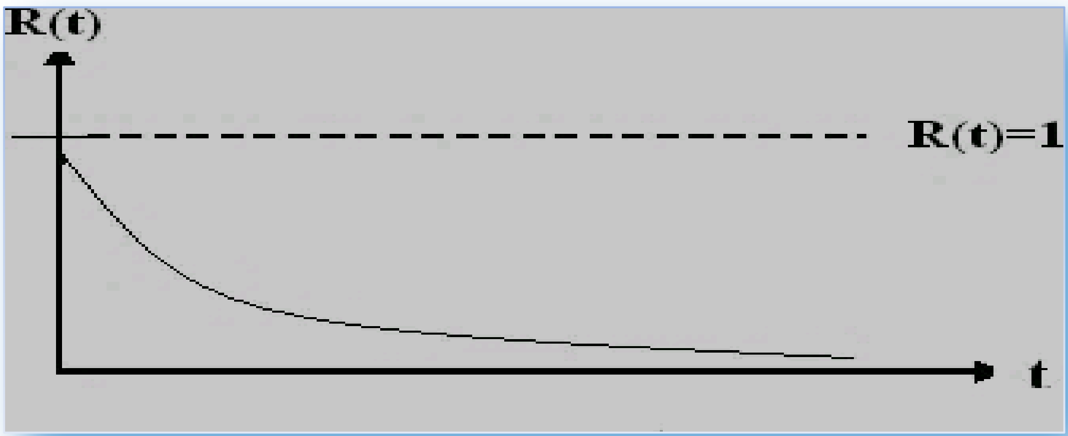
٥- إما إذا كنت $t_1 < t_2$ فان

$$R(t_1) \geq R(t_2)$$

ويمكن توضيح من خلال الشكلين التاليين كل من الدالة التوزيع التراكمية ودالة المعولية



الشكل (2-1)يمثل دالة التوزيع التراكمية (cdf)[11]



الشكل(2-2) يمثل الدالة المعولية[11]

2-2-2معولية الأنظمة Systems Reliability [11],[9]

يمكن تعريف النظام على إنه مجموعة من الوحدات (Items) أو المكونات (Components) التي يتم ربطها بشكل معين، إذ يكون للنظام القدرة على انجاز المهمة التي وضع من اجلها إذا كانت قيمة دالة التركيب (Structure Function) تساوي واحد عدا ذلك يكون النظام متوقف او عاطل عن العمل اي أن:

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1 & \text{النظام يعمل} \\ 0 & \text{النظام لا يعمل} \end{cases}$$

إذ إن $\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ تمثل دالة التركيب Structure Function

وطالما دالة التركيب تساوي واحد فإن النظام يعمل، إما إذا كانت دالة التركيب تساوي صفر فإن النظام لا يعمل، ويمكن التعبير عن نظام المعولية بالصيغة الآتية:

$$R_S(\mathrm{t}) = \Pr[\mathrm{T} > t]$$

$$R_S(\mathrm{t}) = \Pr[\,\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1]$$

$$R_S(\mathrm{t}) = 1 - \Pr[T \le t]$$

$$R_S(\mathrm{t}) = 1 - \Pr[\,\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0]$$

$$R_S(\mathrm{t}) = 1 - F_s(t)$$

إذ يوجد عدة أنواع من أنظمة الربط عند تقدير المعولية وهي كالأتي:

1-2-2-2النظام التوالي (المتسلسل) Series System [9],[15]

يمكن تعريف نظام المتسلسل على أنه احد أنظمة الربط الذي يتألف من عدة وحدات أو مكونات مربوطة بصورة متتالية، يستمر النظام بالعمل عندما تكون مكوناته أو وحداته جميعها تعمل، عند توقف احد مكوناته يتوقف النظام بأكمله عن العمل، هذا يفسر أن معولية النظام التوالي هي اقل من معولية كل مكون (Component) من مكونات هذا النظام.

$$\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1 & , \; x_1 = 1 \,, x_2 = 1 \,, \ldots , x_n = 1 \\ 0 \;, & Any \; one \; of \;\; x_i = 0 \end{cases}$$

ان معولية النظام المتوالي (Series System) تساوي حاصل ضرب معولية وحدات النظام وعلى فرض ان معولية كل مكونات النظام مستقلة عن بعضها البعض

$$R_s(t) = R_1(t)R_2(t) \ldots R_n(t)$$

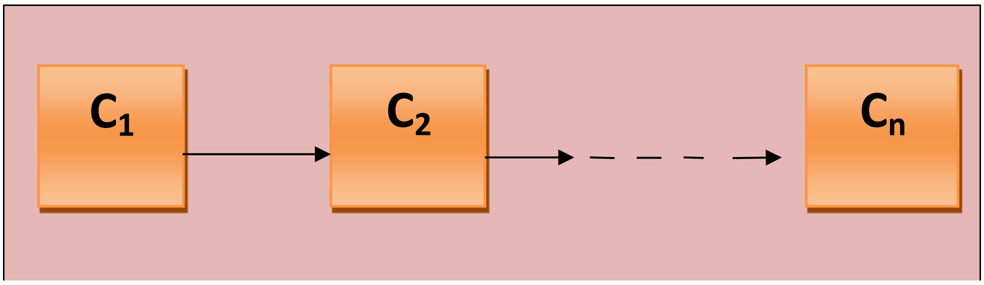
$$R_s(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \quad \ldots (2-2)$$

إذ إن:

$Ri(t)$: تمثل المعولية لمكون أو الوحدة i

$R_s(t)$: تمثل معولية النظام المتوالي

ويبين الشكل (2-3) نظام متوالي الى (n) من المكونات



الشكل (2-3) يمثل مخطط النظام المتتالي[إعداد الباحث]

إذ إن $C_1, C_2, \ldots, C_n$ تمثل مكونات النظام المتوالي.

2-2-2-2 النظام المتوازي Parallel System [15],9]

يمكن تعريف النظام المتوازي على أنه احد أنظمة الربط الذي يتكون من عدة وحدات أو مكونات مربوطة بصورة متوازية، يستمر النظام بالعمل بشرط وجود مكون من مكوناته على الأقل يعمل.

$$\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1 & , \; at \; least \; one \; of \;\; x_i = 1 \;\; , i = 1,2, \ldots , n \\ 0 & , \;\; x_1 = 0 \,, x_2 = 0 \,, \ldots , x_n = 0 \end{cases}$$

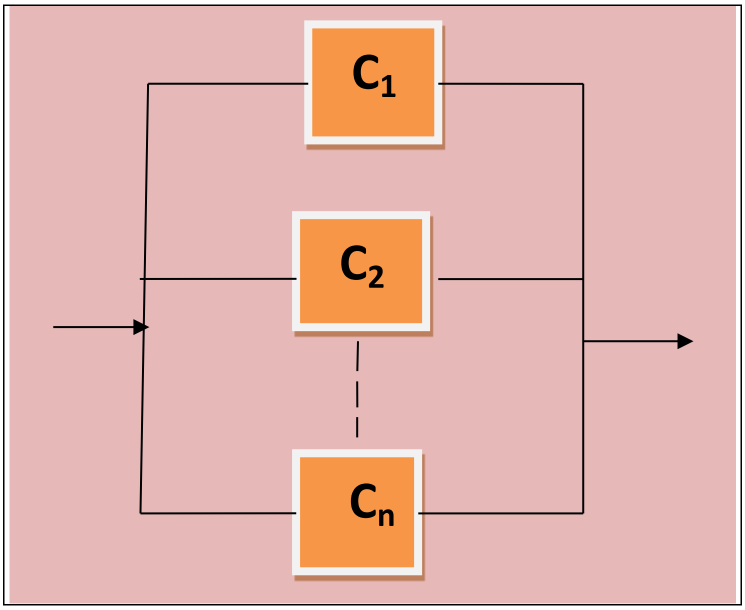
وأن الصيغة الرياضية لمعولية نظام المتوازي هي كالاتي:

$$R_p(t) = 1 - \Pr(all\ x_i = 0)$$

$$R_p(t) \ = 1 - [1 - R_1(t)][1 - \ R_2(t)] \dots \ [1 - R_n(t)]$$

$$R_p(t) \ = 1 - \prod_{i=1}^{n}[1 - R_i(t)] \qquad \dots \quad (3-2)$$

ويمكن توضيح شكل النظام من خلال المخطط الأتي:



الشكل(2-4)يمثل مخطط النظام المتوازي [إعداد الباحث]

إذ أن $C_1,C_2,\dots,C_n$ تعبر عن مكونات أو أجزاء النظام.

3-2-2-2التركيب المتوازي لـk من n (k-out of –n parallel configuration) [11],[19]

إن النظام (k-out of-n) يعد حالة خاصة من النظام المتوازي، يتطلب هذا النوع من الانظمة أن تعمل (k) من المكونات على الأقل من إجمالي المكونات لكي يعمل النظام إي أن:

$$\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1 \quad , & if \ \sum_{i=1}^{n} x_i \ge k \\ 0 \quad , & if \ \sum_{i=1}^{n} x_i < k \end{cases}$$

والصيغة الرياضية لمعولية النظام $R_S(t)$ هي كالتالي:

$$R_s(t) = \sum_{r=k}^{n} \binom{n}{r} R^r \, (1-R)^{n-r} \qquad \ldots \ (4-2)$$

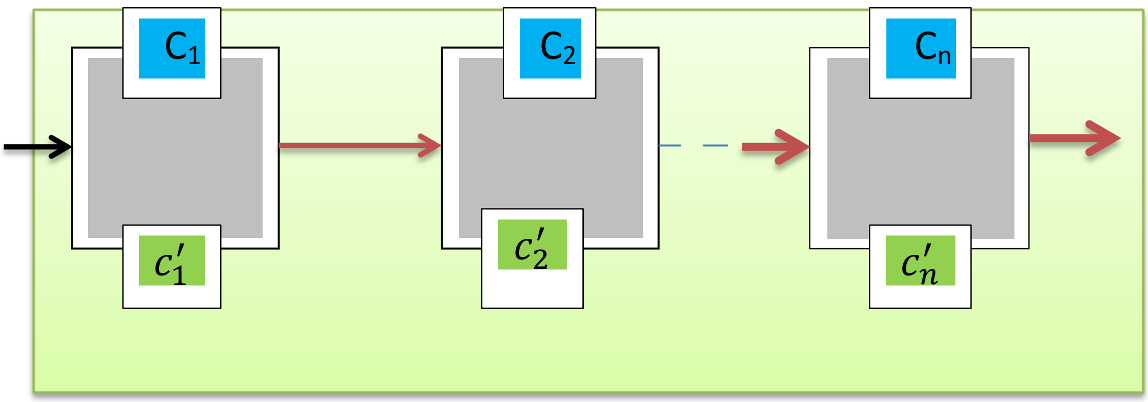
وأن سلوك النظام يقترب من النظام المتسلسل عندما k=n

4-2-2-2النظام الاحتياطي Redundance System [11],[26]

هو احد أنواع أنظمة الربط إذ يحتوي على مكونين فأكثر فعند توقف المكون الأول عن العمل بسبب الإجهاد المسلط عليه يحل محله المكون الأخر وهذا يجعل النظام مستمر بالعمل مما يؤدي إلى زيادة قيمة المعولية له، ويتكون هذا النظام من نوعين:

❖ مستوى الاحتياط المنخفضRedundancy Low-Level

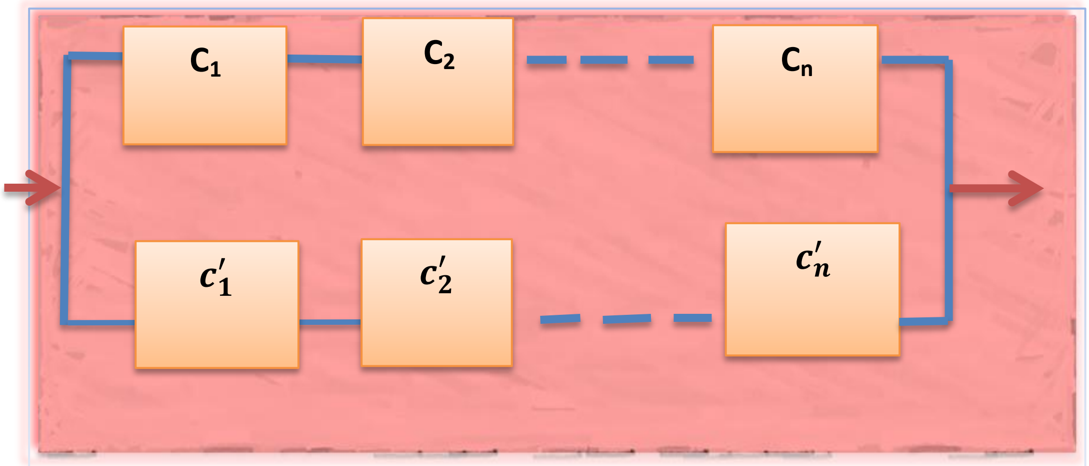
ويقصد به هو جعل لكل مكون (Component) في النظام مكون واحد احتياطيا او اكثر من المكونات المتوازية، والشكل الأتي يوضح ذلك:



الشكل(2-5) يمثل مستوى الاحتياطي المنخفض[اعداد الباحث]

❖ مستوى الاحتياط المرتفع Redundancy High-Level.

ويقصد به هو ربط النظام بأكمله بالتوازي مع نظام في وضع الاستعداد او اكثرمتماثل. والشكل الأتي يوضح ذلك:



الشكل (2-6) يمثل مستوى الاحتياطي المرتفع [إعداد الباحث]

إذن نستنتج أن معولية نظام الاحتياطي عالي المستوى اقل من معولية نظام الاحتياطي منخفض المستوى.

إذ إن: $C_1,C_2,\ldots,C_n$ تمثل مكونات النظام

$c'_1, c'_2, \ldots, c'_n$ تمثل مكونات الاحتياطية للنظام

2-2-3نظام التتابعي (cascade) للإجهاد والمتانة[[46],[44],[39],[26]]

يعد نظام التتابعي (cascade) حالة خاصة من النظام الاحتياطي (standby redundancy) لنموذج المتانة والإجهاد، إذ يعرف الإجهاد بانه مقدار القوة المسلطة لحدوث توقف المكون (component) عن العمل أو توقف النظام، إما المتانة فيقصد منها مقاومة المكون لإنجاز العمل المطلوب من دون توقف أو عطل، ومن فرضيات هذا النظام احتوائه على (n) من مكونات يعمل منها مكون واحد فقط تحت تأثير الإجهاد في حين يوجد (n-1) من مكونات الباقية في وضع الاستعداد(standby)، عند توقف المكون الأول نتيجة الإجهاد الكبير المسلط علية الذي يفوق متانة هذا المكون يقوم احد المكونات الذي في حال انتظار بالعمل مكان المكون العاطل ويعمل في نفس الظروف التي فشل بها المكون الأول، حيث يتم تخفيض الإجهاد على هذا المكون وذلك من

خلال عامل التوهين(Attenuation factor)ويرمز له بالرمز($\mathcal{K}$)، ويعمل عامل التوهين على تحسين عمل المكون الثاني إذ يقوم بتخفيض الإجهاد، وبفضل وجود هذا العامل يجعل نظام (cascade) حالة خاصة من النظام الاحتياطي، بافتراض إن عامل التوهين للمكون الأول يساوي واحد ($\mathcal{K} = 1$) وبصورة عامة

$$y_2=\mathcal{K}y_1,\ y3=\mathcal{K}y_2=\mathcal{K}^2y_1\ldots y_i=\mathcal{K}^{i-1}y_1$$

$$y_i=\mathcal{K}y_{i-1}=\mathcal{K}^*y_1 \qquad ;\mathcal{K}^*=\mathcal{K}^{i-1}\ ,i=1,2,\ldots$$

إن نظام (cascade) ما هو إلا أسلوب لزيادة معولية النظام، يتوقف النظام إذا توقفت جميع مكوناته نتيجة الإجهاد المفروض عليه.

يعمل نظام (cascade) من خلال مكون واحد أو مكونات متعددة فعند العمل بنظام مكون واحد يتم تشغيل مكون واحد ليواجه الإجهاد وبقاء (n-1)من المكونات في وضع الاستعداد وهذا النظام يسمى cascade(1+1).

إما العمل في مكونات متعددة وذاك من خلال تشغيل مكونين والمكون الثالث يكون في وضع الاستعداد وهذا النظام يسمى(cascade(2+1 وهذا النظام هو حالة خاصة من نظام cascade(1+1).

وفي هذه الرسالة سوف نستعمل نظام(cascade(1+1 لتوزيع ويبل ذو معلمتين لكل من الإجهاد والمتانة وعلى فرض إن هذه المتغيرات مستقلة.

2-2-4معولية نظام التتابعي (cascade) [46],[11]

إن معولية النظام التتابعي تعبر عن العلاقة بين متغيرين عشوائيين، هما المتانة والإجهاد، ففشل أي مكون في نظام (cascade) يحدث عندما يكون احتمال الإجهاد أكبر من احتمال المتانة،إذ يتم تنشيط مكون آخر من وضع الاستعداد ليحل محل المكون العاطل، يجب إعادة تعيين الإجهاد مرة أخرى بعد توقف أي مكون، في نظام تتابعي لنموذج المتانة والإجهاد يعمل عندما يكون احتمال المتانة أكبر من الإجهاد(p_r(x>y)، تستمر معولية النظام بالعمل على الرغم من توقف المكون الأول عن العمل وذلك بسبب بقاء (n-1) من المكونات في وضع الاستعداد ويتوقف النظام عن العمل عند توقف جميع مكوناته.

في هذه الرسالة تم اعتماد معولية نظام (3-cascade) لتوزيع ويبل لكل من الإجهاد والمتانة إذ يتم الحصول على معولية النظام وذلك من خلال إيجاد المعوليات الحدية إذ نحصل على المعولية الحدية الأولى R(1) للنظام وذلك من خلال المكون الأول (c_1) باستعمال المتانة(x_1) مع الإجهاد(y_1)، يمكن الحصول على المعولية الثانية R(2)للنظام من خلال المكون الثاني (c_2) بعد توقف المكون الأول عن العمل بسبب الإجهاد المفروض علية، فالمكون الثاني سيواجه الإجهاد بمقدار $y_2= \mathcal{K}$ $_1y_1$ ، كذلك يتم الحصول على المعولية الحدية الثالثة R(3) للنظام من خلال المكون الثالث (c_3) بعد توقف المكون الثاني عن العمل بسبب الإجهاد المفروض عليه، فالمكون الثالث سيواجه الإجهاد بمقدار $y_3= \mathcal{K}^2 y_1$

5-2-2النموذج الرياضي العام Model General Mathematical [26],[27],[51]

نفرض أن X متغير عشوائي يمثل متانة(Strength)ونفرض إن Y متغير عشوائي يمثل الإجهاد (Stress)، إذن معولية النظام في هذه الحالة تكون كالآتي :

$$R = \Pr(x > y)$$

$$= \int_{y=0}^{\infty} \left(\int_{x=y}^{\infty} f(x)dx \right) g(y)dy \quad \dots (5-2)$$

إذ إن $f(x); g(y)$ يمثلان الدالة الكثافة الاحتمالية probability density function لمتغيري الاجهاد والمتانة.

على فرض أن $x_1, x_2, \dots, x_n$ تمثل متغيرات المتانة (Strength) للمكونات $C_1, C_2, \dots, C_n$ حسب الترتيب وهي متغيرات عشوائية مستقلة بدالة كثافة احتمالية pdf $f_i(x_i) \quad ; i =$ $1,2, \dots, n$ وان $y_1; y_2; \dots; y_m$ يمثل الاجهاد (Stress) المسلط على المكونات وهي متغيرات عشوائي مستقل ولها دالة كثافة احتمالية $g_i(y_i) \; ; i = 1,2, \dots n$ ، فإذا كان ($x_1 \geq y_1$) فأن المكون الاول C_1 يعمل والنظام يعمل، وإذا كان ($x_1 < y_1$) يؤدي الى عطل (توقف) المكون C_1 ثم المكون الثاني C_2 يأخذ مكانه مع متانة x_2 وبما أن النظام فقد مكون واحد إلا أنه يستمر بالعمل أذا ($x_2 \geq y_2$)، وأن الصيغة الرياضية لمعولية نظام التتابعي (cascade) هي :

$$R_i = \sum_{i=1}^{n} R(i) \qquad \dots (6-2)$$

إذ إن:

R(i) تمثل المعولية الحدية الى i و i=1,2,…,n

R_i تمثل المعولية النظام الى i من المكونات و i=1,2,…,n

وتأتي دالة الحدية لمعولية R(n) وهو نظام المعولية للمكون n^{th} كالاتي :

$$R(n) = P\left[\left\{\bigcap_{i=1}^{n-1}(x_i < y_i)\right\}\bigcap(x_n \geq y_n)\right] \quad \dots(7-2)$$

$$= P[x_1 < \mathcal{K}^*{}_1 y_1, x_2 < \mathcal{K}^*{}_2 y_1, \dots, x_{n-1} < \mathcal{K}^*{}_{n-1} y_1, x_n \geq \mathcal{K}^*{}_n y_1] \dots(8-2)$$

$$\boldsymbol{R(n)} = \int_0^\infty \left(\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \boldsymbol{f_1(x_1)dx_1} \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 Y_1} \boldsymbol{f_2(x_2)dx_2} \dots \int_0^{\mathcal{K}^*{}_{n-1} y_1} \boldsymbol{f_{n-1}(x_{n-1})dx_{n-1}} \int_{\mathcal{K}^*{}_n Y_1}^\infty \boldsymbol{f_n(x_n)dx_n}\right) * \boldsymbol{g(y_1)dy_1}$$

$$R(n) = \int_0^\infty \left(F_1(\mathcal{K}^*{}_1 y_1)F_2(\mathcal{K}^*{}_2 y_1) \dots F_{n-1}(\mathcal{K}^*{}_{n-1} y_1)\bar{F}_n(\mathcal{K}^*{}_n y_1)\right) g(y_1)dy_1 \dots(9-2)$$

إذ إن :

$$F_i(\mathcal{K}^*{}_i Y_1) = \int_0^{\mathcal{K}^*{}_i Y_1} f_i(x_i)dx_i$$

$$\bar{F}_i(\mathcal{K}^*{}_i Y_1) = 1 - F_i(\mathcal{K}^*{}_i Y_1) \quad \dots(10-2)$$

$$\mathcal{K}^* = \mathcal{K}^{i-1}$$

إذ إن $i = 1,2,\dots,n$

وعليه تكون معولية نظام (n- cascade) هي عبارة عن مجموع المعوليات الحدية $R(i)$:

$$R_n = R(1) + R(2) + \dots + R(n)$$

2-2-6توزيع ويبل Weibull Distribution [8],[18]

هو احد التوزيعات المستمرة شائعة الاستعمال وخصوص في دراسة المعولية وفترات البقاء إذ يعد واحد من اهم توزيعات وقت الفشل وفي الهندسة والمعولية إذ استعمل في معولية بشكل كبير، سمي بهذا الاسم نسبة للعالم السويدي (Walodii Weibull) في عام(1939)، بما أن لدينا نظام التتابعي لمتغيري للمتانة والاجهاد لتوزيع ويبل، اي أن متغير المتانة (Strength)(x) يتوزع ويبل بالمعلمتين (α, β) وحسب الدالة الكثافة الاحتمالية pdf الآتية:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta}(\frac{x}{\beta})^{\alpha-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x}{\beta})^{\alpha}} \quad ; x \geq 0; \alpha; \beta > 0 \quad \ldots \ (11\text{-}2)$$

إذ إن:

α : تمثل معلمة الشكل(shape parameter) لمتغير المتانة(Strength)

β: تمثل معلمة القياس (scale parameter)لمتغير المتانة(Strength)

ومتغير الإجهاد(y) يتوزع ويبل أيضا بالمعلمتين (λ,θ) وبحسب دالة الكثافة الاحتمالية:

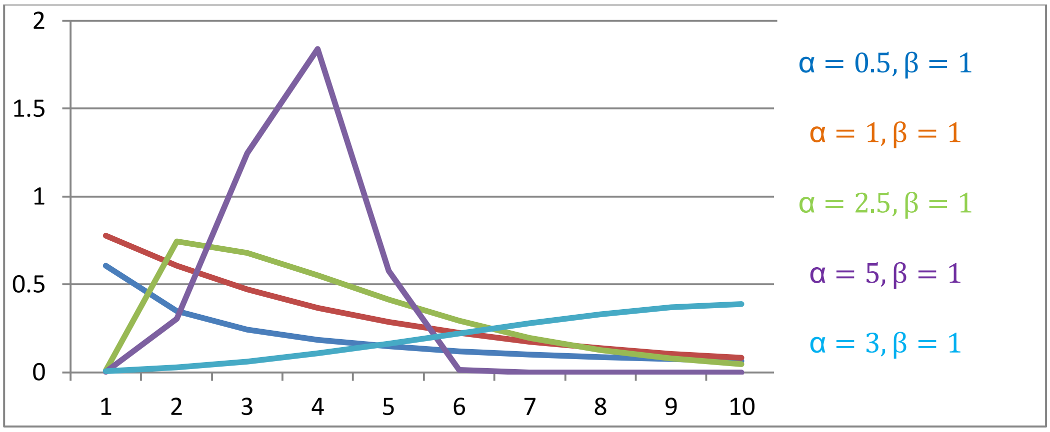
$$g(y) = \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-(\frac{y}{\theta})^{\lambda}} \quad ; y \geq 0;\ \lambda; \theta > 0 \quad \ldots \ (12-2)$$

إذ إن :

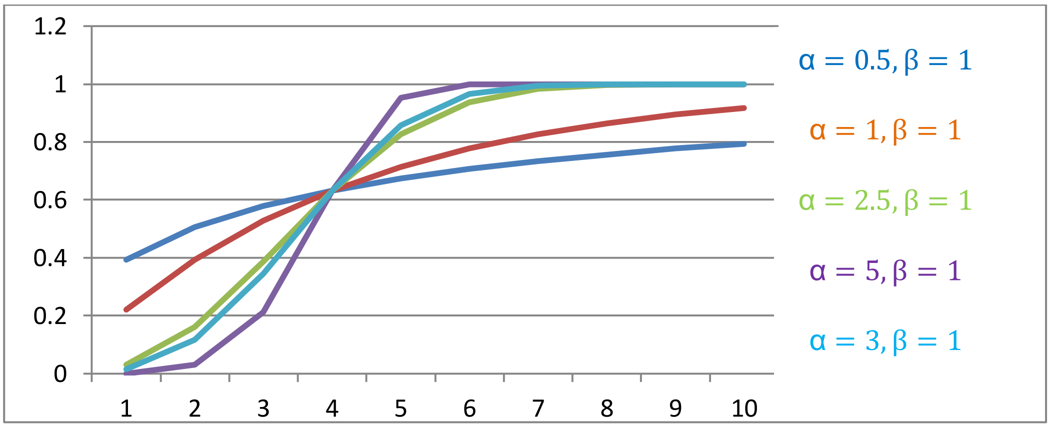
λ :تمثل معلمة الشكل (shape parameter) لمتغير الإجهاد(Stress)

θ :تمثل معلمة القياس (scale parameter) لمتغير الإجهاد(Stress)

والشكلين الآتيين يوضحان منحنى دالة الاحتمالية ومنحنى دالة التوزيع التراكمي لتوزيع ويبل بشكل عام:



الشكل (1-7)يمثل منحنى دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل[اعداد الباحث]



الشكل (2-8)يمثل منحنى دالة التوزيع التراكمية لتوزيع ويبل[اعداد الباحث]

ويمكن ايجاد دالة التوزيع التراكمي الحدية ودالة التوزيع التراكمي المشتركة لكل من متغيري المتانة والاجهاد.

2-2-6-1دالة التوزيع التراكمية الحدية(Cumulative distribution function)[17],[24]

على افتراض أن x متغير عشوائي مستمر له دالة كثافة احتمالية f(x) معرفة على الفترة

$\Omega = \{x: -\infty < x < \infty\}$. فاذا كانت x قيمة من قيم X تنتمي إلى Ω فإن دالة التوزيع تكون:

$$F(x) = p_r(X \leq x)$$

فإن دالة التوزيع التراكمي لمتغير المتانة Strength هي كالاتي:

$$F(x) = \int_0^x f(u)du \qquad \dots (13\text{-}2)$$

$$F(x)\int_0^x \frac{\alpha}{\beta}(\frac{u}{\beta})^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-(\frac{u}{\beta})^{\alpha}}du$$

$$F(x) = 1 - e^{-(\frac{x}{\beta})^{\alpha}} \qquad \dots(14-2)$$

وبنفس الطريقة اعلا فان دالة التوزيع لمتغير الإجهاد Stress (y) لتوزيع ويبل تكون كالأتي:

$$G(y) = 1 - e^{-(\frac{y}{\theta})^{\lambda}} \qquad \dots(15-2)$$

2-2-6-2دالة التوزيع التراكمية المشتركة[17]

Joint cumulative distribution function

يمكن تعريف دالة التوزيع المشتركة لتوزيع احتمالي مشترك هي قيمة احتمال المتراكم لغاية قيمة معطاة الى $(X_1,X_2,\dots,X_k)$ لتكن $(x_1,x_2,\dots,x_k)$ فان دالة التوزيع يرمز لها بالرمز $F(x_1,x_2,\dots,x_k)$ اذن:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_k) = p(X_1 \le x_1, X_2 \le x_2, \dots, X_k \le x_k) \quad \dots(16-2)$$

وبما ان توزيع ويبل من التوزيعات المستمرة فتكون

$$F(x_1, x_2, \dots, x_k) = \int_0^{x_1}\int_0^{x_2}\dots\int_0^{x_k} f(u_1, u_2, \dots u_k)du_k du_{k-1}\dots du_1 \dots(17-2)$$

وبما أن النظام التتابعي هو عبارة عن الدالة الاحتمالية المشتركة لمتغيري المتانة والاجهاد وبحسب المعادلة الآتية:

$$f(x, y, \alpha, \beta, \lambda, \theta) = f(x, \alpha, \beta)g(y, \lambda, \theta) \quad \dots(18-2)$$

وعلى افتراض أن (x,y) هي متغيرات مستقلة، فإن دالة التوزيع المشتركة تكون

$$F(x, y) = \int_0^x\int_0^y f(u_1)g(u_2)du_2du_1 \quad \dots(19-2)$$

$$= \int_0^x\int_0^y \frac{\alpha}{\beta}(\frac{u_1}{\beta})^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-(\frac{u_1}{\beta})^{\alpha}}\frac{\lambda}{\theta}(\frac{u_2}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-(\frac{u_2}{\theta})^{\lambda}}du_2du_1$$

$$= \int_0^x \frac{\alpha}{\beta} (\frac{u_1}{\beta})^{\alpha-1} \mathrm{e}^{-(\frac{u_1}{\beta})^{\alpha}} \left[\int_0^y \frac{\lambda}{\theta} (\frac{u_2}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-(\frac{u_2}{\theta})^{\lambda}}\right] du_2 du_1 \quad \dots (20-2)$$

وبحسب المعادلة (2-15):

$$\int_0^y \frac{\lambda}{\theta} (\frac{u_2}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-(\frac{u_2}{\theta})^{\lambda}} du_2 = 1 - e^{-(\frac{y}{\theta})^{\lambda}}$$

نعوض معادلة (2-15) في معادلة (2-20) ينتج:

$$F(x,y) = \int_0^x \frac{\alpha}{\beta} (\frac{u_1}{\beta})^{\alpha-1} \mathrm{e}^{-(\frac{u_1}{\beta})^{\alpha}} \left[1 - e^{-(\frac{y}{\theta})^{\lambda}}\right] du_1$$

$$F(x,y) = \left(1 - e^{-(\frac{y}{\theta})^{\lambda}}\right) \int_0^x \frac{\alpha}{\beta} (\frac{u_1}{\beta})^{\alpha-1} \mathrm{e}^{-(\frac{u_1}{\beta})^{\alpha}} du_1 \quad \dots (21-2)$$

وحسب المعادلة (2-14)

$$\int_0^x \frac{\alpha}{\beta} (\frac{u_1}{\beta})^{\alpha-1} \mathrm{e}^{-(\frac{u_1}{\beta})^{\alpha}} du_1 = 1 - e^{-(\frac{x}{\beta})^{\alpha}}$$

نعوض معادلة(2-14) في معادلة(2-21) ينتج

$$F(x,y) = \left(1 - e^{-(\frac{y}{\theta})^{\lambda}}\right)\left(1 - e^{-(\frac{x}{\beta})^{\alpha}}\right) \quad \dots (22-2)$$

إذ إن: $F(x,y)$: تمثل دالة التوزيع المشتركة لمتغيري المتانة والاجهاد

2-2-7 معولية نظام cascade لتوزيع ويبل[26]

سيتم ايجاد معولية نظام في حالة تضمنه مكون واحد (one Component,n=1) ونظام يعمل بمكونين (Two Components,n=2) إذ يكون الاول في العمل والمكون الثاني في وضع الاستعداد (Standby) اما الحالة الثالثة ستكون لنظام يعمل بثلاثة مكومات (Three Components,n=3) الاول في وضع العمل والبقية في وضع الاستعداد وسيتم اعتماد نظام (1+1) Cascade وعلى فرض ان التوزيع الاحتمالي لمتغير الاجهاد ومتغير المتانة هو توزيع ويبل.

معولية نظام Cascade في حالة $n = 1$

نفرض أن توزيع متغير المتانة (x)(Strength) يتوزع ويبل بالمعلمتين (α,β) وبحسب الدالة الكثافة الاحتمالية المعرفة بالمعادلة رقم(2-11)، وعلى افتراض إن متغير الإجهاد(y) يتوزع ويبل أيضا بالمعلمتين (λ,θ)وبحسب دالة الكثافة الاحتمالية المعرفة بالمعادلة رقم(2-12)، فإن معولية نظام cascade لتوزيع ويبل نحصل عليها من خلال إيجاد الدالة الاحتمالية المشتركة المعرفة بالمعادلة(2-18) وكالاتي:

نعوض المعادلة $(2-11)$ و$(2\text{-}12)$ في $(2-18)$ ينتج:

$$f(x, y, \alpha, \beta, \lambda, \theta) = \frac{\alpha}{\beta}\frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}\left(\frac{y}{\theta}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}-\left(\frac{y}{\theta}\right)^{\lambda}} \quad \ldots (23-2)$$

يتم الحصول على معولية نظام cascade من خلال إيجاد المعولية الحدية Marginal reliability للمكونات وكالاتي:

عند $n=1$ يمكن إيجاد المعولية الحدية الأولى وكالاتي:

$$R(1)=P_r(x_1>\mathcal{K}^*{}_1 y_1)$$

$$=\int_0^{\infty}\int_{x_1=\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^{\infty} f(x_1)\, g(y_1)\, dx_1 dy_1 \quad \ldots (24-2)$$

$$R(1)=\int_0^{\infty}\left(1-F(\mathcal{K}^*{}_1 y_1)\right)g(y_1)\,dy_1$$

$$R(1)=\int_0^{\infty}\overline{F}(\mathcal{K}^*{}_1 y_1)\,g(y_1)\,dy_1$$

$$R(1)=\int_0^{\infty}\left(e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta}\right)^{\alpha}}\right)\frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dy_1 \quad \ldots (25-2)$$

$$R(1)=\int_0^{\infty}\frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta}\right)^{\alpha}-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dy_1 \quad \ldots (26-2)$$

معولية نظام cascade في حالة $n = 2$

إذا كان (x_1, x_2) تمثل متغير المتانة(strength) لمكونين وان (y_1, y_2) تمثل متغير الإجهاد (Stress) وحسب الترتيب، فالمعولية الحـــدية الثانية في هذه الحالة تكون كما يلي.

$$R(2)=P_r(x_1 \le y_1; x_2 > y_2)$$

$$R(2)=P_r(x_1 \le \mathcal{K}^*{}_1 y_1; x_2 > \mathcal{K}^*{}_2 y_1)$$

$$R(2) = \int_0^\infty \left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} f_1(x_1)dx_1\right]\left[\int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty f_2(x_2)dx_2\right] g(y_1)dy_1$$

$$R(2) = \int_0^\infty F_1(\mathcal{K}^*{}_1 y_1)\bar{F}_2(\mathcal{K}^*{}_2 y_1)\, g(y_1)dy_1$$

$$R(2)=\frac{\lambda}{\theta}\int_0^\infty \left(1 - e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta})^\alpha}\right) e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta})^\alpha} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^\lambda} dy_1$$

$$R(2) = \frac{\lambda}{\theta}\left[\int_0^\infty \left((\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta})^\alpha-(\frac{y_1}{\theta})^\lambda} - (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta})^\alpha-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta})^\alpha-(\frac{y_1}{\theta})^\lambda}\right) dy_1\right]$$

...(27-2)

معولية نظام Cascade عندما تكون n=3

وفي حالة n=3 يتم الحصول على المعولية الثالثة وبنفس الطريقة نفترض أن (x_i) تمثل متغير المتانة (Strength) لثلاثة مكونات وان(y_i) تمثل متغيرالإجهاد(Stress) لنفس المكونات، فإن المعولية نظام *cascade* لتوزيع ويبل للنماذج في النظام هي كالآتي:

$$R(3)=P_r(x_1 \le \mathcal{K}^*{}_1 y_1; x_2 \le \mathcal{K}^*{}_2 y_1; x_3 > y_3)$$

$$R(3)=P_r(x_1 \le \mathcal{K}^*{}_1 y_1; x_2 \le \mathcal{K}^*{}_2 y_1; x_3 > \mathcal{K}^*{}_3 y_1)$$

$$= \int_0^\infty \left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} f_1(x_1)dx_1\right]\left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} f_2(x_2)dx_2\right]\left[\int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^\infty f_3(3)dx_3\right] g(y_1)dy_1$$

$$R(3) = \int_0^\infty F_1(\mathcal{K}^*{}_1 y_1) F_2(\mathcal{K}^*{}_2 y_1) \bar{F}_3(\mathcal{K}^*{}_3 y_1)\ g(y_1) dy_1$$

$$R(3)=\frac{\lambda}{\theta}\int_0^\infty \left[1-e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta})^\alpha}\right]\left[1-e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta})^\alpha}\right] (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^\lambda-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta})^\alpha} dy_1$$

$$R(3) = \frac{\lambda}{\theta}\int_0^\infty \left[1-e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta})^\alpha}\right]\left[1-e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta})^\alpha}\right] (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^\lambda-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta})^\alpha} dy_1 \quad \ldots (28-2)$$

2-3ثانيا-المفاهيم الاساسية الخاصة بالضبابية

في هذه الفقرة تناولت أهم المفاهيم الاساسية الخاصة بالضبابية والمعولية الضبابية و اشتقاق صيغه رياضيه لمعولية نظام cascade المضبب Fuzzy لتوزيع ويبل وتقدير دالة المعولية باستعمال بعض طرائق التقدير المختلفة.

2-3-1المنطق الضبابي Fuzzy logic [3],[12],[29]

إن أول من طور أسلوب المجموعات الضبابية هو العالم (Zadeh)عام (1965) لمعالجة البيانات التي تعاني من حالة عدم التأكد (Uncertainly Data)، وقد قام الكثير من الباحثين والمهتمين في مجال المعولية ومعدلات الفشل في تطور هذا المفهوم مع التطور الحاصل في الأجهزة والمعدات من خلال إنشاء أنظمة تستطيع التعامل مع المعلومات غير المؤكدة (Uncertainly information) وعلى ضوء ما سبق يمكن **تعريف المنطق الضبابي** على انه منظومة منطقية تؤدي إلى التطوير على المنطق الواضح ثنائي القيم من خلال الاستدلال على البيانات غير الواضحة والظروف الغامضة.

ويختلف المنطق الضبابي (Fuzzy logic) عن المنطق الكلاسيكي (classic logic) بوجود دالة انتماء (Membership_Function) في المنطق الضبابي يتم من خلالها معرفة درجة انتماء كل عنصر في المجموعة، وقد بدء الباحثون باستعمال الضبابية في التقدير لأنها تعطي تقديرات أفضل من التقديرات التقليدية وذلك لوجود معظم الحالات تتعامل مع بيانات غير مؤكدة فالنظرية الضبابية جاءت للتخلص من المشاكل التي يعاني منها المنطق الواضح، ومن هنا لابد من توضيح أهم المفاهيم الخاصة بالضبابية.

2-3-2المجموعة التقليدية (الهشة) Crisp set [15],[10],[12],[42]

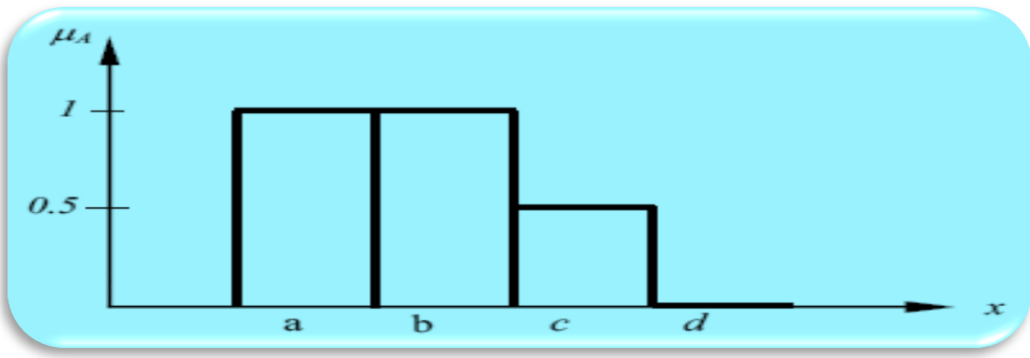
إن الفرض الأساسي لهذه المجموعة هو أن العنصر إما يكون داخل المجموعة أو لا يكون، إن الدالة المميزة هي التي تحدد أن العنصر إما داخل المجموعة أو خارجها وهذه الدالة تأخذ قيمتين فقط هما{0,1} فلو كانت الدالة تساوي واحد فـإن العنصر يكون داخل المجموعة وإذا تساوي صفر فان العنصر خارج المجموعة وكما في الصيغة التالية:

$$\mu_A : x \rightarrow 0,1$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 \text{ if} & x \notin A \\ 1 \text{ if} & x \in A \end{cases}$$

3-3-2المجموعة الضبابية Fuzzy set [42],[10],[12],[14]

هي تلك المجموعة التي تكون لعناصرها درجة انتماء (Membrship Degree) وتكون هذه الدرجة محصورة بين (0,1) لنفرض إن$\mathcal{B}$ مجموعة جزئية (Sub set) من المجموعة الشاملة (Universal set) $\mathcal{A}$ فان دالة الانتماء (Membership_Function) هي التي تحدد درجة انتماء (Membrship Degree) كل عنصر من عناصر $\mathcal{B}$ في المجموعة الشاملة $\mathcal{A}$ فلو كانت قيمة دالة الانتماء تساوي (0.8) فإن عناصر مجموعه $\mathcal{B}$ تنتمي إلى المجموعة الشاملة $\mathcal{A}$ بدرجة 80% و20% لا تنتمي لها وكلما اقتربت من(1) كبرت درجة الانتماء والعكس صحيح، ونلاحظ من الشكل(2-7) درجة انتماء العنصر d تساوي صفر بينما العنصروالعنصر c درجة انتماء تساوي 0.5 بينما العنصرين a, b درجة انتمائه تساوي الواحد الصحيح :



الشكل (2-9) يمثل المجموعة الضبابية[12]

4-3-2القطع α a-cut [1],[14]

يعد القطع (α)بأنه يأخذ اصغر درجة انتماء يمتلكه إي من العناصر في المجموعة الضبابية، وتكون قيمته بين(0,1)

5-3-2دالة الانتماء Membership Function [10,[15],[12],[14]

يمكن تعريف دالة الانتماء (Membership Function) على أنها مقياس يستخدم لتوضيح أنواع المجموعات الضبابية (Fuzzy Set) ، وهذه الدالة تبين العناصر التي تقع ضمن (0,1) لتبين عن درجة انتماء كل عنصر في المجموعة الشاملة إلى المجموعة الضبابية Fuzzy set، وهذه الدالة تكون موجبة، وان الفرض الأساسي لها إن تكون قيمها بين (0,1).

نستطيع تحديد دالة الانتماء (Membership Function) عن طريقتين إما يمثل عنها بشكل عددي أو بشكل دالة مثل دالة الانتماء المثلثية (trigonometric function) ودالة الانتماء شبه المنحرف (Trapezoid function) أودالة الانتماء الاسية او من دوال آخرى ضبابية، يعتمد نوع الدالة على طبيعة البيانات التي جمعها الباحث فلو كانت هذه البيانات واقعية فهنا تمتلك حد اعلي وحد أدنى، إما لو كانت البيانات غير واقعية فهنا علينا أن نقوم بتثبيت درجة انتماء، ثم نحدد قيم المتغير العشوائي المناظر للقيمة α فتنتج القيمة الجديدة.

6-3-2درجة الانتماء Membership Degree [15]

هي تلك النسبة التي تحددها دالة الانتماء العنصر الى المجموعة الضبابية وتتراوح هذه الدرجة بين الصفر والواحد الصحيح.

7-3-2الأرقام الضبابية Fuzzy Number [10],[12]

تستخدم الأرقام الضبابية لوصف حالة عدم التأكد، هذه الأرقام تكون على الأكثر مثلثيه الشكل أو شبة منحرفة أو تأخذ شكل الجرس أو إشكال أخرى. الأرقام الضبابية في المجموعة الضبابية لها عدة شروط منها:

١-في حالة درجة الانتماء القصوى تكون مساوية إلى واحد الصحيح فالرقم الضبابي يكون طبيعي معياري Normalized

٢-الأرقام الضبابية يجب إن تنتمي إلى مجموعة الإعداد الحقيقية R

٣-الأرقام الضبابية محدبة Convex (اذا جميع مجموعات القطع α محدبة فالمجموعة الضبابية لجميع المجموعات القطع α تكون محدبة).

ويمكن توضيح ابرز هذه الأرقام ومنها

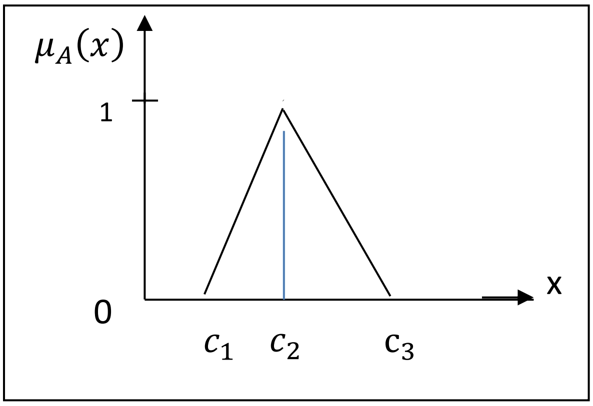
2-3-7-1 الرقم الضبابي ألمثلثي Triangular Fuzzy Number [12],[29]

هو عبارة عن ثلاثة أرقام لنفترض c_1,c_2,c_3 حيث إن $c_1< c_2< c_3$ إذ c_1,c_3 تمثل قاعدة المثلث و c_2 تمثل قمة المثلث، نستطيع كتابته بالشكل التالي: $\tilde{A}=(c_1,c_2,c_3)$

وان الرقم الضبابي المثلثي $\tilde{A}=(c_1,c_2,c_3)$ يكون له دالة الانتماء المثلية حسب الصيغة التالية:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-c_1}{c_2-c_1} & c_1 \le x \le c_2 \\ \frac{c_3-x}{c_3-c_2} & c_2 \le x \le c_3 \\ 0 & o.w \end{cases} \qquad ...(29\text{-}2)$$

والشكل الآتي يوضح ذلك:



الشكل (2-10)يوضح الرقم الضبابي المثلثي

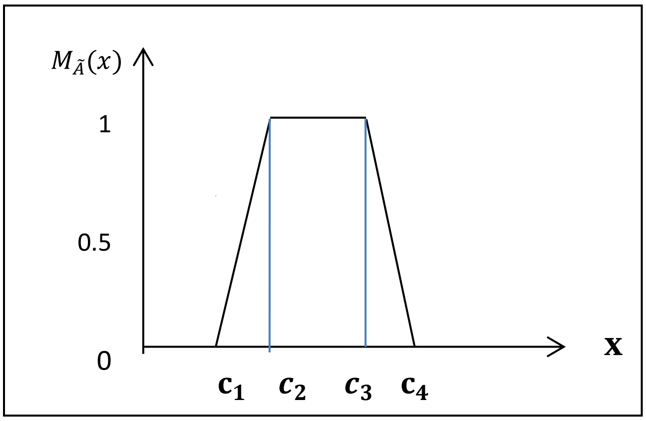
2-3-7-2 الرقم الضبابي شبه المنحرف [29],[10],[13] Trapezoidal Fuzzy Number

هو عبارة عن أربعة أرقام لنفترض c_1,c_2,c_3,c_4 إذ إن $c_1 < c_2 < c_3 < c_4$، وأن c_1,c_4 تمثل القاعدة وأن c_2,c_3 تمثل القمة، نستطيع كتابته بشكل الآتي: $\tilde{M}=(c_1/c_2,c_3/c_4)$:

وأن دالة الانتماء شبه المنحرفة للرقم الضبابي شبه المنحرف $\tilde{M}=(c_1/c_2,c_3/c_4)$ نستطيع كتابتها كما في الصيغة الآتية:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-c_1}{c_2-c_1} & c_1 \le x \le c_2 \\ 1 & c_2 \le x \le c_3 \\ \dfrac{c_4-x}{c_4-c_3} & c_3 \le x \le c_4 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad \dots (30-2)$$

ويمكن توضيحه من خلال الشكل الآتي:



الشكل(2-11) يمثل رقم الضبابي شبه منحرف

2-3-7-3دالة الانتماء الاسية Membership Exponential Function[22]

هي من الدوال الانتماء الغير خطية تمتلك معلمة واحدة c وان c>0 ويمكن التعبير عنها بالصيغة الرياضية التالية:

$$\mu_{A(y)}(x) = \begin{cases} 1-e^{-c(x-y)} & if\ y < x \\ 0 & if\ \ y \ge x \end{cases} \quad \dots (31-2)$$

2-3-8المعولية الضبابية Fuzzy Reliability [14],[1],[28],[23]

تعرف المعولية على أنها احتمال بقاء الوحدة أو المكون يعمل ما لم يصيبه عطل خلال المدة (0,t) وهي دالة رتيبة وموجبة ومستمرة ومتناقصة.

عند إيجاد المعولية لمكون ما ولمدة محددة بين t_1 وt_2، إذ إن t_1 هو زمن بداية عمل المكون وان t_2 هو زمن نهاية عمل المكون، من الواضح إن المكون يعمل في الزمن t_1 ويفترض أن المكون يعمل باستمرار حتى الزمن t_2 **لكن** في حقيقة الأمر قد يتوقف المكون عن العمل قبل الوصول إلى الزمن t_2 إي أن الزمن t_2 قيمة غير مدروسة بالضبط لذا فان هذه القيمة تعد قيمة ضبابية.

ووفقا للنظرية الضبابية (Fuzzy Theory) التي تنص على(إذا وجد عنصر واحد ضبابي في مجموعة أو نظام فإن هذه المجموعة أو النظام يكون ضبابي بكل عناصره)، وبما أن البيانات ضبابية إذن سوف نتعامل مع المعولية الضبابية، يرمز للمعولية الضبابية بالرمز R_F

بما أن المعولية الضبابية لمتغير(المتانة-الاجهاد) فان الصيغة الرياضية تكون كالاتي:

$$R_F = \mathrm{P}(\mathrm{x} > y)$$

$$R_F = \int\int \mu_{A(y)}(x)dF_x(x)dF_y(y) \qquad (32-2)$$

إذ إن:

$\mu_{A(y)}$: تمثل دالة الانتماء

2-3-9 معولية نظام cascade المضبب لتوزيع ويبل

يمكن إيجاد الصيغة الرياضية لمعولية cascade المضبب لتوزيع ويبل وذلك من خلال مجموع المعوليات الحدية الضبابية وكالاتي:

اشتقاق معولية الحدية الضبابية الأولى للنظام cascade

من المعادلة(2-24) و(2-26)التي تمثل المعولية الحدية الأولى للنظام وهي:.

$$\mathrm{R}(1) = \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^\infty f(x_1)g(y_1)dx_1dy_1$$

$$= \int_0^\infty \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\ e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta})^\alpha-(\frac{y_1}{\theta})^\lambda} dy_1$$

وباستعمال دالة انتماء الاسية فان المعولية الحدية الضبابية الأولى للنظام تكون كالأتي :

$$\tilde{R}(1) = \int_0^\infty \int_{y_1}^\infty \mu_{A(y)}(x_1) f(x_1) g(y_1) dx_1 dy_1 \quad \dots (33-2)$$

$$= \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^\infty \left(1-e^{-c(x_1-y_1)}\right) \frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\ e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}$$

$$* \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_1 dy_1$$

$$= \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^\infty \frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\ e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\ \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_1 dy_1$$

$$-\int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)}\ \frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\ e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\ \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_1 dy_1$$

$$\tilde{R}(1) = \int_0^\infty \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\ e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta})^\alpha-(\frac{y_1}{\theta})^\lambda} dy_1$$

$$-\int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)}\ \frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\ e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\ \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_1 dy_1$$

$$\tilde{R}(1) = R(1) - \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^\infty e^{-c(x_1-\mathcal{K}^*{}_1 y_1)}\ \frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\ e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\ \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_1 dy_1$$

…(34-2)

اشتقاق المعولية الحدية الضبابية الثانية لنظام cascade

يمكن الحصول على المعولية الحدية الضبابية الثانية للنظام كالأتي:

$$\tilde{R}(2) = \int_0^\infty \left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \mu_{A(y)}(x_1) f_1(x_1) dx_1\right]$$

$$* \left[\int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty \mu_{A(y)}(x_2)\, f_2(x_2) dx_2\right] g(y_1) dy_1 \quad \dots (35-2)$$

$$= \int_0^\infty \left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \left(1 - e^{-c(x_1-y_1)}\right) \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} dx_1\right]$$

$$* \left[\int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty \left(1 - e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)}\right) \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}} dx_2\right]$$

$$* \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dy_1 \quad \dots (36-2)$$

$$= \int_0^\infty \left[\left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} dx_1\right.\right.$$

$$\left. - \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} e^{-e^{-c(x_1-y_1)}} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} dx_1\right]$$

$$* \left[\int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}} dx_2\right.$$

$$\left. - \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty e^{-c\left(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1\right)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}} dx_2\right]$$

$$* \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dy_1 \quad \dots (37-2)$$

$$= \int_0^\infty \left[\left[(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}) - \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} dx_1\right]\right.$$

$$\left.*\left[\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K} y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}} - \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}} dx_2\right]\right]$$

$$*\frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dy_1$$

$$\tilde{R}(2) = \int_0^\infty \left(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right) \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dy_1$$

$$-\int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty (1- e^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}})\, e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)}\, \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, e^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_2 dy_1$$

$$-\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, e^{-c(x_1-y_1)}\, \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\, \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_1 dy_1$$

$$+\Bigg[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)}\, \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}$$

$$e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)}\, \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, e^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_2 dx_1 dy_1\Bigg]$$

$$\tilde{R}(2) = R(2) - \Bigg[\int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty (1- e^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}) e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)}$$

$$\frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, e^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\, e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_2 dy_1\Bigg]$$

$$-\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} e^{-(\frac{\mathcal{K} y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, e^{-e^{-c(x_1-y_1)}}\, \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\, \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_1 dy_1$$

$$+\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)}\, \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}$$

$$* e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)}\, \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, e^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_2 dx_1 dy_1 \quad ...(38-2)$$

<u>اشتقاق المعولية الحدية الضبابية الثالثة لنظام cascade</u>

كما يمكن الحصول على معولية الحدية الثالثة الضبابية وكالاتي:

$$\tilde{R}(3) = \int_0^\infty \Bigg[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \mu_{A(y)}(x_1) f_1(x_1) dx_1\Bigg]\Bigg[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} \mu_{A(y)}(x_2) f_2(x_2) dx_2\Bigg]$$

$$* \Bigg[\int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^\infty \mu_{A(y)}(x_3) f_3(x_2) dx_3\Bigg]\, g(y_1) dy_1 \quad ...(39-2)$$

$$= \int_0^{\infty}\left[\left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}\left(1-e^{-c(x_1-y_1)}\right)\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\, dx_1\right]\right.$$

$$*\left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}\left(1-e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)}\right)\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, dx_2\right]$$

$$*\left[\int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^{\infty}\left(1-e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3 y_1)}\right)\frac{\alpha_3}{\beta_3}(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\, dx_3\right]$$

$$*\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}\, dy_1$$

$$= \int_0^{\infty}\left[\left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\, dx_1\right.\right.$$

$$\left.-\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\, dx_1\right]$$

$$*\left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, dx_2\right.$$

$$\left.-\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} e^{-c\left(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1\right)}\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, dx_2\right]$$

$$*\left[\int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^{\infty}\frac{\alpha_3}{\beta_3}(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\, dx_3\right.$$

$$\left.-\int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^{\infty} e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3 y_1)}\frac{\alpha_3}{\beta_3}(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\, dx_3\right]$$

$$*\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}\, dy_1$$

$$\tilde{R}(3) = \int_0^{\infty}\left[\left(1-\ \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right)\right.$$

$$\left.-\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\, dx_1\right]$$

$$\left[\left(1-\ \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right)-\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)}\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\, \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\, dx_2\right]$$

$$\left[e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}} - \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^{\infty} e^{-c(x_3 - \mathcal{K}^*{}_3 y_1)} \frac{\alpha_3}{\beta_3} (\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3 - 1} e^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}} dx_3 \right]$$

$$* \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dy_1$$

$$\tilde{R}(3) = \int_0^{\infty} \left(1 - e^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right)\left(1 - e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right) e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dy_1$$

$$-\left[\int_0^{\infty} \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^{\infty} \left(1 - e^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right)\left(1 - e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right) e^{-c(x_3 - \mathcal{K}^*{}_3 y_1)}\right.$$

$$\left. * \frac{\alpha_3}{\beta_3} (\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3 - 1} e^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_3 dy_1 \right]$$

$$-\left[\int_0^{\infty} \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} \left(1 - e^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right) e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}} e^{-c(x_2 - \mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2 - 1} e^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right.$$

$$\left. * \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_2 dy_1 \right]$$

$$+\left[\int_0^{\infty} \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^{\infty} \left(1 - e^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right) e^{-c(x_2 - \mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2 - 1} e^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right.$$

$$\left. e^{-c(x_3 - \mathcal{K}^*{}_3 y_1)} \frac{\alpha_3}{\beta_3} (\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3 - 1} e^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_3 dx_2 dy_1 \right]$$

$$-\left[\int_0^{\infty} \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \left(1 - e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right) e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}}\right.$$

$$\left. * e^{-c(x_1 - y_1)} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1 - 1} e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda}} dx_1 dy_1 \right]$$

$$+\left[\int_0^{\infty} \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^{\infty} \left(1 - e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right) e^{-c(x_3 - \mathcal{K}^*{}_3 y_1)} \frac{\alpha_3}{\beta_3} (\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3 - 1} e^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\right.$$

$$e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\,\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_3dx_1dy_1\Bigg]$$

$$+\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}}\,e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right.$$

$$\left.e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\,\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_2dx_1dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^{\infty}e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right.$$

$$*\,e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\,e^{-c(x_3-\mathcal{K}^2y_1)}$$

$$\left.*\,\frac{\alpha_3}{\beta_3}(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\,\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_3dx_2dx_1dy_1\right]$$

$$\tilde{R}(3)=R(3)-\left[\int_0^{\infty}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^{\infty}\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right)\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right)\right.$$

$$\left.*\,e^{-c\left(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1\right)}\frac{\alpha_3}{\beta_3}(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\,\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_3dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right)\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}}\,e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\right.$$

$$\left.\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\,\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_2dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^{\infty}\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right)e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right.$$

$$\left.e^{-c(x_3-\mathcal{K}^2y_1)}\frac{\alpha_3}{\beta_3}(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\,\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_3dx_2dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \left(1 - e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right) e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}} e^{-c(x_1-y_1)}\right.$$

$$\left. * \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1} e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_1 dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^\infty \left(1 - e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right) e^{-c\left(x_3-\mathcal{K}^*{}_3 y_1\right)} \frac{\alpha_3}{\beta_3} (\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1} e^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\right.$$

$$\left. e^{-c\left(x_1-y_1\right)} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1} e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_3 dx_1 dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} e^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}} e^{-c\left(x_1-y_1\right)} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1} e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right.$$

$$\left. e^{-c\left(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1\right)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1} e^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_2 dx_1 dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1} e^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right.$$

$$* e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1} e^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}} e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3 y_1)}$$

$$\left. \frac{\alpha_3}{\beta_3} (\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1} e^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_3 dx_2 dx_1 dy_1\right]$$

$\ldots (40-2)$

إذ أن:

$\mathcal{K}_i{}^* = \mathcal{K}^{i-1}$: *يمثل عامل التوهين(التحسين)*

$\mu_{A(y)}(x_i)$: تمثل دالة الانتماء الاسية

C: تمثل معلمة دالة الانتماء

فإن معولية النظام n-cascade المضبب هي عبارة حاصل جمع المعوليات الحدية الضبابية وبحسب الصيغة الآتية:

$$\widetilde{R}_n = \widetilde{R}(1) + \widetilde{R}(2) + \cdots + \widetilde{R}(n) \qquad \dots(41-2)$$

إذ إن:

$\widetilde{R}_n$ تمثل معولية النظام n-cascade

$\widetilde{R}(n)$تمثل المعولية الحديه n

معولية النظام $\widetilde{\text{cascade}} - 2$ هي:

$$\widetilde{R}_2 = \widetilde{R}(1) + \widetilde{R}(2) \qquad \dots(42-2)$$

$$= R(1) - \int_0^{\infty}\int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^{\infty} e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_1}{\beta_1}\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}} \frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_1 dy_1$$

$$+R(2) - \int_0^{\infty}\int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^{\infty} \left(1 - \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}}\right) e^{-c(x_2-\mathcal{K}y_1)}$$

$$* \frac{\alpha_2}{\beta_2}\left(\frac{x_2}{\beta_2}\right)^{\alpha_2-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{x_2}{\beta_2}\right)^{\alpha_2}} \frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_2 dy_1$$

$$-\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{\mathcal{K}y_1}{\beta_2}\right)^{\alpha_2}} e^{-e^{-c(x_1-y_1)}} \frac{\alpha_1}{\beta_1}\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}} \frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_1 dy_1$$

$$+\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^{\infty} e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_1}{\beta_1}\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}}$$

$$e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_1 y_1)} \frac{\alpha_2}{\beta_2}\left(\frac{x_2}{\beta_2}\right)^{\alpha_2-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{x_2}{\beta_2}\right)^{\alpha_2}} \frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_2 dx_1 dy_1$$

$$\dots(43-2)$$

وان معولية النظام $\widetilde{\text{cascade}} - 3$ هي كالاتي:

$$\widetilde{R}_3 = \widetilde{R}(1) + \widetilde{R}(2) + \widetilde{R}(3)$$

$$= R(1) - \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_1 dy_1$$

$$+R(2) - \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty (1 - \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}) e^{-c(x_2-\mathcal{K} y_1)}$$

$$* \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_2 dy_1$$

$$- \int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}} e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_1 dy_1$$

$$+ \int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty e^{-c\left(x_1-y_1\right)} \frac{\alpha_1}{\beta_1} (\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}$$

$$e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_2 dx_1 dy_1$$

$$+R(3) - \left[\int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^\infty \left(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right)\left(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right) e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3 y_1)}\right.$$

$$\left. * \frac{\alpha_3}{\beta_3} (\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_3 dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} \left(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right) \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}} e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right.$$

$$\left. \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_2 dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^\infty \left(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right) e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_2}{\beta_2} (\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right.$$

$$\left. e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3 y_1)} \frac{\alpha_3}{\beta_3} (\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}} \frac{\lambda}{\theta} (\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^\lambda} dx_3 dx_2 dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \left(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right) \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}} e^{-c(x_1-y_1)}\right.$$

$$*\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_1dy_1\Bigg]$$

$$+\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^{\infty}\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_2})^{\alpha_2}}\right)e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1)}\frac{\alpha_3}{\beta_3}(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\right.$$

$$\left.e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_3dx_1dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_3})^{\alpha_3}}e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right.$$

$$\left.e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_2dx_1dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^{\infty}e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_1}{\beta_1}(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_1})^{\alpha_1}}\right.$$

$$*e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_2}{\beta_2}(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_2})^{\alpha_2}}e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1)}$$

$$\left.\frac{\alpha_3}{\beta_3}(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3-1}\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_3})^{\alpha_3}}\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_1}{\theta})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}}dx_3dx_2dx_1dy_1\right]$$

$$\dots(44-2)$$

2-3-10طرائق التقدير Methods Estimation

لإيجاد مقدرات النظام cascade المضبب لتوزيع ويبل سيتم استعمال بعض طرائق التقدير المختلفة وهي كالآتي:

2-3-10-1-طريقة مقدر الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Estimated Method(ML) [6],[16],[2],[17],[47],[48],[24]

إن مقدر الإمكان الأعظم هو احد المقدرات شائعة الاستعمال في إيجاد تقدير المعالم التوزيعات الاحتمالية، وأول من استعمل مقدر الإمكان الأعظم هو العالم (Fisher)عام(1922) ، وتتميز هذة

الطريقة بسمات مهمة منها الكفاءة والاتساق في بعض الأحيان، وتعطي مقدرات غير متحيزة خاصة عندما يكون حجم العينة كبيرة وتمتلك خاصية مهمة وهي خاصية الثبات(Invariant).

على فرض إن$(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ عبارة عن عينة عشوائية لمتغير المتانة لتوزيع ويبل بالمعلمتين (α,β)وبحسب المعادلة (2-11)،

ونفترض إن $X=(X_1,X_2,\ldots X_n)$ هو متجه يبين المجموعة الشاملة، لو كان $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ مأخوذ من X إذن يمكن إيجاد دالة الإمكان الأعظم لبيانات الكاملة لمتغير المتانة كالآتي:

$$f(x_i,\alpha,\beta) = (\frac{\alpha}{\beta})^n \prod_{i=1}^{n}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha-1} e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}} \ldots \quad (45\text{-}2)$$

و x تمثل متغير المتانة.

ونفرض إن$(y_1,y_2,\ldots,y_m)$عبارة عن عينة عشوائية لمتغير الإجهاد لتوزيع ويبل أيضا وبالمعلمتين(λ,θ) وبحسب المعادلة(2-12)

ونفرض إن $Y=(Y_1,Y_2,\ldots,Y_m)$ هو متجه يبين المجموعة الشاملة، لو كان $y=(y_1,y_2,\ldots,y_m)$ مأخوذ من Y إذن يمكن إيجاد دالة الإمكان الأعظم لبيانات الكاملة لمتغير الإجهاد كالاتي:

$$g(y_j,\lambda,\theta) = (\frac{\lambda}{\theta})^m \prod_{j=1}^{m}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}} \ldots \quad (46-2)$$

إذ إن:

y: يمثل متغير الإجهاد.

وبما أن دراستنا تتعلق بنظام cascade لتوزيع ويبل فان دالة الإمكان له هي عبارة عن الدالة الاحتمالية المشتركة لمتغير المتانة والإجهاد وكالاتي:

$$f(x,y,\alpha,\beta,\lambda,\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i,\alpha,\beta) \prod_{j=1}^{m} g(y_j,\lambda,\theta)$$

$$= (\frac{\alpha}{\beta})^n \prod_{i=1}^{n}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha-1} e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}} (\frac{\lambda}{\theta})^m \prod_{j=1}^{m}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda-1} e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}} \ldots (47-2)$$

وعند اخذ ln للمعادلة (47-2) نحصل على الآتي:

$$L^* = \ln(L(\alpha,\beta,\lambda,\theta,x,y)$$

$$= nln\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) + mln\left(\frac{\lambda}{\theta}\right)$$

$$+ (\lambda-1)\sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{i=1}^{n}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha} - \sum_{j=1}^{m}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}$$

$$= nln\alpha - nln\beta + \alpha\sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) - \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) + mln\lambda - mln\theta$$

$$+ \lambda\sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{i=1}^{n}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}$$

$$- \sum_{j=1}^{m}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda} \qquad \dots(48-2)$$

ويمكن الحصول على المعلمات $(\alpha,\beta,\lambda,\theta)$من خلال تعظيم دالة الامكان بالاشتقاق الجزئي للمعادلة(48-2) لكل معلمة ومساواة المشتقة بالصفر

نشتق بالنسبة إلىα وكالآتي:

$$\frac{\mathrm{dL}^*}{\mathrm{d\alpha}} = \frac{\mathrm{n}}{\mathrm{\alpha}} + \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) - \sum_{i=1}^{n}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)$$

وعند مساواة المشتقة بالصفر نحصل على

$$\frac{\mathrm{n}}{\mathrm{\alpha}} + \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) - \sum_{i=1}^{n}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) = 0 \qquad \dots(49-2)$$

نشتق بالنسبة إلىβ كالآتي:

$$L^* = nln\alpha - nln\beta + \alpha \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) - \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) + mln\lambda - mln\theta$$
$$+ \lambda \sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{i=1}^{n} (\frac{x_i}{\beta})^{\alpha} - \sum_{j=1}^{m} (\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}$$

$$\frac{dL^*}{d\beta} = -\frac{n}{\beta} - \frac{n(\alpha-1)}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta}\sum_{i=1}^{n} (\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}$$

وعند مساواة المشتقة بالصفر نحصل على

$$-\frac{n}{\beta} - \frac{n(\alpha-1)}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta}\sum_{i=1}^{n} (\frac{x_i}{\beta})^{\alpha} = 0 \qquad \dots(50-2)$$

نشتق بالنسبة للمعلمة λ وكالآتي:

$$L^* = nln\alpha - nln\beta + \alpha \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) - \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) + mln\lambda - mln\theta$$
$$+ \lambda \sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{i=1}^{n} (\frac{x_i}{\beta})^{\alpha} - \sum_{j=1}^{m} (\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}$$

$$\frac{dL^*}{d\lambda} = \frac{m}{\lambda} + \sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{j=1}^{m} (\frac{y_j}{\theta})^{\lambda} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)$$

وعند مساواة المشتقة بالصفر نحصل على

$$\frac{m}{\lambda} + \sum_{j=1}^{m} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{j=1}^{m} (\frac{y_j}{\theta})^{\lambda} \ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) = 0 \qquad \dots(51-2)$$

الاشتقاق بالنسبة للمعلمة θوكالآتي:

$$L^* = nln\alpha - nln\beta + \alpha\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) - \sum_{i=1}^{n}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) + mln\lambda - mln\theta$$

$$+\lambda\sum_{j=1}^{m}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{j=1}^{m}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right) - \sum_{i=1}^{n}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha} - \sum_{j=1}^{m}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}$$

$$\frac{dL^*}{d\lambda} = -\frac{m}{\lambda} - \frac{m(\lambda-1)}{\theta} + \frac{\lambda}{\theta}\sum_{j=1}^{m}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}$$

وعند مساواة المشتقة بالصفر نحصل على

$$-\frac{m}{\lambda} - \frac{m(\lambda-1)}{\theta} + \frac{\lambda}{\theta}\sum_{j=1}^{m}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda} = 0 \qquad \dots(52-2)$$

وبما أن هذه المعادلات غير خطية فلا يمكن حلها بالطرق الاعتيادية، لذى سيتم حلها بأستعمل خوارزمية تكرارية وهي (F-Solve) لإيجاد معلمات الإمكان الأعظم وهي $\hat{\alpha}_{mle}$، $\hat{\beta}_{mle}$، $\hat{\lambda}_{mle}$، $\hat{\theta}_{mle}$، وباستعمال خاصية الثبات نعوض هذه المعلمات بالمعادلة (2-34) للحصول على المعولية الحدية الضبابية الاولى ونعوض المعلمات في المعادلة رقم (2-38) للحصول على المعولية الحدية الضبابية الثانية ونعوض المعلمات في معادلة رقم (2-40) للحصول على المعولية الحدية الضبابية الثالثة ، ولإيجاد معولية النظام التتابعي المضبب *2-cascade*($\tilde{R}_2$) و *3-cascade*($\tilde{R}_3$) نتبع الاتي:

نرمز لمقدر معولية النظام التتابعي المضبب بطريقة الامكان الاعظم بالرمز

$\tilde{R}_{2(mle)}$، $\tilde{R}_{3(mle)}$

فان مقدر معولية النظام $2-\widetilde{cascade}$ يكون

$$\tilde{R}_{2(mle)} = \tilde{R}(1)_{(mle)} + \tilde{R}(2)_{(mle)}$$

$$= R(1)_{(mle)} - \int_{0}^{\infty}\int_{\mathcal{K}^*{}_1y_1}^{\infty} e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}-1}\, e^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}}}$$

$$*\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}})^{\lambda_{(mle)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} \quad dx_1dy_1$$

$$+R(2)_{(mle)}-\int_0^{\infty}\int_{\mathcal{K}^*{}_2y_1}^{\infty}(1-\ \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}}})e^{-c\left(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1\right)}$$

$$\frac{\alpha_{2(mle)}}{\beta_{2(mle)}}(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}})^{\alpha_{2(mle)}-1}\ \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}})^{\alpha_{2(mle)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}})^{\lambda_{(mle)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} \quad dx_2dy_1$$

$$-\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\ \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_{2(mle)}})^{\alpha_{2(mle)}}}\quad e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}-1}\ \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}})^{\lambda-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} \quad dx_1dy_1$$

$$+\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_2y_1}^{\infty}\quad e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}-1}\ \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}}}$$

$$e^{-c\left(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1\right)}\frac{\alpha_{2(mle)}}{\beta_{2(mle)}}(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}})^{\alpha_{2(mle)}-1}\ \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}})^{\alpha_{2(mle)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}})^{\lambda_{(mle)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} \quad dx_2dx_1dy_1 \ldots (53-2)$$

ومقدر معولية النظام $\widetilde{cascade}$ – 3 يكون

$$\widetilde{\mathrm{R}}_{2(mle)}=\widetilde{\mathrm{R}}(1)_{(mle)}+\widetilde{\mathrm{R}}(2)_{(mle)}+\widetilde{\mathrm{R}}(3)_{(mle)}$$

$$=R(1)_{(mle)}-\int_0^{\infty}\int_{\mathcal{K}^*{}_1y_1}^{\infty}e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}-1}\ \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}})^{\alpha_{1(mle)}}}$$

$$*\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1}e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_1 dy_1$$

$$+R(2)_{(mle)}-\int_0^\infty\int_{\mathcal{K}^*{}_2y_1}^\infty\left(1-\,e^{-\left(\frac{y_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_1}}\right)e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}$$

$$\frac{\alpha_{2(mle)}}{\beta_{2(mle)}}\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}-1}e^{-\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}}\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda-1}e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_2 dy_1$$

$$-\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1} e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}} e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}-1}e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1}e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_1 dy_1$$

$$+\left[\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_2y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}-1}e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}}\right.$$

$$e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_{2(mle)}}{\beta_{2(mle)}}\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}-1}e^{-\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}}$$

$$\left.\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1}e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_2 dx_1 dy_1\right]$$

$$+R(3)_{(mle)}-$$

$$\int_0^\infty\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^\infty\left(1-\,e^{-\left(\frac{y_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}}\right)\left(1-\,e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}}\right)e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1)}$$

$$\frac{\alpha_{3(mle)}}{\beta_{3(mle)}}\left(\frac{x_3}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}-1}e^{-\left(\frac{x_3}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}}}\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1}e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_3 dy_1$$

$$-\left[\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\left(1-\,e^{-\left(\frac{y_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}}\right)e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}}}\right.$$

$$e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_{2(mle)}}{\beta_{2(mle)}}\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}-1} e^{-\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}}$$

$$\left.\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_2dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^\infty\left(1-e^{-\left(\frac{y_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}}\right)e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_{2(mle)}}{\beta_{2(mle)}}\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}-1}\right.$$

$$e^{-\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}} e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1)}\frac{\alpha_{3(mle)}}{\beta_{3(mle)}}\left(\frac{x_3}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}-1} e^{-\left(\frac{x_3}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}}}$$

$$\left.\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_3dx_2dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\left(1-e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}}\right)e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}}} e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}-1}\right.$$

$$\left.e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}}\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_1dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^\infty\left(1-e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}}\right)e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1)}\frac{\alpha_{3(mle)}}{\beta_{3(mle)}}\left(\frac{x_3}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}-1}\right.$$

$$* e^{-\left(\frac{x_3}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}}} e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}-1} e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}}$$

$$\left.\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_3dx_1dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1} e^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}}} e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}-1}\right.$$

$$* e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}} e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_{2(mle)}}{\beta_{2(mle)}}\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}-1} e^{-\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_2dx_1dy_1\Bigg]$$

$$-\Bigg[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^{\infty} e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(mle)}}{\beta_{1(mle)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}-1} e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(mle)}}\right)^{\alpha_{1(mle)}}}$$

$$* \, e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1)}\frac{\alpha_{3(mle)}}{\beta_{3(mle)}}\left(\frac{x_3}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}-1} e^{-\left(\frac{x_3}{\beta_{3(mle)}}\right)^{\alpha_{3(mle)}}}$$

$$\frac{\alpha_{2(mle)}}{\beta_{2(mle)}}\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}-1} e^{-\left(\frac{x_2}{\beta_{2(mle)}}\right)^{\alpha_{2(mle)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(mle)}}{\theta_{(mle)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(mle)}}\right)^{\lambda_{(mle)}}} dx_3dx_2dx_1dy_1\Bigg] \quad \dots(54-2)$$

2-10-3-2طريقة المربعات الصغرى (Least Squares method) [32]

تعد طريقة المربعات الصغرى من الطرائق المهمة في التقدير، لأنه لها سمات عدة وهي غير متحيزة ومتسقة وان المبدأ الاساسي لهذه الطريقة هو تصغير مجموع مربعات الخطا، وفي تقدير معالم التوزيعات تعتمد الفكرة الاساسية على دالة التوزيع التراكمي(c.d.f)، وبما إن لدينا نظام تتابعي نتبع الآتي:

على فرض أن$(x_1,x_2,\dots,x_n)$ عبارة عن عينة عشوائية لمتغير المتانة لتوزيع ويبل بالمعلمتين (α,β)وبحسب المعادلة (2-12)،

ونفرض أن$(y_1,y_2,\dots,y_m)$عبارة عن عينة عشوائية لمتغير الإجهاد لتوزيع ويبل أيضا وبالمعلمتين(λ,θ) وبحسب المعادلة(2-13)

وبما أن دالة الاحتمالية للنظام التتابعي عباره عن الدالة الاحتمالية المشتركة لمتغيري الاجهاد والمتانة وحسب المعادلة (2-23)،فان دالة التوزيع التراكمية المشتركة لمتغيري المتانة و الاجهاد معرفه حسب المعادلة (2-22)وهي

$$F(x_i,y_j)=(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})$$

وأن x,y متغيرات مستقلة

ولإيجاد مقدرات النظام التتابعي بطريقة المربعات الصغرى نستعمل الصيغة الرياضية الآتية:

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[F(x_i,y_j)-\hat{F}(x_i,y_j)\right]^2 \quad \ldots(55-2)$$

وأن دالة التوزيع المشتركة المقدرة $\hat{F}(x_i,y_j)$ لا يمكن حسابها بافتراض قيم للمعلمات بل يتم حسابها باستعمال الطرائق اللامعلمية، في هذه الرسالة نستعمل

$$\hat{F}(x_i,y_j)=\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1} \quad \ldots(56-2)$$

إذ إن: i تمثل رتبة المشاهدة x ، j تمثل رتبة المشاهدة y

إذن

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]^2$$
...(57-2)

ولإيجاد معلمات النظام وذلك بالاشتقاق الجزئي للمعادلة (57-2) ومساواة المشتقة بالصفر.

نشتق بالنسبة لـα وكالآتي:

$$\frac{ds(\alpha,\beta,\lambda,\theta)}{d\alpha}=2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right] * (1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})(-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})\left(-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\right)\ln(\frac{x_i}{\beta})$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)-\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]$$

$$*\left[(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right.$$

$$\left.-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right] \qquad \ldots(58-2)$$

وعند المساواة المشتقة بالصفر نحصل على:

$$\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right]\right.$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]\right]$$

$$= 0 \qquad \ldots(59-2)$$

نشتق بالنسبة ل β كالآتي:

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]^2$$

$$\frac{ds(\alpha,\beta,\lambda,\theta)}{d\beta}$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]$$

$$*(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})(-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(-x_i{}^{\alpha})(-\alpha\beta^{-\alpha-1})$$

$$= -2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)-\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]$$

$$*\,(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}$$

$$= -2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)-\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]$$

$$*\left[\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}-\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]\ldots(60-2)$$

وعند مساواة المشتقة بالصفر نحصل على:

$$\Bigg[-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right]$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]\Bigg]$$

$$=0 \qquad \ldots(61-2)$$

نشتق بالنسبة λ كالاتي:

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]^2$$

$$\frac{ds(\alpha,\beta,\lambda,\theta)}{d\lambda}$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}) - (\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]$$

$$*\ (1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})\left(-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\right)\ln(\frac{y_j}{\theta})$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right) - \left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]$$

$$*\left[(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}} - (\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$\dots(62-2)$$

وعند مساواة المشتقة بالصفر نحصل على:

$$\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]\right.$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]\right]$$

$$= 0 \qquad \dots(63-2)$$

نشتق بالنسبة لـθ كالآتي:

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}) - (\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]^2$$

$$\frac{ds(\alpha,\beta,\lambda,\theta)}{d\theta}$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}) - (\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]$$

$$*\ (1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})\left(-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)(-{y_i}^{\lambda})(-\lambda\theta^{-\lambda-1})$$

$$= -2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right) - \left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]$$

$$*\left[\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}} - \frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right] \ldots(64-2)$$

وعند مساواة المشتقة بالصفر نحصل على:

$$\left[-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]\right.$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]$$

$$\left.-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]\right]$$

$$= 0 \qquad \ldots(65-2)$$

وبما أن المعادلات في اعلاه غير خطية فلا يمكن حلها بالطرائق التقليدية لذلك سنحلها باستعمال خوارزمية التكرارية (F -$Solve$)، لايجاد مقدر معولية النظام بطريقة المربعات الصغرى من خلال المعلمات وتعويضها في مقدر معولية النظام التتابعي المضبب الذي نرمز له بالرمز $\tilde{R}_{2(ls)}, \tilde{R}_{3(ls)}$.

مقدر معولية النظام $\widetilde{cascade}-2$ يكون

$$\tilde{R}_{2(ls)}=\tilde{R}(1)_{(ls)}+\tilde{R}(2)_{(ls)}$$

$$\tilde{R}_{2(ls)}=R(1)_{(ls)}-\int_0^\infty\int_{\mathcal{K}^*{}_1y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}}\right)^{\alpha_{1(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}}\right)^{\alpha_{1(ls)}}}$$

$$*\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}}dx_1dy_1$$

$$+R(2)_{(ls)}-\int_0^\infty\int_{\mathcal{K}^*{}_2y_1}^\infty\left(1-\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\beta_{1(ls)}}\right)^{\alpha_{1(ls)}}}\right)e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_{2(ls)}}{\beta_{2(ls)}}\left(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}}\right)^{\alpha_{2(ls)}-1}$$

$$\mathrm{e}^{-\left(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}}\right)^{\alpha_{2(ls)}}}\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}-1}\mathrm{e}\theta_{(ls)}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}}dx_2dy_1$$

$$-\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_{2(ls)}}\right)^{\alpha_{2(ls)}}}e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}}\right)^{\alpha_{1(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}}\right)^{\alpha_{1(ls)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}}dx_1dy_1$$

$$+\int_0^\infty\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_2y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}}\left(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}}\right)^{\alpha_{1(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}}\right)^{\alpha_{1(ls)}}}$$

$$*\,e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_{2(ls)}}{\beta_{2(ls)}}\left(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}}\right)^{\alpha_{2(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}}\right)^{\alpha_{2(ls)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}}\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}}dx_2dx_1dy_1\quad\ldots(66-2)$$

وان معولية $\widetilde{cascade}-3$ تكون

$$\widetilde{\mathrm{R}}_{3(\mathrm{ls})}=\widetilde{\mathrm{R}}(1)_{(ls)}+\widetilde{\mathrm{R}}(2)_{(ls)}+\widetilde{\mathrm{R}}(3)_{(ls)}$$

$$\tilde{R}_{3(ls)} = R(1)_{(ls)} - \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}} (\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}$$

$$*\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}} (\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}} \quad dx_1 dy_1$$

$$+R(2)_{(ls)} - \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty (1 - \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(mle)}}}) e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)}$$

$$\frac{\alpha_{2(ls)}}{\beta_{2(ls)}} (\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}} \frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}} (\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}} \quad dx_2 dy_1$$

$$- \int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}} \; e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}} (\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}} (\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}} \quad dx_1 dy_1$$

$$+ \int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}} (\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}$$

$$e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_{2(ls)}}{\beta_{2(ls)}} (\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}}$$

$$\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}} (\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}} \quad dx_2 d_1 dy_1$$

$$+R(3)_{(ls)} - \int_0^\infty \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^\infty \left(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}\right) \left(1 - \mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2 y_1}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}}\right) e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3 y_1)}$$

$$* \frac{\alpha_{3(ls)}}{\beta_{3(ls)}} (\frac{x_3}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}}} \frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}} (\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}} \quad dx_3 dy_1$$

$$-\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}\right)\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}}}\right.$$

$$*\,e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_{2(ls)}}{\beta_{2(ls)}}(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}-1}\mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}}$$

$$\left.*\,\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}}(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}}dx_2dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^{\infty}\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{y_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}\right)e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2y_1)}\frac{\alpha_{2(ls)}}{\beta_{2(ls)}}(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}-1}\right.$$

$$*\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}}e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1)}\frac{\alpha_{3(ls)}}{\beta_{3(ls)}}(\frac{x_3}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}-1}\mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}}}$$

$$\left.*\,\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}}(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}}dx_3dx_2dy_1\right]$$

$$-\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}}\right)\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}}}e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}}(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}-1}\right.$$

$$\left.*\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}}(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}}dx_1dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_{\mathcal{K}^*{}_3y_1}^{\infty}\left(1-\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_2y_1}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}}\right)e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3y_1)}\frac{\alpha_{3(ls)}}{\beta_{3(ls)}}(\frac{x_3}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}-1}\right.$$

$$*\,\mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}}}e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}}(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}-1}\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}$$

$$\left.*\,\frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}}(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}}dx_3dx_1dy_1\right]$$

$$+\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1y_1}\int_0^{\mathcal{K}^*{}_2y_1}\mathrm{e}^{-(\frac{\mathcal{K}^*{}_3y_1}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}}}e^{-c(x_1-y_1)}\frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}}(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}-1}\mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}\right.$$

$$* e^{-c(x_2-\mathcal{K}^*{}_2 y_1)} \frac{\alpha_{2(ls)}}{\beta_{2(ls)}} (\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}}$$

$$\left. * \frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}} (\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}} dx_2 dx_1 dy_1 \right]$$

$$-\left[\int_0^\infty \int_0^{\mathcal{K}^*{}_1 y_1} \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2 y_1} \int_{\mathcal{K}^*{}_3 y_1}^\infty e^{-c(x_1-y_1)} \frac{\alpha_{1(ls)}}{\beta_{1(ls)}} (\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_1}{\beta_{1(ls)}})^{\alpha_{1(ls)}}}\right.$$

$$* e^{-c(x_3-\mathcal{K}^*{}_3 y_1)} \frac{\alpha_{3(ls)}}{\beta_{3(ls)}} (\frac{x_3}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_3}{\beta_{3(ls)}})^{\alpha_{3(ls)}}}$$

$$\left. \frac{\alpha_{2(ls)}}{\beta_{2(ls)}} (\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}-1} \mathrm{e}^{-(\frac{x_2}{\beta_{2(ls)}})^{\alpha_{2(ls)}}} \frac{\lambda_{(ls)}}{\theta_{(ls)}} (\frac{y_1}{\theta_{(ls)}})^{\lambda_{(ls)}-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{y_1}{\theta_{(ls)}}\right)^{\lambda_{(ls)}}} dx_3 dx_2 dx_1 dy_1 \right]$$

...(67-2)

3-10-3-2 طريقة التقلص Shrinkage method [7],[24]

إن طريقة التقلص تعتمد على معامل التقلص w ويقصد به هو مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الاولية وبما انه لا توجد قاعدة موحدة لاختيار قيمة w بالإمكان اي باحث يختار قيمتها على اساس عدة قواعد يعتقد أنها مناسبة، ومن سمات هذه الطريقة انها تعتمد على المعلومات الاولية وهي عبارة عن قيم اولية.

ان مقدر التقلص لدالة معولية الحدية النظام التتابعي لتوزيع ويبل يتم حسابه وفق الصيغة الرياضية الآتية:

$$\hat{R}_{sh} = w\hat{R} + (1-w)R_0 \quad \dots (68-2)$$

ويمكن ايجاد قيمة wالتي تجعل متوسط مربع الخطأ اقل ما يمكن وكالآتي:

$$mse(\hat{R}_{sh}) = E(\hat{R}_{sh} - R)^2 \quad \dots (69-2)$$

وعند تعويض المعادلة(2-68)في المعادلة(2-69) ينتج:

$$= E\left[w\hat{R} + (1-w)R_0 - R\right]^2 \quad \dots(70-2)$$

وعند إضافة وطرح (wR) للمعادلة اعلاه وبتبسيط نحصل على الآتي:

$$mse\left(\hat{R}_{sh}\right) = w^2 E(\hat{R} - R)^2 + (1-w)^2 E(R_0 - R)^2 \quad \dots(71-2)$$

وباشتقاق المعادلة رقم(2-71) بالنسبة الى w نحصل على

$$\frac{dmse\left(\hat{R}_{sh}\right)}{dw} = 2\mathrm{wE}(\hat{R} - R)^2 + 2(1-w)(-1)E(R_0 - R)^2$$

$$= 2\mathrm{wE}(\hat{R} - R)^2 - 2(1-w)E(R_0 - R)^2$$

وعند مساواة المشتقة اعلاه بالصفر ينتج الآتي:

$$\mathrm{wE}(\hat{R} - R)^2 - (1-w)E(R_0 - R)^2 = 0$$

$$\mathrm{wE}(\hat{R} - R)^2 - E(R_0 - R)^2 + wE(R_0 - R)^2 = 0 \quad \dots(72-2)$$

$$w = \frac{(R_0 - R)^2}{mse\left(\hat{R}\right) + (R_0 - R)^2} \quad \dots(73-2)$$

وبما أن النظام مضبب فإن مقدر التقلص يكون بحسب الصيغة الآتية:

$$\hat{\tilde{R}}_{sh} = w\hat{\tilde{R}} + (1-w)\tilde{R}_0 \quad \dots(74-2)$$

إذ إن:

$\tilde{R}_0$: القيمة الأولية لدالة المعولية الحدية للنظام التتابعي المضبب

$\hat{\tilde{R}}$: تمثل قيمة المقدرة غير المتحيزة لدالة معولية الحدية الضبابية للنظام ويتم الحصول عليها باستعمال مقدر الامكان الاعظم المتمثلة ب$\tilde{R}(1)_{mle}, \tilde{R}(2)_{mle}, \tilde{R}(3)_{mle}$ الذي حصلنا عليها من خلال استعمال خاصية الثبات وذلك بتعويض المعلمات في المعادلة رقم (2-34) و(2-38) و(2-40).

$\hat{\tilde{R}}_{sh}$: يمثل مقدر معولية الحدية الضبابية للنظام بطريقة التقلص.

w: يمثل عامل التقلص وهي قيمة ثابتة تحدد وفق $\tilde{R}_0$ وتكون قيمتها بين الصفر والواحد الصحيح اي $0 < w < 1$.

وعند الحصول على مقدر المعولية الحدية الضبابية $\tilde{R}(1)_{sh}, \tilde{R}(2)_{sh}, \tilde{R}(3)_{sh}$ بطريقة التقلص نعوضها في معادلة (2-75)و(2-76) للحصول على المعولية نظام التتابعي المضبب $\tilde{R}_{2sh}, \tilde{R}_{3sh}$ وكالآتي:

$$\tilde{R}_{2sh} = \tilde{R}(1)_{sh} + \tilde{R}(2)_{sh} \qquad \dots (75-2)$$

$$\tilde{R}_{3sh} = \tilde{R}(1)_{sh} + \tilde{R}(2)_{sh} + \tilde{R}(3)_{sh} \qquad \dots (76-2)$$

الفصل الثالث

الجانب التجريبي(المحاكاة)

3-1التمهيد *Preface*

يتناول هذا الفصل فكرة مختصرة عن مفهوم المحاكاة ***Simulation*** ووصف تجارب المحاكاة الخاصة بالرسالة من حيث اختيار القيم الافتراضية للمعلمات واختيار احجام العينات وطريقة توليد البيانات الضبابية المستعملة في تقدير معولية النظام التتابعي cascade المضبب لتوزيع ويبل باستعمال طرائق التقدير واختيار افضلية هذه الطرائق بالاعتماد على معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE)، وكذلك دراسة سلوك معولية النظام.

3-2المحاكاة ***Simulation*** [10],[12]

يمكن تعريف المحاكاة على أنها اسلوب رياضي لحل اغلب المشاكل التي يواجها الباحثين والعلماء من خلال عدم توفر البيانات او صعوبة اجراء العمليات للتقدير والتحليل وهي تقليد للنظام مشابه للنموذج الحقيقي، كما تتميز المحاكاة بالمرونة من خلال تكرار التجربة لعدة مرات واختبار هذه التجربة كما انها توفر الوقت والجهد والمال.

وفي المحاكاة توجد عدة طرائق منها الطريقة المختلطة Mixed procedure والطريقة التناظرية Analog procedure وطريقة مونتي-كارلو Monte Carlo.

إن طريقة مونتي-كارلو هي من افضل الطرائق المحاكاة واكثرها شيوعا لأنها تستعمل لتوليد البيانات لأغلب التوزيعات الاحتمالية شائعة الاستعمال التي لها دالة كثافة المعروفة، أن اهمية المحاكاة تتميز في العشوائية، ففي التجربة الاولى التي ولدت بها البيانات تكون مستقلة عن التجربة الثانية وهكذا في التجارب الاخرى.

3-3 وصف تجارب المحاكاة لنظام التتابعيcascade المضبب

في هذا الفصل سيتم اعتماد محاكاة مونتي-كارلو ((*Simulation* − *Monte Carlo*)) لغرض توليد البيانات بأحجام متنوعة التي تستعمل في تقدير معولية النظام التتابعي cascade المضببfuzzy لتوزيع ويبل، كذلك اجراء مقارنة بين المقدرات لتقدير معولية النظام المضبب وذلك من خلال عدة مراحل:

المرحلة الاولى

تشتمل هذه المرحلة على اختيار القيم الافتراضية لأحجام العينات فضلا عن اختيار القيم الافتراضية لقيم معلمات النموذج التتابعي المضبب.

اختيار احجام العينات(***Sample Sizes***)

يستم استعمال احجام العينات وفق التالي:

- **احجام عينات صغيرة(15,25,35)**
- **احجام عينات متوسطة(50,75,100)**
- **احجام عينات كبيرة(150,200,500)**

اختيار قيم افتراضية لمعلمات النظام التتابعي لتوزيع ويبل

Choosing Hypothesis Values of Parameters

يـتم اختيـار قـيم افتراضـية لمعلمـة الشـكل α (*shape Parameter*) ومعلمـة القيـاس β (*Scale Parameter*) لمتغيـر المتانـة لتوزيـع ويبـل وكـذلك معلمـة الشـكل λ (*shape Parameter*) ومعلمـة القيـاس θ (*Scale Parameter*) لمتغيـر الاجهـاد لتوزيـع ويبل كما مبينة بالجدول (1-3).

جدول (*1-3*) يمثل القيم الافتراضية المختارة لنظام *cascade* لتوزيع ويبل

المعلمات	معلمات الشكل والقياس متساوية				معلمات الشكل اكبر من معلمات القياس				معلمات الشكل اصغر من معلمات القياس			
α	0.5	1	1.5	2.5	1	2	2.5	3	0.5	1.5	2	2.5
β	0.5	1	1.5	2.5	0.5	1.5	2	2.5	1	2	2.5	3
λ	0.5	1	1.5	2.5	1	2	2.5	3	0.5	1.5	2	2.5
θ	0.5	1	1,5	2.5	0.5	1.5	2	2.5	1	2	2.5	3

المصدر: أعداد الباحث

مرحلة الثانية

فــي هــذا المرحلــة يــتم اســتعمال لغــة البرمجــة Matlab توليــد بيانـــات لدالـــة المعوليـــة الضبابية Data generation وفق التالي:

- **توليد متغير عشوائي له توزيع منتظم $u_i \sim (0,1)$ باستعمال الامر Rand**
- **توليد متغير عشوائي له توزيع منتظم $u_j \sim (0,1)$ باستعمال الامر Rand**
- **الحصول على بيانات تتوزع توزيع ويبل Weibull باستعمال معكوس الدالة التراكمية وكالاتي:**

$$x_i = 1 - e^{-\left(\frac{u_i}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

وكـــذلك الحصـــول علـــى بيانـــات تتـــوزع توزيـــع ويبـــل Weibull لمتغيـــر الاجهـــاد (y) باستعمال معكوس الدالة التراكمية الصيغة وكالاتي:

$$y_j = 1 - e^{-\left(\frac{u_j}{\theta}\right)^{\lambda}}$$

ثم ننتقل الى المرحلة الثالثة

المرحلة الثالثة

في هذه المرحلة يتم تقدير معولية النظام التتابعي cascade المضبب لتوزيع ويبل باستعمال طرائق التقدير الموضحة بالفصل الثاني(الجانب النظري) وهي كالآتي:

- ✓ طريقة مقدر الامكان الاعظم لمعولية النظام التتابعي cascade المضبب
- ✓ طريقة مقدر المربعات الصغرى لمعولية النظام التتابعي cascadeالمضبب
- ✓ طريقة مقدر التقلص لمعوليه النظام التتابعي cascadeالمضبب

المرحلة الرابعة

في هذه المرحلة يتم اختيار افضل طريقة وذلك من خلال اجراء مقارنة بين المقدرات بالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربع الخطأ (MSE) وحسب الصيغة التالية:

$$mse\left(\widetilde{\widetilde{R}}\right) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\widetilde{\widetilde{R}} - R)^2$$

إذ إن L تمثل عدد التكرارات $(Replication)$ لكل تجربة

إذ كررت 1000 مرة ، وتم فرض قيمة عامل التوهين k=1 ومعلمة دالة الانتماء c=1

4-3سلوك معولية نظام cascade المضبب لتوزيع ويبل

إن دراسة سلوك معولية نظام cascade المضبب لكل من $(\tilde{R}_2, \tilde{R}_3)$ بالاستعانة بالقيم الافتراضية للمعلمات النظام المختارة كما في الجدول رقم (3-1) لتوزيع ويبل اذ يتم حسابها من خلال المعادلتين (2-42)،(2-43)، كما يتم الحصول على المعوليات الحدية الضبابية $\tilde{R}(3), \tilde{R}(2), \tilde{R}(1)$ من خلال المعادلات (2-33)،(2-37)،(2-39) على التوالي.

يظهر الجدول (3-2)في ادناه نتائج المحاكاة لنموذج cascadeالمضبب بافتراض أن متغير المتانة ومتغير الاجهاد يتبع توزيع ويبل بمعلمات شكل مختلفة ومعلمات قياس مختلفة ايضا، المعولية الحدية الضبابية لنظام يتضمن مكون واحد ومكونين وثلاث مكونات ومعولية نظام التتابعي $2 - \widetilde{cascade}, 3 - \widetilde{cascade}$

جدول (3-2): يمثل المعولية الحدية الضبابية (مكون واحد، مكونين، ثلاثة مكونات) والمعولية الكلية للقيم المعلمات الافتراضية

α	β	λ	θ	$\tilde{R}(1)$	$\tilde{R}(2)$	$\tilde{R}(3)$	$\tilde{R}_2$	$\tilde{R}_3$
0.5	0.5	0.5	0.5	0.24143	0.36151	0.33183	0.60294	**0.93476**
1	1	1	1	0.23772	0.309	0.19663	0.54672	0.74335
1.5	1.5	1.5	1.5	0.23159	0.37973	0.15923	0.61132	0.77056
2.5	2.5	2.5	2.5	0.28154	0.2559	0.33361	0.53744	0.87106
1	0.5	1	0.5	0.1888	**0.4847**	0.01113	0.6735	0.68464

2	1.5	2	1.5	0.24367	0.43812	0.17086	0.68179	0.85265
2.5	2	2.5	2	0.20854	0.379	0.16575	0.58754	0.75329
3	2.5	3	2.5	0.25441	0.10756	**0.46855**	0.36197	0.83052
0.5	1	0.5	1	0.25598	0.47895	0.17975	**0.73493**	0.91469
1.5	2	1.5	2	**0.27769**	0.44497	0.1211	0.72266	0.84376
2	2.5	2	2.5	0.25339	0.38961	0.25429	0.643	0.8973
2.5	3	2.5	3	0.19634	0.3667	0.15903	0.56304	0.72206

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

❖ نلاحظ من خلال الجدول(3-2) أن اعلى قيمة حصلنا عليها لمعولية نظام 3- cascade هي ($\tilde{R}_3$=0.93476)كانت عندما قيم معلمات الشكل ومعلمات القياس متساوية وعند القيم تساوي:

$$(\alpha = 0.5, \beta = 0.5, \lambda = 0.5, \theta = 0.5)$$

وأن اقل قيمة حصلنا عليها لمعولية نظام 3- cascade المضبب ($\tilde{R}_3 =$ 0.68464) عندما كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 1, \beta = 0.5, \lambda = 1, \theta = 0.5)$$

في حين اعلى قيمة حصلنا عليها لمعولية النظام *2-cascade* المضبب هي ($\tilde{R}_2 = 0.73493$) عندما كانت قيم معلمات الشكل اقل من قيم معلمات القياس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 0.5, \beta = 1, \lambda = 0.5 = 1)$$

واقل قيمة حصلنا عليها لمعولية نظام التتابعي المضبب هي ($\tilde{R}_2 =$ 0.36197) عندما كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 3, \beta = 2.5, \lambda = 3, \theta = 2.5)$$

❖ نلاحظ من خلال الجدول (3-2) أن اعلى قيمة للمعولية الحدية الضبابية الاولى هي $(\tilde{R}(1) = 0.27769)$ عندما كانت قيم معلمات الشكل اقل من قيم معلمات القياس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 1.5, \beta = 2, \lambda = 1.5, \theta = 2)$$

في حين حصلنا على اقل قيمة للمعولية الحدية الضبابية الاولى وهي $(\tilde{R}(1) = 0.1888)$ عندما كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 1, \beta = 0.5, \lambda = 1, \theta = 0.5)$$

❖ نلاحظ ان اعلى قيمة للمعولية الحدية الضبابية الثانية هي $\tilde{R}(2) = (0.4847)$ عندما كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 1, \beta = 0.5, \lambda = 1, \theta = 0.5)$$

في حين حصلنا على اقل قيمة للمعولية الحدية الضبابية الثانية وهي $(\widetilde{R}(2) = 0.10756)$ عندما كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 3, \beta = 2.5, \lambda = 3, \theta = 2.5)$$

❖ نلاحظ ان اعلى قيمة للمعولية الحدية الضبابية الثالثة هي $\tilde{R}(3) = (0.46855)$ عندما كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 3, \beta = 2.5, \lambda = 3, \theta = 2.5)$$

فـي حـين حصـلنا علـى اقـل قيمـة للمعوليـة الحديـة الضـبابية الثالثـة وهـي $\tilde{R}(3)\ =$ (0.01113 عنـدما كانـت قـيم معلمـات الشـكل اكبـر مـن قـيم معلمـات القيـاس وعندما القيم تساوي:

$$(\alpha = 1, \beta = 0.5, \lambda = 1, \theta = 0.5)$$

5-3مناقشة تجارب المحاكاة الخاصة بنظام cascade المضبب

لإيجاد افضل طريقة للتقدير معولية نظام cascadeالمضبب لتوزيع ويبل تم استعمال المقياس الاحصائي متوسط مربع الخطا (MSE)، وفيما يلي نتائج تجارب المحاكاة($Simulation$) بحسب القيم الافتراضية المختارة واحجام العينات كما موضحة بالجداول التالية:

في الجدول (3-3)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$$(\alpha = 0.5; \beta = 0.5; \lambda = 0.5; \theta = 0.5)$$

عند حجم عينة n=15

- ❖ إن تقـدير المعوليـة الحديـة الضـبابية الاولـى بطريقـة المربعـات الصغرى(LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعوليـة الحديـة الضـبابية الثانيـة بطريقـة المربعـات الصـغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعوليـة الحديـة الضـبابية الثالثـة بطريقـة المربعـات الصـغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=25

- ❖ إن تقـدير المعوليـة الحديـة الضـبابية الاولـى بطريقـة المربعـات الصغرى(LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعوليـة الحديـة الضـبابية الثانيـة بطريقـة الـتقلص (Sh) هـي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=35

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=50

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى(LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=75

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=100

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=150

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=200

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=500

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

جدول(3-3):يمثل قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية (مكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 0.5; \beta = 0.5; \lambda = 0.5; \theta = 0.5)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(2)$
15	**0.6716**	**0.9443**	**0.9519**	**0.2684**	**0.5693**	**0.1506**	**0.4265**	**0.7015**	**0.4617**
25	**0.2013**	**0.3876**	**0.3483**	**0.0592**	**0.3171**	**0.2351**	**0.1212**	**0.1715**	**0.2744**
35	**0.9859**	**0.9967**	**0.9292**	**0.7249**	**0.8428**	**0.927**	**0.9153**	**0.9575**	**0.7017**
50	**0.7552**	**0.6733**	**0.799**	**0.6304**	**0.6446**	**0.719**	**0.6966**	**0.4903**	**0.7618**
75	**0.669**	**0.7637**	**0.6742**	**0.2151**	**0.5227**	**0.3463**	**0.7352**	**0.7066**	**0.468**
100	**0.1815**	**0.2292**	**0.387**	**0.4233**	**0.3241**	**0.8898**	**0.4836**	**0.2547**	**0.7061**
150	**0.1753**	**0.1906**	**0.1081**	**0.3886**	**0.6936**	**0.7287**	**0.4302**	**0.5597**	**0.6574**
200	**0.0968**	**0.2778**	**0.1742**	**0.1578**	**0.1002**	**0.7103**	**0.2388**	**0.1061**	**0.2647**
500	**0.0196**	**0.0267**	**0.1343**	**0.0544**	**0.6456**	**0.4772**	**0.0808**	**0.107**	**0.291**

م/ أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

جدول(4-3): يمثل قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية (مكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 1; \beta = 1; \lambda = 1; \theta = 1)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(2)$
15	**0.7373**	**0.7382**	**0.6089**	**0.561**	**0.0359**	**0.125**	**0.6274**	**0.2307**	**0.5014**
25	**0.287**	**0.8912**	**0.7774**	**0.1869**	**0.5091**	**0.3702**	**0.1371**	**0.5659**	**0.6107**
35	**0.9866**	**0.9223**	**0.9615**	**0.875**	**0.4647**	**0.2425**	**0.8452**	**0.4627**	**0.4411**
50	**0.8527**	**0.5425**	**0.8492**	**0.6557**	**0.3303**	**0.3544**	**0.6613**	**0.2455**	**0.2419**
75	**0.5908**	**0.835**	**0.7236**	**0.5404**	**0.3424**	**0.2598**	**0.5885**	**0.7285**	**0.5319**
100	**0.5176**	**0.3112**	**0.5967**	**0.5691**	**0.8229**	**0.8995**	**0.5584**	**0.6363**	**0.7915**
150	**0.4277**	**0.1428**	**0.2966**	**0.5399**	**0.2888**	**0.8229**	**0.4934**	**0.5427**	**0.8969**
200	**0.24**	**0.1362**	**0.3188**	**0.3165**	**0.6443**	**0.7839**	**0.4898**	**0.4005**	**0.9859**
500	**0.0353**	**0.3093**	**0.632**	**0.2045**	**0.9679**	**0.7821**	**0.1916**	**0.4424**	**0.6939**

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

في الجدول (3-4)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$$(\alpha = 1; \beta = 1; \lambda = 1; \theta = 1)$$

عند حجم عينة n=15

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=25

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=35

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=50

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=75

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=100

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=150

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=200

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=500

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

....

في الجدول (3-5)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي

$$(\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{1.5}; \boldsymbol{\beta} = \mathbf{1.5}; \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{1.5}; \boldsymbol{\theta} = \mathbf{1.5})$$

عند حجم عينة n=15

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

جدول (3-5): يمثل قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية (مكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 1.5; \beta = 1.5; \lambda = 1.5; \theta = 1.5)$

Method	ML			LS			sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(2)$
15	0.8723	0.9975	0.8157	0.0736	0.8681	0.4118	0.6595	0.9091	0.72
25	0.5335	0.8863	0.714	0.0853	0.7987	0.5299	0.1114	0.3541	0.7686
35	0.8465	0.6605	0.6312	0.6903	0.3365	0.4952	0.5926	0.4445	0.9687
50	0.6833	0.0365	0.2811	0.6865	0.0306	0.8891	0.9832	0.7155	0.9009
75	0.5739	0.1441	0.4841	0.9093	0.7833	0.907	0.98	0.8532	0.9967
100	0.016	0.0294	0.976	0.2425	0.197	0.1258	0.9534	0.8494	0.1213
150	0.0058	0.3949	0.1123	0.7273	0.5319	0.7412	0.8063	0.9955	0.9993
200	0.4087	0.0693	0.1397	0.5161	0.5362	0.4735	0.7504	0.6912	1.2915
500	0.4362	0.2564	0.5512	0.5967	0.6104	0.6931	0.7198	0.8094	0.8586

المصدر:أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=25

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى(LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=35

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=50

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=75

- إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=100

- إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=150

- إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=200

- إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=500

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

....

في الجدول (3-6)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$$(\boldsymbol{\alpha} = 2.5; \boldsymbol{\beta} = 2.5; \boldsymbol{\lambda} = 2.5; \boldsymbol{\theta} = 2.5)$$

عند حجم عينة n=15

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=25

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

جدول (6-3)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات)للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 2.5; \beta = 2.5; \lambda = 2.5; \theta = 2.5)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\widetilde{R}(1)$	MSE $\widetilde{R}(2)$	MSE $\widetilde{R}(3)$	MSE $\widetilde{R}(1)$	MSE $\widetilde{R}(2)$	MSE $\widetilde{R}(3)$	MSE $\widetilde{R}(1)$	MSE $\widetilde{R}(2)$	MSE $\widetilde{R}(3)$
15	0.86710	0.76970	0.8860	0.52030	0.62050	0.34380	0.71050	0.42890	0.61030
25	0.05830	0.61780	0.82260	0.51200	0.20620	0.05660	0.36110	0.25730	0.41300
35	0.93440	0.72070	0.62360	0.70360	0.67350	0.33580	0.90700	0.38390	0.50130
50	0.56760	0.54640	0.79680	0.88290	0.79630	0.65270	0.93690	0.82420	0.11840
75	0.47180	0.39990	0.80130	0.76820	0.21500	0.16060	0.92310	0.73930	0.98300
100	0.22800	0.46170	0.84920	0.78580	0.85310	0.54180	0.90220	0.88830	0.88700
150	0.50270	0.25040	0.35830	0.54560	0.37500	0.67820	0.76380	0.72210	0.73940
200	0.10580	0.03630	0.36340	0.12410	0.04780	0.76140	0.39070	0.50730	0.97460
500	0.05730	0.10550	0.06630	0.08290	0.30630	0.28420	0.23430	0.69550	0.77730

المصدر:أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=35

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=50

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=75

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=100

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=150

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=200

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عندما حجم العينة n=500

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

....

في الجدول (3-7)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$$(\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{1}; \boldsymbol{\beta} = \mathbf{0.5}; \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{1}; \boldsymbol{\theta} = \mathbf{0.5})$$

حجم عينة n=15

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=25

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى(LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=35

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

جدول (3-7)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 1; \beta = 0.5; \lambda = 1; \theta = 0.5)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$
15	**0.81310**	**0.60600**	**0.94290**	**0.69020**	**0.45470**	**0.93480**	**0.45690**	**0.48750**	**0.93960**
25	**0.34350**	**0.77320**	**0.97170**	**0.03760**	**0.19510**	**0.33480**	**0.17180**	**0.22780**	**0.54180**
35	**0.95540**	**0.98990**	**0.96120**	**0.79470**	**0.86080**	**0.82720**	**0.04930**	**0.37850**	**0.75050**
50	**0.35580**	**0.67890**	**0.13150**	**0.89760**	**0.14600**	**0.93600**	**0.63810**	**0.39310**	**0.16410**
75	**0.19830**	**0.22980**	**0.69680**	**0.87870**	**0.87040**	**0.99400**	**0.70340**	**0.56410**	**0.90780**
100	**0.62170**	**0.41020**	**0.30780**	**0.78030**	**0.90780**	**0.72720**	**0.39560**	**0.56990**	**0.33210**
150	**0.06840**	**0.70360**	**0.63380**	**0.64370**	**0.15810**	**0.20960**	**0.45510**	**0.28120**	**0.57510**
200	**0.08790**	**0.11290**	**0.35880**	**0.63600**	**0.88910**	**0.79370**	**0.50950**	**0.22560**	**0.67690**
500	**0.21000**	**0.51240**	**0.08940**	**0.60470**	**0.86740**	**0.99430**	**0.27350**	**0.83080**	**0.74260**

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=50

❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (LS) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=75

❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=100

❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=150

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=200

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=500

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

....

في الجدول (3-8)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي(3-8)

$$(\alpha = 2; \beta = 1.5; \lambda = 2; \theta = 1.5)$$

عند حجم عينة n=15

جدول (3-8)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 2; \beta = 1.5; \lambda = 2; \theta = 1.5)$

Method	**ML**			**LS**			**Sh**		
n	**MSE** $\tilde{R}(1)$	**MSE** $\tilde{R}(2)$	**MSE** $\tilde{R}(3)$	**MSE** $\tilde{R}(1)$	**MSE** $\tilde{R}(2)$	**MSE** $\tilde{R}(3)$	**MSE** $\tilde{R}(1)$	**MSE** $\tilde{R}(2)$	**MSE** $\tilde{R}(3)$
15	**0.58540**	**0.66500**	**0.5320**	**0.05450**	**0.39240**	**0.02420**	**0.44420**	**0.41200**	**0.25660**
25	**0.83750**	**0.97450**	**0.67780**	**0.78260**	**0.86150**	**0.56400**	**0.79460**	**0.62480**	**0.595020**
35	**0.74810**	**0.78230**	**0.58080**	**0.16600**	**0.30450**	**0.14700**	**0.00890**	**0.34870**	**0.34590**
50	**0.98020**	**0.90330**	**0.91860**	**0.00300**	**0.72110**	**0.83670**	**0.55410**	**0.86300**	**0.91350**
75	**0.58830**	**0.00310**	**0.11030**	**0.96310**	**0.87960**	**0.25030**	**0.42700**	**0.43890**	**0.21440**
100	**0.54610**	**0.99620**	**0.94680**	**0.94360**	**0.21930**	**0.15890**	**0.69700**	**0.42790**	**0.34210**
150	**0.88290**	**0.69980**	**0.31490**	**0.49840**	**0.99070**	**0.76790**	**0.55740**	**0.03310**	**0.70010**
200	**0.55530**	**0.32730**	**0.10650**	**0.73640**	**0.93710**	**0.70020**	**0.62040**	**0.66540**	**0.43310**
500	**0.06480**	**0.29700**	**0.30120**	**0.42790**	**0.93940**	**0.39660**	**0.14530**	**0.89660**	**0.34260**

المصدر:أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=25

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى(LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=35

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=50

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=75

- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=100

- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=150

- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (Sh) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=200

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=500

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

....

في الجدول (3-9)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$$(\alpha = 2.5; \beta = 2; \lambda = 2.5; \theta = 2)$$

عند حجم عينة n=15

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(mse).

عند حجم عينة n=25

جدول (3-9)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 2.5; \beta = 2; \lambda = 2.5; \theta = 2)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$
15	**0.8476**	**0.8116**	**0.9922**	**0.5636**	**0.70777**	**0.9867**	**0.4374**	**0.6455**	**0.9822**
25	**0.4128**	**0.5775**	**0.7039**	**0.2074**	**0.2751**	**0.4521**	**0.3776**	**0.3184**	**0.5256**
35	**0.9289**	**0.8299**	**0.862**	**0.5219**	**0.6058**	**0.0884**	**0.7855**	**0.0648**	**0.1765**
50	**0.5903**	**0.4355**	**0.133**	**0.8672**	**0.6893**	**0.5247**	**0.1137**	**0.2893**	**0.5148**
75	**0.0931**	**0.2592**	**0.376**	**0.6458**	**0.8119**	**0.7949**	**0.4629**	**0.5104**	**0.4614**
100	**0.0908**	**0.5444**	**0.1839**	**0.5977**	**0.6708**	**0.5346**	**0.1133**	**0.3824**	**0.4847**
150	**0.5887**	**0.0055**	**0.0316**	**0.4753**	**0.9641**	**0.8045**	**0.5162**	**0.3238**	**0.7302**
200	**0.0746**	**0.381**	**0.9322**	**0.3235**	**0.4385**	**0.3411**	**0.3224**	**0.4096**	**0.5373**
500	**0.1471**	**0.137**	**0.66**	**0.2725**	**0.5196**	**0.9784**	**0.1906**	**0.3609**	**0.7736**

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=35

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=50

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=75

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

- إن تقدير المعولية الحديةة الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=100

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=150

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=200

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=500

- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

....

في الجدول (3-10)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$(\alpha=3;\beta=2.5;\lambda=92.5;\theta=2.5)$

عند حجم عينة n=15

- ❖ **إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).**
- ❖ **إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).**
- ❖ **إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).**

عند حجم عينة n=25

- ❖ **إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).**
- ❖ **إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).**
- ❖ **إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).**

جدول (3-10)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرق الثلاثة على فرض ان$(\alpha = 3; \beta = 2.5; \lambda = 3; \theta = 2.5)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$
15	**0.67170**	**0.75500**	**0.52760**	**0.116370**	**0.12250**	**0.44620**	**0.16200**	**0.28730**	**0.47380**
25	**0.28070**	**0.52420**	**0.67120**	**0.13900**	**0.24620**	**0.59920**	**0.20590**	**0.11780**	**0.62100**
35	**0.93840**	**0.81980**	**0.84300**	**0.30600**	**0.36210**	**0.28190**	**0.02100**	**0.65340**	**0.64400**
50	**0.61640**	**0.44260**	**0.17670**	**0.90260**	**0.75470**	**0.51520**	**0.71610**	**0.72890**	**0.20130**
75	**0.48390**	**0.16000**	**0.10230**	**0.86340**	**0.29220**	**0.60480**	**0.71310**	**0.06290**	**0.22150**
100	**0.33690**	**0.75710**	**0.12430**	**0.84180**	**0.97930**	**0.93400**	**0.38570**	**0.94640**	**0.49370**
150	**0.67170**	**0.33150**	**0.97570**	**0.37060**	**0.13910**	**0.25160**	**0.09480**	**0.20340**	**0.70590**
200	**0.01660**	**0.66470**	**0.24270**	**0.52900**	**0.92980**	**0.67260**	**0.14670**	**0.87520**	**0.30750**
500	**0.01830**	**0.06780**	**0.09200**	**0.50670**	**0.23230**	**0.70070**	**0.03170**	**0.13610**	**0.35540**

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

عند حجم عينة n=35

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=50

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=75

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص(sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=100

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=150

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=200

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=500

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

....

في الجدول (3-11)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$$(\alpha = 0.5; \beta = 1; \lambda = 0.5; \theta = 1)$$

عند حجم عينة n=15

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=25

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=35

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

جدول (3-11)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 0.5; \beta = 1; \lambda = 0.5; \theta = 1)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$
15	**0.8948**	**0.7305**	**0.40002**	**0.3066**	**0.5716**	**0.1914**	**0.7085**	**0.5971**	**0.2047**
25	**0.6715**	**0.7619**	**0.6967**	**0.375**	**0.7599**	**0.5245**	**0.3944**	**0.5584**	**0.5411**
35	**0.9939**	**0.8454**	**0.9829**	**0.4437**	**0.3874**	**0.9001**	**0.5904**	**0.4347**	**0.9602**
50	**0.2282**	**0.7839**	**0.5737**	**0.8925**	**0.0855**	**0.5858**	**0.7445**	**0.1618**	**0.4716**
75	**0.3035**	**0.2647**	**0.2379**	**0.864**	**0.7592**	**0.1475**	**0.6563**	**0.4538**	**0.2141**
100	**0.056**	**0.4578**	**0.4727**	**0.8579**	**0.5962**	**0.5944**	**0.4284**	**0.2291**	**0.5799**
150	**0.7375**	**0.4625**	**0.245**	**0.1434**	**0.5253**	**0.8443**	**0.3968**	**0.4834**	**0.6957**
200	**0.3718**	**0.1593**	**0.2971**	**0.6262**	**0.5498**	**0.1536**	**0.1494**	**0.2541**	**0.1639**
500	**0.158**	**0.7157**	**0.3354**	**0.5902**	**0.7871**	**0.9753**	**0.5157**	**0.7394**	**0.6505**

النصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

- ❖ إن تقدير المعولية الحديية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=50

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=75

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=100

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=150

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=200

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص(sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=500

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

....

الجدول (3-12)فعندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$$(\alpha = 1.5; \beta = 2; \lambda = 1.5; \theta = 2)$$

عند حجم عينة n=15

جدول (12-3)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 1.5; \beta = 2; \lambda = 1.5; \theta = 2)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$
15	**0.86239**	**0.7412**	**0.8864**	**0.5464**	**0.259**	**0.3539**	**0.8019**	**0.19559**	**0.3117**
25	**0.5279**	**0.8183**	**0.7731**	**0.3583**	**0.2636**	**0.3011**	**0.3819**	**0.4908**	**0.7129**
35	**0.9657**	**0.6626**	**0.9781**	**0.0355**	**0.5696**	**0.0047**	**0.5056**	**0.4575**	**0.7738**
50	**0.8628**	**0.6339**	**0.6477**	**0.3334**	**0.1838**	**0.9083**	**0.4414**	**0.2783**	**0.4375**
75	**0.0684**	**0.5756**	**0.13**	**0.8013**	**0.675**	**0.9833**	**0.2455**	**0.6267**	**0.8173**
100	**0.4118**	**0.088**	**0.303**	**0.7071**	**0.2102**	**0.8025**	**0.7034**	**0.0231**	**0.5516**
150	**0.219**	**0.6665**	**0.4296**	**0.6631**	**0.9162**	**0.2782**	**0.3265**	**0.8089**	**0.4294**
200	**0.5184**	**0.8902**	**0.1788**	**0.1676**	**0.5227**	**0.6292**	**0.2503**	**0.6563**	**0.8978**
500	**0.044**	**0.0607**	**0.2196**	**0.1486**	**0.719**	**0.3683**	**0.137**	**0.6275**	**0.3339**

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=25

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة المربعات الصغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=35

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=50

- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل حسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=75

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=100

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=150

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخط(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE)
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=200

❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (LS) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (LS) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=500

❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

....

في الجدول (3-13)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي(3-13)

$$(\boldsymbol{\alpha} = 2; \boldsymbol{\beta} = 2.5; \boldsymbol{\lambda} = 2; \boldsymbol{\theta} = 2.5)$$

عند حجم عينة n=15

❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (LS) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

❖ إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (LS) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=25

جدول (3-13)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرق الثلاثة على فرض ان ($\alpha = 2; \beta = 2.5; \lambda = 2,5; \theta = 2.5$)

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$
15	**0.8431**	**0.9814**	**0.9941**	**0.549**	**0.3663**	**0.2472**	**0.7695**	**0.5026**	**0.4473**
25	**0.7422**	**0.7567**	**0.2393**	**0.2409**	**0.6345**	**0.1045**	**0.1341**	**0.3698**	**0.0006**
35	**0.9129**	**0.8031**	**0.8896**	**0.499**	**0.1258**	**0.3122**	**0.2795**	**0.0277**	**0.0447**
50	**0.2556**	**0.2764**	**0.2137**	**0.9101**	**0.8743**	**0.6195**	**0.6269**	**0.3919**	**0.5338**
75	**0.4049**	**0.1573**	**0.0463**	**0.8074**	**0.7497**	**0.5587**	**0.6249**	**0.6922**	**0.5172**
100	**0.019**	**0.6098**	**0.2799**	**0.7966**	**0.0098**	**0.597**	**0.6854**	**0.209**	**0.1084**
150	**0.3648**	**0.6639**	**0.5134**	**0.647**	**0.9892**	**0.9824**	**0.4817**	**0.4077**	**0.9638**
200	**0.2433**	**0.4732**	**0.8569**	**0.5222**	**0.7624**	**0.2186**	**0.1035**	**0.5829**	**0.6428**
500	**0.2462**	**0.2102**	**0.2885**	**0.323**	**0.3868**	**0.663**	**0.3183**	**0.2438**	**0.5763**

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

- إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة الـــتقلص(Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة الـــتقلص(Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=35

- إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة الـــتقلص(Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ان تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=50

- إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=75

- إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=100

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=150

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة التقلص(sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=200

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=500

- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة (ML) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

....

في الجدول (3-14)عندما تكون قيم المعلمات الافتراضية هي:

$$(\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{2.5}; \boldsymbol{\beta} = \mathbf{3}; \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{2.5}; \boldsymbol{\theta} = \mathbf{3})$$

عند حجم عينة n=15

- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (LS) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم عينة n=25

- ❖ إن تقـــدير المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الاولـــى بطريقـــة (LS) هـــي الافضـــل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثانيـــة بطريقـــة الـــتقلص (Sh) هـــي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعوليـــة الحديـــة الضـــبابية الثالثـــة بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

جدول (14-3)قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 2.5; \beta = 3; \lambda = 2,5; \theta = 3)$

Method	ML			LS			Sh		
n	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3)$	MSE $\tilde{R}(1)$	MSE $\tilde{R}(2)$	MSE $\tilde{R}(3\text{-})$
15	**0.9123**	**0.5832**	**0.7627**	**0.0636**	**0.3511**	**0.6791**	**0.86**	**0.5513**	**0.5793**
25	**0.3958**	**0.8465**	**0.8251**	**0.2086**	**0.7425**	**0.13**	**0.254**	**0.6023**	**0.5805**
35	**0.8993**	**0.4424**	**0.3984**	**0.1365**	**0.0171**	**0.0146**	**0.8782**	**0.0182**	**0.2083**
50	**0.3942**	**0.5788**	**0.5899**	**0.8283**	**0.6776**	**0.7661**	**0.2872**	**0.2002**	**0.5648**
75	**0.213**	**0.2474**	**0.1278**	**0.8076**	**0.8447**	**0.7018**	**0.7383**	**0.4375**	**0.4746**
100	**0.0777**	**0.4011**	**0.5039**	**0.7282**	**0.5571**	**0.9838**	**0.2658**	**0.183**	**0.4527**
150	**0.3458**	**0.79**	**0.5832**	**0.6776**	**0.1607**	**0.7669**	**0.6239**	**0.7487**	**0.6531**
200	**0.0598**	**0.8865**	**0.1004**	**0.6697**	**0.3763**	**0.8291**	**0.5052**	**0.5512**	**0.7308**
500	**0.1305**	**0.2398**	**0.166**	**0.6597**	**0.2947**	**0.8604**	**0.6135**	**0.2728**	**0.5838**

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

عند حجم عينة n=35

- ❖ إن تقدير المعولية الحديثة الضبابية الاولى بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحديثة الضبابية الثانية بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحديثة الضبابية الثالثة بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم عينة n=50

- ❖ إن تقدير المعولية الحديثة الضبابية الاولى بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحديثة الضبابية الثانية بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحديثة الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=75

- ❖ إن تقدير المعولية الحديثة الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحديثة الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحديثة الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

عند حجم العينة n=100

- ❖ إن تقدير المعولية الحديثة الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).
- ❖ إن تقديرالمعولية الحديثة الضبابية الثانية بطريقة التقلص(Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطأ(MSE).

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة التقلص (Sh) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=150

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=200

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (LS) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

عند حجم العينة n=500

- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الاولى بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثانية بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).
- إن تقدير المعولية الحدية الضبابية الثالثة بطريقة (ML) هي الافضل بحسب معيار متوسط مربع الخطا(MSE).

6-3الخلاصة الجانب التجريبي

لمعرفة اي من الطرائق التقدير هي الافضل حسب حجم العينة انشأ الباحث جدول (15-3)يبين تكرار افضلية كل طريقة بحسب احجام العينات ولجميع النماذج وكالآتي:

الجدول(15-3) يمثل تكرار افضلية كل طريقة بحسب احجام العينات ولجميع النماذج

طرائق التقدير	ML			LS			Sh		
n	$\tilde{R}(1)$	$\tilde{R}(2)$	$\tilde{R}(3)$	$\tilde{R}(1)$	$\tilde{R}(2)$	$\tilde{R}(3)$	$\tilde{R}(1)$	$\tilde{R}(2)$	$\tilde{R}(3)$
15	0	0	0	10	10	9	2	2	3
25	0	0	0	9	5	11	3	7	1
35	0	0	0	6	6	9	6	6	3
50	6	3	5	4	5	2	2	4	5
75	9	8	8	2	3	4	1	1	0
100	11	6	7	0	2	2	1	4	3
150	8	7	9	3	3	3	1	2	0
200	9	9	9	1	3	3	2	0	0
500	12	12	12	0	0	0	0	0	0
$\sum$	55	45	50	35	37	43	18	26	15
$\sum$	150			115			59		

المصدر: أعداد الباحث بالاعتماد على مخرجات المحاكاة بلغة البرمجة Matlab

١-اظهرت النتائج المحاكاة أن افضل طريقة عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة هي طريقة مقدر الامكان الاعظم (ML).

٢- اظهرت النتائج المحاكاة أن افضل طريقة عند احجام العينات الصغيرة هي طريقة المربعات الصغرى (LS).

٣-بينت نتائج المحاكاة ان اسوء طريقة من بين الطرائق الثلاث هي طريقة التقلص (Sh) ولجميع احجام العينات.

٤-من خلال جدول الافضلية (3-15) يبين ان مقدار الامكان الاعظم حصل على اعلى تكرار من بين الطرائق الاخرى وكالآتي:

- **طريقة الامكان الاعظم (150)تكرار**
- **طريقة المربعات الصغرى (115) تكرار**
- **طريقة التقلص(59) تكرار**

الفصل الرابع

الجانب التطبيقي

1-2التمهيد *Preface*

يتناول هذا الفصل نبذه مختصره عن احدث جهاز خاص بمعالجة مرض السرطان وهو جهاز المعجل الخطي **Linear Accelerator**، كذلك استعمال البيانات الخاصة بهذا الجهاز لتقدير معولية النظام التتابعي cascadeالمضبب لتوزيع ويبل اذ سيتم استعمال برنامج الماتلاب للحصول على نتائج التطبيق العملي .

2-4جهاز المعجل الخطي Linear Accelerator[12]

ان جهاز المعجل الخطي هو من الأجهزة الحديثة والمتطورة في اكتشاف الخلايا السرطانية وتخلص منها عن طريق الاشعاع اذ يتم استعمال الجهاز في الحالات التالية:

- يخفف اعراض مرض السرطان منها الالام
- منع الخلايا السرطانية من الانتشار والنمو اي يسيطر على المرض
- معالجة مرض السرطان وذلك من خلال تدمير الخلايا السرطانية

الشكل (1-4)يمثل الجهاز المعجل الخطي

3-4البيانات التطبيقية Applied data

تم الحصول على البيانات التطبيقية من قبل دائرة صحة بابل/مركز بابل لمعالجة الاورام الخاصة بجهاز المعجل الخطي اذ يوجد في مركز بابل لمعالجة الاورام جهازين معجل خطي يقدمان علاج للمرضى، فإن المركز يقوم بتشغيل جهاز معجل خطي واحد لمعالجة المرضى بينما يبقى الجهاز المعجل الخطي الثاني في الوضع الاستعداد (Standby)اي عند توقف الجهاز الاول تقوم ادارة المركز بالاستعانة بالجهاز الثاني لتقديم العلاج للمرضى وبهذا يكون تقديم الخدمة للمرضى بصورة مستمرة، لكن لوحظ ان عدم تسجيل اوقات تشغيل واوقات توقف الجهاز بشكل دقيق اي لا يوجد تسجيل دقيق عن الاجهاد ومتانة الخاصة بالجهازين المعجل الخطي.

لذلك فان عدم الدقة بتسجيل البيانات هذا يؤدي إلى أن هذه البيانات الخاصة بجهاز المعجل الخطي تكون عبارة عن ارقام ضبابية(Fuzzy numbers) ولها درجات انتماء مختلفة .

تم الحصول على بيانات تقريبية لمتغير الاجهاد ومتغير المتانة الخاصة بالجهاز المعجل الخطي من قبل المشرفين والمهندسين وادارة المركز والمختصين المسؤولين على الجهاز، قد رتبت هذه البيانات في الملحق (B-1)ولمدة من بداية تشغيل الأجهزة سنة (2016)في المركز الى (2022) اي لمدة ست سنوات وهذه البيانات مقاسة بالأشهر اي ان n=72.

4-4تضبيب البيانات

تم استعمال الدالة الاسية لتضبيب البيانات حسب الصيغة التالية:

$$\mu_{A(y)}(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(x-y)} & if \; y < x \\ 0 & if \; y \geq x \end{cases} \quad \dots (1-4)$$

5-4اختبار حسن المطابقة(GOF) *Goodness of fit Test*

ان مسألة ملائمة التوزيع النظري لبيانات العينة (*Sample*)من الموضوعات المهمة في الاستدلال الاحصائي ،وقد اقترحت العديد من المعايير والاختبارات لمعرفة هل ان بيانات العينة تطابق التوزيع الاحتمالي المحدد ام لا، أن هذه الاختبارات تسمى اختبارات حسن المطابقة (*GOF*) ومن هذه الاختبارات هي:

- ❖ اختبار كولموكروف سميرنوف *Kolmogorov-Smirnov(K-S)*

❖ اختبار Chi-Squared

إذ أن فرضية لعدم H_0 تنص على أن البيانات تتبع توزيع ويبل اما الفرضية البديلة H_1 تنص على أن البيانات لا تتبع توزيع ويبل وكالآتي:

$H_0: x_1, x_2, y_1, y2 = Weibull$ البيانات تتوزع ويبل

$H1: x_1, x_2, y_1, y2 \neq Weibull$ البيانات لا تتوزع ويبل

وبواسطة البرنامج الاحصائي الجاهز (*Easy Fit 5.6*) حيث اظهرت النتائج الاختبارين ان البيانات تتبع توزيع ويبل كما في الجدول (1-4) و (2-4) في ادناه:

الجدول(1-4)يمثل اختبار كولموكروف - سميرنوف *Kolmogorov-Smirnov(K-S)*

Variables	Kolmogoro-Smirnov	P-value	Decision
X_1	0.08686	0.61758	نقبل H_0
X_2	0.07686	0.7594	نقبل H_0
Y_1	0.7693	0.75844	نقبل H_0
Y_2	0.10677	0.35894	نقبل H_0

الجدول(2-4) يمثل اختبار كاي- سكوير Chi-Squared

Variables	Chi-Squared	P-value	Decision
X_1	6.7076	0.34873	نقبل H0
X_2	3.0401	0.8038	نقبل H0
Y_1	3.3483	0.64646	نقبل H0
Y_2	5.9351	0.43049	نقبل H0

وذلك لان قيمة *P-Value* المرافقة للاختبارات اعلاه هي قيمة اكبر من مستوى المعنوية *0.05* فالقرار هو قبول فرضية العدم التي تنص على ان البيانات تتبع توزيع ويبل.

6-4تحليل البيانات

تم تقدير معوليات الحدية الضبابية لكل من $\tilde{R}(1), \tilde{R}(2)$ وتقدير معولية النظام التتابعي المضبب لتوزيع ويبل للنموذج $\widetilde{cascade} - 2$ وذلك لأن النظام يحتوي على جهازين فقط وباستعمال الخوارزمية التكرارية (If Solve) وبالاعتماد على افضل طريقة حصلنا عليها بالجانب التجريبي وهي طريقة الامكان الاعظم(*ML*) إذ اظهر النتائج كما في الجدول(*3-4*)وكالآتي:

الجدول (3-4)يمثل المعولية الحدية الضبابية الاولى والمعولية الحدية الضبابية الثانية ومعولية النظام *2-cascade* المضبب لتوزيع ويبل باستعمال طريقة (*ML*) لبيانات جهازي المعجل الخطي لمعالجة الاورام

	ML		
التسلسل	$\tilde{R}(1)$	$\tilde{R}(2)$	$\tilde{R}_2$
1	0.499243	0.138302	0.637545
2	0.497034	0.13772	0.634754
3	0.494682	0.137026	0.631708
4	0.493744	0.134168	0.627912
5	0.493056	0.132907	0.625963
6	0.488619	0.132488	0.621107
7	0.485982	0.131451	0.617432
8	0.483216	0.12926	0.612476
9	0.482026	0.128002	0.610028
10	0.480682	0.123184	0.603866
11	0.478822	0.122604	0.601426
12	0.476907	0.120411	0.597318
13	0.476607	0.120103	0.59671

14	0.476018	0.117309	0.593327
15	0.475128	0.115062	0.590191
16	0.475113	0.114119	0.589232
17	0.473657	0.108559	0.582216
18	0.473129	0.107453	0.580582
19	0.471476	0.107069	0.578545
20	0.469612	0.105102	0.574714
21	0.46875	0.103756	0.572506
22	0.467804	0.102985	0.570789
23	0.467312	0.101629	0.568941
24	0.465956	0.10001	0.565966
25	0.465937	0.099743	0.56568
26	0.463177	0.099596	0.562773
27	0.462971	0.099351	0.562322
28	0.46224	0.098434	0.560674
29	0.460889	0.096105	0.556994
30	0.455794	0.095441	0.551235
31	0.450493	0.094407	0.5449
32	0.450384	0.093972	0.544356
33	0.448584	0.09396	0.542545
34	0.44792	0.093251	0.54117
35	0.447526	0.089535	0.537061
36	0.447194	0.088887	0.536081
37	0.442282	0.084625	0.526907
38	0.441507	0.084327	0.525834
39	0.436904	0.083972	0.520876
40	0.435993	0.083368	0.519361

41	0.435978	0.081705	0.517683
42	0.435415	0.081603	0.517017
43	0.434058	0.076452	0.51051
44	0.433174	0.071124	0.504297
45	0.429993	0.069643	0.499636
46	0.428705	0.068829	0.497534
47	0.428357	0.068598	0.496955
48	0.428147	0.065431	0.493579
49	0.427765	0.065409	0.493174
50	0.425411	0.0638	0.489211
51	0.423381	0.063208	0.486589
52	0.422204	0.062057	0.484261
53	0.420106	0.060991	0.481097
54	0.416936	0.058633	0.475569
55	0.416302	0.056475	0.472777
56	0.414446	0.055774	0.470219
57	0.404374	0.053801	0.458175
58	0.402524	0.05378	0.456304
59	0.397925	0.052547	0.450472
60	0.391768	0.051719	0.443488
61	0.391057	0.051294	0.442351
62	0.385764	0.048517	0.434281
63	0.384293	0.045712	0.430005
64	0.370585	0.043611	0.414197
65	0.366437	0.041695	0.408132
66	0.35839	0.037012	0.395402
67	0.354096	0.032194	0.38629

68	0.352248	0.023007	0.375255
69	0.346196	0.021414	0.367611
70	0.327452	0.019145	0.346597
71	0.311254	0.012755	0.324009
72	0.277531	0.004875	0.282406

نلاحظ في الجدول في أعلى (4-3) ما يلي:

١. لوحظ أن قيمة المعولية الحدية الضبابية الاولى والثانية $\tilde{R}(1), \tilde{R}(2)$ تتناقص تدريجيا مع الزمن اي كلما ازداد عمل الجهاز(عمره) قلت معولية وهذا يتناسب مع التعريف الاحصائي لدالة المعولية.

٢. لوحظ أن معولية النظام التتابعي(cascade) المضبب $\tilde{R}_2$ تتناقص مع الزمن وهذا يتناسب مع السلوك الاحصائي لدالة المعولية

الفصل الخامس

الاستنتاجات والتوصيات

1-5تمهيد Preface

يتناول هذا الفصل اهم الاستنتاجات والتوصيات التي توصل الية الباحث وفق نتائج المحاكاة ($\boldsymbol{Simulation}$)الخاصة بالجانب التجريبي والجانب التطبيقي للبيانات الخاصة بجهازي معجل الخطي في مركز بابل لمعالجة الاورام التي تم توضيحها مسبقا.

2-5الاستنتاجات Conclusions

اهم الاستنتاجات التي توصل لها الباحث في هذه الرسالة هي كالاتي:

١. إن اعلى قيمة حصلنا عليها لمعوليه نظام ($\tilde{R}_3$)كانت عندما قيم معلمات الشكل ومعلمات القياس متساوية.
٢. إن اقل قيمة حصلنا عليها لمعوليه نظام cascade -3 المضبب ($\tilde{R}_3$) عندما كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس.
٣. إن اعلى قيمة حصلنا عليها لمعوليه النظام ($\tilde{R}_2$) عندما كانت قيم معلمات الشكل اقل من قيم معلمات القياس.
٤. إن اقل قيمة حصلنا عليها لمعوليه نظام التتابعي المضبب هي $\tilde{R}_2$كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس .
٥. إن طريقة مقدر الامكان الاعظم هي الافضل عند تقدير معولية النظام التتابعي المضبب cascadeلتوزيع ويبل عندما تكون احجام العينات متوسطة(n=50,n=75,n=100) وكبيرة(n=150,n=200,n=500).
٦. إن طريقة المربعات الصغرى هي الافضل عند تقدير معولية النظام عندما تكون احجام العينات صغيرة(n=15,n=25,n=35).
٧. نستنتج من خلال نتائج الجانب التطبيقي ان النظام يعمل بصوره متوسطة.
٨. ان بيانات نظام cascade لجهازي المعجل الخطي لمعالجة الاورام تتوافق مع توزيع ويبل وبحسب اختبارات حسن المطابقة (GOF).
٩. نلاحظ من خلال الاستنتاجات الجانب التطبيقي والجانب التجريبي أن لا يوجد فرق بين النتائج من ناحية افضلية طرائق التقدير مما يدل على أن اسلوب المحاكاة يمثل قاعدة بيانات مهمة يمكن الاعتماد عليها إذا لم تتوفر لدينا بيانات واقعية.

3-5التوصيات Recommendations

من خلال الاستنتاجات التي توصل اليها الباحث في هذه الرسالة يوصي بما يأتي:

١. نوصي باستعمال طريقة مقدر الامكان الاعظم لتقدير معولية الانظمة، لأنها تتميز بأهم خاصية وهي خاصية الثبات (التغاير) وتعطي مقدرات غير متحيزة ومتسقة وخاصة عند كبر حجم العينة.

٢. نوصي باستعمال طرائق تقدير اخرى لتقدير معولية النظام التتابعي المضبب لتوزيع ويبل وخاصة طرائق البيزية منها.

٣. نوصي باستعمال نظام التتابعي المضبب لتوزيع ويبل للنماذج الأخرى مثل cascade(2+1) ،cascade(2+2),cascade(3+1) وذلك من اجل المقارنة بين الانظمة واختيار افضلها.

٤. نوصي بالاهتمام بنظرية المعولية والضبابية وذلك لأهميتهما العالية في الحياة العملية.

٥. نوصي بان يكون توزيع متغير المتانة يختلف عن توزيع متغير الاجهاد لنظام التتابعي المضبب ولكل النموذجين cascade(1+1),cascade(2+1).

٦. نوصي باستعمال توزيعات مختلطة حديثا وتوزيعات مركبة ايضا لدراسة معولية نظام التتابعي (cascade)للإجهاد والمتانة.

٧. نوصي باستعمال دوال انتماء اخرى مثل دوال الانتماء الخطية مثل دالة الانتماء المثلثية ودالة الانتماء شبة المنحرف وغير الخطية مثل دالة انتماء اللوجستك.

٨. نوصي بافتراض قيمة عامل التوهين $K=0.5$ وقيمة معلمة دالة الانتماء الاسية $c=10,100$

٩. نوصي إدارة مركز بابل لمعالجة الاورام بمراقبة الاجهزة الطبية وصيانتها خلال فترات دورية وذلك للحصول على معولية عالية لإطالة عمرها وكذلك نوصي بتسجيل اوقات تشغيل الاجهزة واوقات فشلها(عطلها) حتى يتسنى للباحثين بالحصول على البيانات الكاملة.

المصادر

المصادر

المصادر العربية

١. أوجي، زينة ياوز عبد القادر،(2009)،**"مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية للتوزيع الآسي باستخدام المحاكاة مع تطبيقها على الشركة العامة للصناعات الكهربائية"**، أطروحة دكتوراه، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

٢. البياتي، خضر نصيف جاسم،(*2012*)،**"مقارنة طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع الآسي الخليط باستعمال أسلوب المحاكاة"**، أطروحة دكتوراه، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

٣. طاهر، احمد هشام محمد،(2015)،"تكامل أسلوب مظروف البيانات وعمليات التحليل الهرمي المضبب لقياس وتقويم كفاءة أداء كليات جامعة البصرة"،رسالة ماجستير ، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

٤. طاهر، محمد عبود وامين، عبد الله عبد القادر وقاسم، بهاء عبدالرزاق،(2009)،**"تقدير دالة المعولية لبعض مكائن الشركة العامة لصناعة الاسمدة المنطقة الجنوبية باتباع سياسة الفحص والصيانة الوقائية "**،مجلة العلوم الاقتصادية، العدد(24)،المجلد السادس، ايار(*2009*)، كلية الادارة والاقتصاد ،جامعة البصرة ،العراق

٥. عبد اللطيف، زهراء رياض،(2021)، **"تقدير الدالة المعولية لبيانات توزيع Shifted Gompertz مع تطبيق عملي"**، رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

٦. عبد الكريم، حيدر سالم،(2022)،**"مقارنة طريقة الامكان الاعظم والطريقة الجينية مع الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء لتوزيع دالة القوى الموسع مع التطبيق"**، رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

٧. عزيز، سكينة سلطان،(2021)**" مقدرات بيز المقلصة لمعلمة القياس ودالة المعولية لتوزيع وقت الفشل (ماكسويل) باعتماد دالتى خسارة التربيعية والاسية الخطية"**، رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

٨. الجميلي ،صبا صباح احمد،(2011)،" **مقارنة مقدرات بيز لدالة المعولية لنموذج ويبل للفشل باستعمال دوال خسارة مختلفة مع تطبيق عملي**"،رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

٩. السراي، علي حميد يوسف،(2011)،" **مقارنة بين أسلوب بيز وطريقة الإمكان الأعظم لتقدير دالة المعولية للنظام المتسلسل والنظام المتوازي مع تطبيق عملي** "،رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعه بغداد.

١٠. سلمان، محمد صادق،(2020)،"**بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوة الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية** "،رسالة ماجستير، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء المقدسة.

١١. العبودي، سناء علي محمد ،(2019)،"تقدير معوليه نظام Cascade الإجهاد والمتانة لتوزيع احتمالي"، رسالة ماجستير ،قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد ،جامعة كربلاء .

١٢. علي، بشار خالد،(2018)،"اختيار أفضل تقدير للمعولية الضبابية لتوزيع فرجت"، رسالة ماجستير، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد ،جامعة كربلاء المقدسة.

١٣. كحيل سليمة ،(2019)،"**لمحة عن الرياضيات الضبابية**"، ماستر أكاديمي ،قسم الرياضيات، كلية الرياضيات وعلوم المادة، جامعة قاصدي مرباح ورقلة.

١٤. المجبلي، احمد رياض خدام،(2020)،"**تقدير بيز لدالة المعولية الضبابية لمكائن معمل نسيج الكوت**"، رسالة ماجستير، غير منشورة قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

١٥. النعيمي، ليث فاضل سيد حسين،(2015)، " **مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية الضبابية**"، رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد

١٦. نعيم، صنعاء محمد،(2022)،"**استعمال توزيع جونسن المقيد ودالة البقاء لدراسة مرضى السكري في البصرة** "، رسالة ماجستير،غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

١٧. هرمز، امير حنا،(1990)،"احصاء رياضي "،مديرية دار الكتب للطباعة والنشر ،جامعة الموصل

١٨. الياسري ،تهاني مهدي عباس ،(٢٠٠٧)،"**مقارنة مقدرات بيز الحصين مع مقدرات أخرى لتقدير دالة المعولية التقريبية لتوزيع ويبل**" أطروحة دكتوراه، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد

المصادر الاجنبية

19. **Al-Khafaji, Z. A. H, (2006),"Using Some Mathematical Models in Reliability Systems", College of Education Department of Mathematics Babylon University.**

20. Devi, M.T & Maheswari, T. S. U & Swathi, N, (2016), "**Cascade System Reliability with Stress and Strength Follow Lindley Distribution**",International Journal of Engineering Research & Technology, Vol. 5 Issue 09, September-2016.

21. Doloi, C& Gogoi J, (2017) , "**A Cascade Reliability Mode for Exponential and Lindley Distributions**",International Journal of Advanced Researc,Vol.(5),No(4),43-54.

22. Eryilmaz, S. & Tutucu, G.Y., **Stress strength reliability in the presence of fuzziness**, Journal of Computational and Applied Mathematics 282 (2015) 262–267.

23. Harish, G & S.P. Sharma and Monica ,R ,(2013),"**Weibull fuzzy probability distribution for analyzing the behavior of pulping unit in a paper industry**", Int. J. Industrial and Systems Engineering, Vol. 14, No. 4, 2013

24. Hogg. R. V& Mckean, J. W& Craig. A. T, (2019),"**Introduction to Mathematical Statistics",**eighth edition,pearson education (2019).

25. Hussain,A. N,(2020),"**A Study and Estimation OF Reliability Function of Kumaraswamy Perks Distribution**"Journal of Administration and Economics,Mustansiriya University (126),343-357

26. **Hus**sein, A. N**.** & Nea'ama, M. W., (2020**)," Cascade system Reliability for Weibull-Fréchet Distribution", Journal of Al** Rafidain University College,No(50).

27.Hussein, A.N, (2020)," **Estimate Reliability Function of Inverse Lindley for Strength – Stress Models**", Journal of Al-Qadisiyah for Computer Science and Mathematics Vol.12 (4) 2020, pp Math. 61–70.

28.**Ibrahim, N A& Mohammed, H. A** ,(2017), " **Parameters and Reliability Estimation for the Fuzzy Exponential Distribution"**, American Journal of Mathematics and Statistics 2017, 7(4): 143-151

29.James J.Buckley,(2004),"**Fuzzy Statistics**", Studies in Fuzziness and Soft Computing, Vol.149.

30.Karam, N. S & Husieen, H,(2017**),"** **Frechet Cascade Stress-Strength System Reliability**" Mathematical Theory and Modeling, ISSN 2224-5804 (Paper) ISSN 2225-0522 (Online), Vol.7, No.11.

31. Khalee, A. H.& Karam, N. S,(2018) ,"**Weibull reliability estimation for (2+1) cascade model** ",International Journal of Advanced Mathematical Sciences,6(1), 19-23

32. Kundu ,D. & Raqab, M. Z.,(2017)," **Generalized Rayleigh Distribution Different Methods of Estimations**", Article in Computational Statistics & Data Analysis • February 2005 DOI: 10.1016/j.csda.2004.05.008 • Source: RePEc

33.**Kwang H. Lee, (2004) , <u>" First Course on Fuzzy Theory and Applications</u>" ,** Springer, Berlin Heidelberg New York, ppt:1-20

34.Kadem, H. H. & Karam, N. S, (2020),"**<u>Cascade stress-strength system Reliability Estimation of Inverse Rayleigh Distribution</u>**" Journal of Advanced Sciences and Engineering Technologies Vol.3., No(2), 9-19

35.Khaleel, A. H. & Khlefha, A. R, (2021),"**<u>Reliability of (1+1) Cascade Model for Weibull Distribution</u>**", Highlights in Science DOI:10.36462/Sci.202101

36.Khaleel, A. H,(2021) ,"**<u>Reliability Estimation for (2+2) Cascade Model</u>**", Turkish Journal of Computer and Mathematics Education Vol.12 No.14 (2021), 1535– 1545

37. Karpisek, Z. & Stepanek, P. & Jurak P ,(2010), "**<u>Weibull Fuzzy Probability Distribution For Reliability Of Concrete Structures</u>**", Engineering Mechanics, Vol. 17, No. 5/6, p. 363–372

38.Kanaparthi, R.& Palakurthi, J & Sanka L. N.G. D,(2020) "**<u>Cascade reliability of stress-strength system for the new Rayleigh-Pareto Distribution</u>**", International Journal of Statistics and Applied Mathematics, 5(2): 131-139

39.Khan, A. H. & Jan, T R. (2014) ,"**<u>Estimation of Multi Component Systems Reliability in Stress-Strength Models</u>**",Journal of Modern Applied Statistical Methods: Vol. 13 : Iss. 2 , Article 21.

40.Khaleel, A. H,(2021) ,"**<u>Exponential Reliability Estimation of (3+1) Cascade Model</u>**", MJPS, VOL.(8), NO.(2).

41.Karam, N. S. & Yousif, Shahbaa M,(2021)**<u>," Reliability of n-Cascade Stress -Strength P(X<Y<Z) System for four</u>**

different distributions" Ibn Al-Haitham International Conference for Pure and Applied Sciences,

42. Kwang H. Lee, (2004) , " **First Course on Fuzzy Theory and Applications"** , Springer, Berlin Heidelberg NewYork, ppt:1-20

43. Marir ,A. M.& Karam ,N. S.,(2021)" **Frechet Reliability Estimation of (3+1) Cascade Model"**,Eurasian Research Bulletin, Volume 1,Issue 1.

44. T. Sumathi Maheswari, & N. Swathi, (2013), " **Cascade Reliability of Stress-Strength system when Strength follows mixed Exponential distribution**" IOSR Journal of Mathematics,Vo(4),No.5.

45. Mutkekar, R. & Munoli, S B, (2016), "**Estimation of Reliability for Stress-Strength Cascade Model**", Open Journal of Statistics, Vol(6) No.5, 873-881.

46. Swathi, N.,(2020), "**Reliability of Stochastic Stress-Strength Models**", Cambridge Scholars Publishing, ISBN (13): 978-1-5275-4770-4

47. Pak, A. & Parham, G. A. & Saraj, M ,(2013), **"Inference for the Weibull Distribution Based on Fuzzy Data"**, Revista Colombiana de Estadística, Diciembre 2013, Vol. 36, No. 2, pp. 337- 356

48. Pak, A.,(2015)," **Estimation of** P(X>Y) **Using Imprecise Data in the Lindley Distribution",** First Seminar on Reliability Theory and its Applications, Department of Computer Sciences, Shahrekord University, Iran.

49. Pandit, S. N., &Sriwastav, G. L. (1975). "**Studies in Cascade Reliability"**. IEEE Transactions on Reliability, 24(1), 53-56.

50. Raheem, S. H.,(2020)," **<u>Comparison Among Three Estimation Methods to Estimate Cascade Reliability Model (2+1) Based On Inverted Exponential Distribution</u>"**,Ibn Al Haitham Journal for Pure and Applied Science, for Pure & Appl. Sci. 33 (4) .

51. Sundar,T.S. (2012)," **<u>Case Study of Cascade Reliability with weibull Distribution</u>**", International Journal of Engineering and Innovative Technology.Vol.1, No(6).

52. Swathi, N & Maheswar T. S. U,(2015) ,"**<u>Reliability Analysis of a Redundant Cascade System by Using Markovian Approach</u>",** Journal of Applied Mathematics and Physics, 3, 911-920.

53. Yazgan, E &Gurler, S. &Esemen,M. & Sevinc, B, (2022),"**<u>fuzzy stress-strengh reliability for weighted exponential distribution</u>**",Quality and Reliability Engineering International, Vol.38,Issue 1, pp.550-559.

الملاحق

الملحق(A)

برنامج الجانب النظري(المحاكاة)

```
n=[15,25,35,50,75,100,150,200,500];
a=[.5 1 1.5 2.5 1 2 2.5 3 .5 1.5 2 2.5];
b=[.5 1 1.5 2.5 .5 1.5 2 2.5 1 2 2.5 3];
c=[0.5 1 1.5 2.5 1 2 2.5 3 .5 1.5 2 2.5];
d=[.5 1 1.5 2.5 .5 1.5 2 2.5 1  2 2.5 3];
%++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++

for i=1:12
    for j=1:9
    R=@(x,y) ((a(i) / b(i)) ^ (a(i) - 1)) * x./ b(i).* exp(-((x./
b(i)).^ a(i))).* ((c(i) / d(i)).^ (c(i) - 1)).* y./ d(i).* exp(-
((y./ d(i)).^ c(i)));

w1=random('weibull',a(i),b(i),n(j),1);
w2=random('weibull',c(i),d(i),n(j),1);
ESR=integral2(R,0,inf,0,inf)
    end
end
%++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
% ___ the program for estimate parameter by  Maximum Likelihood
estimation method
clc
%________
f1 =@(a) (x./a(2)).^a(1).* log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^ a(1)).*
(n + 1).* m -1/ (n - 1) / (m -1) * (x./a(2)).^ a(1).*...
log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1)) * m ^ 2 * ((n + 1) ^ 2)./
0.4e1 +1/ (n - 1) / (m -1) * (x./a(2)).^a(1) ...
* log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1)).* m.^ 2 *(n + 1)./ 0.4e1 -
1/ (n - 1) / (m - 1) * (x./a(2)).^a(1).*...
log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1)).* m.* ((n + 1) ^ 2)./ 0.4e1 +
1./ (n - 1) / (m - 1).* (x /a(2)).^a(1).*...
log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1)).* m.* (n + 1)./ 0.4e1 -
(x./a(2)).^a(1).* log(x./a(2))./...
exp((x./a(2)).^a(1)).^ 2 * (n + 1).* m +1/ (n - 1)./ (m -1).*
(x./a(2)).^a(1).* log(x /a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1))./...
exp((x./a(4)).^a(3)).* m.^ 2.* ((n + 1) ^ 2)./ 0.4e1 -1/ (n - 1)./
(m - 1).* (x./a(2)).^a(1).*...
log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1))./ exp((x./a(4)).^a(3)).* m.^ 2
* (n + 1)./ 0.4e1 +1./ (n - 1)...
/ (m -1).* (x./a(2)).^a(1)* log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1))./
exp((x./ a(4)).^a(3)).* m.* ((n + 1).^ 2)./ 0.4e1 - 0.1e1...
/ (n - 1) / (m - 1) * (x./a(2)).^a(1).* log(x./a(2))./
exp((x./a(2)).^a(1))./ exp((x./ a(4)).^a(3)).* m.* (n + 1) / 0.4e1
-...
2 * (x./a(2)).^a(1).* log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1))./
exp((x./ a(4)).^a(3)).* (n + 1) * m + (x./a(2)).^a(1)*
log(x./a(2))./...
```

```
exp((x./a(2)).^a(1))./ exp((x./ a(4)).^ a(3)).^ 2 * (n + 1) * m
+2* (x./a(2)).^a(1).* log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1)).^ 2 /...
exp((x./a(4)).^a(3)) * (n + 1) * m - (x./a(2)).^a(1).*
log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1)).^ 2 / exp((x./a(4)).^a(3)).^
2.*...
(n + 1) * m - (x./a(2)).^a(1)* log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1))
* m + (x./a(2)).^a(1)* log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1)).^...
2 * m +2* (x./a(2)).^a(1)* log(x./a(2))./ exp((x./ a(2)).^a(1))./
exp((x./a(4)).^a(3)) * m - (x./ a(2)).^a(1)* log(x./a(2))./ ...
exp((x /a(2)).^a(1))./ exp((x./a(4)).^a(3)).^ 2 * m - 2*
(x./a(2)).^a(1)* log(x./a(2))./ exp((x./a(2)).^a(1)).^ 2 /...
exp((x./a(4)).^a(3)).* m + (x./a(2)).^a(1)* log(x./a(2))./
exp((x./a(2)).^a(1)).^ 2./ exp((x./ a(4)).^a(3)).^ 2 *
m;alphaLS=2.731;alpha=...
@(a)  n / a(1) *sum(f1 / f2);

f2=@(a) 2* (x./a(2)).^ a(1).* a(1)./ exp((x./a(2)).^a(1))./a(2)./
exp((x./a(4)).^ a(3)).* (n + 1).* m - (x./a(2)).^a(1).* a(1)./...
exp((x./a(2)).^a(1))./a(2)./ exp((x./a(4)).^ a(3)).^ 2 * (n + 1) *
m -2* (x./a(2)).^a(1).*a(1)./ exp((x./a(2)).^a(1)).^...
2./a(2)./ exp((x./a(4)).^ a(3)).* (n + 1) * m + (x./a(2)).^a(1).*
a./ exp((x./a(2)).^a(1)).^ 2./a(2)./ exp((x./a(4)).^ a(3)).^...
2.* (n + 1).* m - (x./a(2)).^a(1).*a(1)./
exp((x./a(2)).^a(1))./a(2).* (n + 1).* m + (x./a(2)).^a(1).*a(1)./
exp((x./a(2)).^ a(1)).^...
2./a(2).* (n + 1).* m -1/ (n - 1)./ (m -1).* (x./a(2)).^
a(1).*a(1)./ exp((x./a(2)).^a(1))./a(2)./ exp((x./ a(4)).^ a(3)).*
m.^...
2.* ((n + 1) ^ 2)./4+1/ (n - 1) / (m -1) * (x./a(2)).^a(1).*a(1)./
exp((x./a(2)).^a(1))./a(2)./ exp((x./a(4)).^ a(3)).*...
m.^ 2 * (n + 1)./4 - 1/ (n - 1) / (m -1) * (x./a(2)).^a(1).*a(1)/
exp((x./a(2)).^ a(1))./a(2)./ exp((x./a(4)).^ a(3)).*...
m.* ((n + 1).^ 2) /4+1/ (n - 1) / (m -1) * (x ./a(2)).^a(1)*a(1)/
exp((x./a(2)).^a(1))./a(2)./ exp((x./a(4)).^ a(3)).*...
m.* (n + 1) /4 +1/ (n - 1) / (m -1) * (x./a(2)).^a(1)*a(1)/
exp((x./a(2)).^a(1))./a(2).* m.^ 2.* ((n + 1) ^ 2) /...
0.4e1 - 1/ (n - 1) / (m -1).* (x./a(2)).^a(1).*a(1)./
exp((x./a(2)).^ a(1))./a(2).* m.^ 2.* (n + 1)./4 +1./...
(n - 1) ./ (m -1).* (x./a(2)).^a(1).*a(1)./
exp((x./a(2)).^a(1))./a(2).* m.* ((n + 1) ^ 2)./4-1/ (n - 1)./ (m
-1).*...
(x./a(2)).^a(1).*a(1)./ exp((x./a(2)).^a(1))./a(2).* m.* (n +
1)./4-2* (x./a(2)).^a(1).*a(1)./ exp((x./a(2)).^a(1))./a(2)./...
exp((x./a(4)).^ a(3)).* m + (x./a(2)).^a(1).*a(1)/
exp((x./a(2)).^a(1))./a(2)./ exp((x./a(4)).^ a(3)).^ 2.* m +2*
(x./a(2)).^...
a(1).* a(1)./ exp((x./a(2)).^ a(1)).^ 2./a(2)./ exp((x./a(4)).^
a(3)) * m - (x./a(2)) ^ a(1).* a(1)./ exp((x./a(2)).^ a(1)).^
2./a(2)./...
exp((x./a(4)).^ a(3)).^ 2 * m + (x./a(2)).^a(1).*a(1)./
exp((x./a(2)).^a(1))./a(2).* m - (x./a(2)).^a(1)*a(1)./
exp((x./a(2)).^ a(1)).^...
```

```
2./a(2).* m;betaLS=4.292;beta=@(a) -n/a(2)*sum(f3/f4);
%________________________
f3=@(a) 1/ (n - 1) / (m - 1) * (x./ a(4)).^ a(3).* log(x./ a(4))./
exp((x./ a(4)).^ a(3))./ exp((x./ a(2)).^ a(1)).* (m.^ 2).*...
((n + 1).^ 2)./ 4- 1/ (n - 1) / (m - 1) * (x./ a(4)) ^ a(3) *
log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) /...
exp((x / a(2)) ^ a(1)) * (m ^ 2) * (n + 1) / 0.4e1 + 0.1e1 / (n -
1) / (m - 1) * (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) /...
exp((x / a(4)) ^ a(3)) / exp((x / a(2)) ^ a(1)) * m * ((n + 1) ^
2) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) * (x / a(4)) ^...
a(3) * log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) / exp((x / a(2)) ^
a(1)) * m * (n + 1) / 0.4e1 + 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) *...
(x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) * m *
(n + 1) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) * (x / a(4)) ^...
a(3) * log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) * m * ((n + 1) ^ 2)
/ 0.4e1 + 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) * (x / a(4)) ^ a(3) *...
log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) * (m ^ 2) * (n + 1) / 0.4e1
- 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) * (x / a(4)) ^ a(3) *...
log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) * (m ^ 2) * ((n + 1) ^ 2) /
0.4e1 + (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3))
*...
(n + 1) * m - (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^
a(3)) ^ 2 * (n + 1) * m - 0.2e1 * (x / a(4)) ^ a(3) *...
log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) / exp((x / a(2)) ^ a(1)) *
(n + 1) * m + 0.2e1 * (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) /...
exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2 / exp((x / a(2)) ^ a(1)) * (n + 1) * m
+ (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) /...
exp((x / a(2)) ^ a(1)) ^ 2 * (n + 1) * m - (x / a(4)) ^ a(3) *
log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2 / exp((x / a(2)) ^
a(1)) ^...
2 * (n + 1) * m - (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) / exp((x /
a(4)) ^ a(3)) * m + (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) / exp((x /
a(4)) ^ a(3)) ^...
2 * m + 0.2e1 * (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) / exp((x / a(4))
^ a(3)) / exp((x / a(2)) ^ a(1)) * m - 0.2e1 * (x / a(4)) ^ a(3)
*...
log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2 / exp((x / a(2)) ^
a(1)) * m - (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4)) / exp((x / a(4)) ^
a(3)) /...
exp((x / a(2)) ^ a(1)) ^ 2 * m + (x / a(4)) ^ a(3) * log(x / a(4))
/ exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2 / exp((x / a(2)) ^...
a(1)) ^ 2 * m;ALphaLSy=4.292;ALphy=@(a) -n/a(2)*sum(f3/f4);
%____________________________________
f4=@(a) -2* (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2
/ a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) * (n + 1) * m + 0.2e1 * (x / a(4)) ^
a(3) *...
a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) / a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) * (n +
1) * m - (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) / a(4)
/...
exp((x / b) ^ a(1)) ^ 2 * (n + 1) * m + (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) /
exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2 / a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) ^ 2 *...
```

```
(n + 1) * m - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x / a(4)) ^ a(3) *
a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) / a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) *...
m ^ 2 * ((n + 1) ^ 2) / 0.4e1 + 0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x
/ a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) / a(4) /...
exp((x / b) ^ a(1)) * m ^ 2 * (n + 1) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) /
(m - 0.1e1) * (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3))
/...
a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) * m * ((n + 1) ^ 2) / 0.4e1 + 0.1e1 /
(n - 1) / (m - 0.1e1) * (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / ...
exp((x / a(4)) ^ a(3)) / a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) * m * (n + 1)
/ 0.4e1 + 0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x / a(4)) ^ a(3) *...
a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) / a(4) * m ^ 2 * ((n + 1) ^ 2) /
0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x / a(4)) ^ a(3) * a(3)
/...
exp((x / a(4)) ^ a(3)) / a(4) * m ^ 2 * (n + 1) / 0.4e1 + 0.1e1 /
(n - 1) / (m - 0.1e1) * (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4))
^...
a(3)) / a(4) * m * ((n + 1) ^ 2) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) / (m -
0.1e1) * (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) /...
a(4) * m * (n + 1) / 0.4e1 - (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x /
a(4)) ^ a(3)) / a(4) * (n + 1) * m + (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) /...
exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2 / a(4) * (n + 1) * m + 0.2e1 * (x /
a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2 / a(4) / exp((x /
b) ^ a(1)) *...
m - 0.2e1 * (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) /
a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) * m + (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x
/ a(4)) ^ a(3)) /...
a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) ^ 2 * m - (x / a(4)) ^ a(3) * a(3) /
exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^ 2 / a(4) / exp((x / b) ^ a(1)) ^ 2 * m
+...
(x / (4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) / a(4) * m - (x /
a(4)) ^ a(3) * a(3) / exp((x / a(4)) ^ a(3)) ^...
2 / a(4) * m;BetaLSy=4.292;Betay=@(a) -n/a(2)*sum(f3/f4);
%___________________________________________
ff1 =@(aaa) (x1./aaa(2)).^aaa(1).* log(x1./aaa(2))./
exp((x1./aaa(2)).^ aaa(1)).* (n + 1).* m -1/ (n - 1) / (m -1) *
(x1./aaa(2)).^ aaa(1).*...
log(x1./aaa(2))./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)) * m ^ 2 * ((n + 1) ^
2)./ 0.4e1 +1/ (n - 1) / (m -1) * (x1./aaa(2)).^aaa(1) ...
* log(x1./aaa(2))./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).* m.^ 2 *(n + 1)./
0.4e1 - 1/ (n - 1) / (m - 1) * (x1./aaa(2)).^aaa(1).*...
log(x1./aaa(2))./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).* m.* ((n + 1) ^ 2)./
0.4e1 + 1./ (n - 1) / (m - 1).* (x1 /aaa(2)).^aaa(1).*...
log(x1./aaa(2))./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).* m.* (n + 1)./ 0.4e1
- (x1./aaa(2)).^aaa(1).* log(x1./aaa(2))./...
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).^ 2 * (n + 1).* m +1/ (n - 1)./ (m -1).*
(x1./aaa(2)).^aaa(1).* log(x1 /aaa(2))./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./...
exp((x1./aaa(4)).^aaa(3)).* m.^ 2.* ((n + 1) ^ 2)./ 0.4e1 -1/ (n -
1)./ (m - 1).* (x1./aaa(2)).^aaa(1).*...
```

```
log(x1./aaa(2))./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./
exp((x1./aaa(4)).^aaa(3)).* m.^ 2 * (n + 1)./ 0.4e1 +1./ (n -
1)...
/ (m -1).* (x1./aaa(2)).^aaa(1)* log(x1./aaa(2))./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./ exp((x1./ aaa(4)).^aaa(3)).* m.* ((n +
1).^ 2)./ 0.4e1 - 0.1e1...
/ (n - 1) / (m - 1) * (x1./aaa(2)).^aaa(1).* log(x1./aaa(2))./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./ exp((x1./ aaa(4)).^aaa(3)).* m.* (n +
1) / 0.4e1 -...
2 * (x1./aaa(2)).^aaa(1).* log(x1./aaa(2))./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./ exp((x1./ aaa(4)).^aaa(3)).* (n + 1) *
m + (x1./aaa(2)).^aaa(1)* log(x1./aaa(2))./...
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./ exp((x1./ aaa(4)).^ aaa(3)).^ 2 * (n +
1) * m +2* (x1./aaa(2)).^aaa(1).* log(x1./aaa(2))./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).^ 2 /...
exp((x1./aaa(4)).^aaa(3)) * (n + 1) * m - (x1./aaa(2)).^aaa(1).*
log(x1./aaa(2))./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).^ 2 /
exp((x1./aaa(4)).^aaa(3)).^ 2.*...
(n + 1) * m - (x1./aaa(2)).^aaa(1)* log(x1./aaa(2))./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)) * m + (x1./aaa(2)).^aaa(1)*
log(x1./aaa(2))./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).^...
2 * m +2* (x1./aaa(2)).^aaa(1)* log(x1./aaa(2))./ exp((x1./
aaa(2)).^aaa(1))./ exp((x1./aaa(4)).^aaa(3)) * m - (x1./
aaa(2)).^aaa(1)* log(x1./aaa(2))./ ...
exp((x1 /aaa(2)).^aaa(1))./ exp((x1./aaa(4)).^aaa(3)).^ 2 * m - 2*
(x1./aaa(2)).^aaa(1)* log(x1./aaa(2))./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).^ 2 /...
exp((x1./aaa(4)).^aaa(3)).* m + (x1./aaa(2)).^aaa(1)*
log(x1./aaa(2))./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).^...
2./ exp((x1./ aaa(4)).^aaa(3)).^ 2 * m;ALphaLS2=4.292;ALph2=@(a) -
n/a(2)*sum(f3/f4);
%_______________________________________________
ff2=@(aaa) 2* (x1./aaa(2)).^ aaa(1).* aaa(1)./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2)./ exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).*
(n + 1).* m - (x1./aaa(2)).^aaa(1).* aaa(1)./...
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2)./ exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).^ 2
* (n + 1) * m -2* (x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).^...
2./aaa(2)./ exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).* (n + 1) * m +
(x1./aaa(2)).^aaa(1).* aaa./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1)).^
2./aaa(2)./ exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).^...
2.* (n + 1).* m - (x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2).* (n + 1).* m +
(x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./ exp((x1./aaa(2)).^ aaa(1)).^...
2./aaa(2).* (n + 1).* m -1/ (n - 1)./ (m -1).* (x1./aaa(2)).^
aaa(1).*aaa(1)./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2)./ exp((x1./
aaa(4)).^ aaa(3)).* m.^...
2.* ((n + 1) ^ 2)./4+1/ (n - 1) / (m -1) *
(x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2)./
exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).*...
```

```
m.^ 2 * (n + 1)./4 - 1/ (n - 1) / (m -1) *
(x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)/ exp((x1./aaa(2)).^ aaa(1))./aaa(2)./
exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).*...
m.* ((n + 1).^ 2) /4+1/ (n - 1) / (m -1) * (x1
./aaa(2)).^aaa(1)*aaa(1)/ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2)./
exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).*...
m.* (n + 1) /4 +1/ (n - 1) / (m -1) * (x1./aaa(2)).^aaa(1)*aaa(1)/
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2).* m.^ 2.* ((n + 1) ^ 2) /...
0.4e1 - 1/ (n - 1) / (m -1).* (x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./
exp((x1./aaa(2)).^ aaa(1))./aaa(2).* m.^ 2.* (n + 1)./4 +1./...
(n - 1) ./ (m -1).* (x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2).* m.* ((n + 1) ^ 2)./4-1/ (n -
1)./ (m -1).*...
(x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2).*
m.* (n + 1)./4-2* (x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2)./...
exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).* m + (x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)/
exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2)./ exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).^
2.* m +2* (x1./aaa(2)).^...
aaa(1).* aaa(1)./ exp((x1./aaa(2)).^ aaa(1)).^ 2./aaa(2)./
exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)) * m - (x1./aaa(2)) ^ aaa(1).* aaa(1)./
exp((x1./aaa(2)).^ aaa(1)).^ 2./aaa(2)./...
exp((x1./aaa(4)).^ aaa(3)).^ 2 * m +
(x1./aaa(2)).^aaa(1).*aaa(1)./ exp((x1./aaa(2)).^aaa(1))./aaa(2).*
m - (x1./aaa(2)).^aaa(1)*aaa(1)./ exp((x1./aaa(2)).^ aaa(1)).^...
2./aaa(2).* m;BetaLS2=4.292;Beta2=@(a) -n/a(2)*sum(f3/f4);
%___________________________________________
ff3=@(aaa) 1/ (n - 1) / (m - 1) * (x1./ aaa(4)).^ aaa(3).*
log(x1./ aaa(4))./ exp((x1./ aaa(4)).^ aaa(3))./ exp((x1./
aaa(2)).^ aaa(1)).* (m.^ 2).*...
((n + 1).^ 2)./ 4- 1/ (n - 1) / (m - 1) * (x1./ aaa(4)) ^ aaa(3) *
log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) /...
exp((x1 / aaa(2)) ^ aaa(1)) * (m ^ 2) * (n + 1) / 0.4e1 + 0.1e1 /
(n - 1) / (m - 1) * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) /...
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / exp((x1 / aaa(2)) ^ aaa(1)) * m *
((n + 1) ^ 2) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) * (x1 / aaa(4))
^...
aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / exp((x1
/ aaa(2)) ^ aaa(1)) * m * (n + 1) / 0.4e1 + 0.1e1 / (n - 1) / (m -
1) *...
(x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^
aaa(3)) * m * (n + 1) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) * (x1 /
aaa(4)) ^...
aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) * m * ((n
+ 1) ^ 2) / 0.4e1 + 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) * (x1 / aaa(4)) ^
aaa(3) *...
log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) * (m ^ 2) * (n + 1)
/ 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 1) * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) *...
log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) * (m ^ 2) * ((n +
1) ^ 2) / 0.4e1 + (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) /
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) *...
```

```
(n + 1) * m - (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) / exp((x1
/ aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2 * (n + 1) * m - 0.2e1 * (x1 / aaa(4)) ^
aaa(3) *...
log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / exp((x1 / aaa(2))
^ aaa(1)) * (n + 1) * m + 0.2e1 * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1
/ aaa(4)) /...
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2 / exp((x1 / aaa(2)) ^ aaa(1)) * (n
+ 1) * m + (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 /
aaa(4)) ^ aaa(3)) /...
exp((x1 / aaa(2)) ^ aaa(1)) ^ 2 * (n + 1) * m - (x1 / aaa(4)) ^
aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2 /
exp((x1 / aaa(2)) ^ aaa(1)) ^...
2 * (n + 1) * m - (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) /
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) * m + (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1
/ aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^...
2 * m + 0.2e1 * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1 / aaa(4)) /
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / exp((x1 / aaa(2)) ^ aaa(1)) * m -
0.2e1 * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) *...
log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2 / exp((x1 /
aaa(2)) ^ aaa(1)) * m - (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * log(x1 / aaa(4))
/ exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) /...
exp((x1 / aaa(2)) ^ aaa(1)) ^ 2 * m + (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) *
log(x1 / aaa(4)) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2 / exp((x1 /
aaa(2)) ^ aaa(1)) ^ 2 * m;
%_____________________________________________
ff4=@(aaa) -2* (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4))
^ aaa(3)) ^ 2 / aaa(4) / exp((x1 / b) ^ aaa(1)) * (n + 1) * m +
0.2e1 * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) *...
aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / aaa(4) / exp((x1 / b) ^
aaa(1)) * (n + 1) * m - (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1
/ aaa(4)) ^ aaa(3)) / aaa(4) /...
exp((x1 / b) ^ aaa(1)) ^ 2 * (n + 1) * m + (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)
* aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2 / aaa(4) / exp((x1 / b)
^ aaa(1)) ^ 2 *...
(n + 1) * m - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x1 / aaa(4)) ^
aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / aaa(4) / exp((x1 /
b) ^ aaa(1)) *...
m ^ 2 * ((n + 1) ^ 2) / 0.4e1 + 0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) *
(x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) /
aaa(4) /...
exp((x1 / b) ^ aaa(1)) * m ^ 2 * (n + 1) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1)
/ (m - 0.1e1) * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 /
aaa(4)) ^ aaa(3)) /...
aaa(4) / exp((x1 / b) ^ aaa(1)) * m * ((n + 1) ^ 2) / 0.4e1 +
0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) /
...
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / aaa(4) / exp((x1 / b) ^ aaa(1)) * m
* (n + 1) / 0.4e1 + 0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x1 / aaa(4))
^ aaa(3) *...
aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / aaa(4) * m ^ 2 * ((n + 1) ^
2) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x1 / aaa(4)) ^
aaa(3) * aaa(3) /...
```

```
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / aaa(4) * m ^ 2 * (n + 1) / 0.4e1 +
0.1e1 / (n - 1) / (m - 0.1e1) * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) /
exp((x1 / aaa(4)) ^...
aaa(3)) / aaa(4) * m * ((n + 1) ^ 2) / 0.4e1 - 0.1e1 / (n - 1) /
(m - 0.1e1) * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4))
^ aaa(3)) /...
aaa(4) * m * (n + 1) / 0.4e1 - (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) /
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) / aaa(4) * (n + 1) * m + (x1 / aaa(4))
^ aaa(3) * aaa(3) /...
exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2 / aaa(4) * (n + 1) * m + 0.2e1 *
(x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2
/ aaa(4) / exp((x1 / b) ^ aaa(1)) *...
m - 0.2e1 * (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^
aaa(3)) / aaa(4) / exp((x1 / b) ^ aaa(1)) * m + (x1 / aaa(4)) ^
aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) /...
aaa(4) / exp((x1 / b) ^ aaa(1)) ^ 2 * m - (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) *
aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) ^ 2 / aaa(4) / exp((x1 / b) ^
aaa(1)) ^ 2 * m +...
(x1 / (4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^ aaa(3)) /
aaa(4) * m - (x1 / aaa(4)) ^ aaa(3) * aaa(3) / exp((x1 / aaa(4)) ^
aaa(3)) ^ 2 / aaa(4) * m;
%____________________________________________
%____________________________________________
PARX=[alphaLS betaLS ALphaLS2 BetaLS2 ALphaLSy BetaLSy];
a1=PARX(1,1);b1=PARX(1,2);a2=PARX(1,3);b2=PARX(1,4);c=PARX(1,5);d=
PARX(1,6);
RE1=@(x1,y) a1 / b1 * (x1./ b1).^ (a1 - 1).* exp(-(x1./ b1).^
a1).* c./ d.* (y./ d).^ (c - 1).* exp(-(y./ d).^ c);
RE2=@(x1,x2,y) a1 / b1 * (x1./ b1).^ (a1 - 1).* exp(-(x1./ b1).^
a1).* a2./ b2.* (x2./ b2).^ (a2 - 1).* exp(-(x2./ b2).^ a1).* c./
d.* (y./ d).^ (c - 1).* exp(-(y./ d).^ c);
t1=xlsread('Data11','Sheet3');
%____________________________________________
```

برنامج الجانب التطبيقي

```
for i=1:72
MAR1(i)=integral2(RE1,0,inf,t1(i),inf)/2;
MAR2(i)=integral3(RE2,0,inf,0,t1(i),t1(i),inf)/2;
end
%____________________________________________
MAR1=sort (MAR1, 'descend');
MAR2=sort (MAR2, 'descend');
%____________________________________________
MAR1=MAR1';MAR2=MAR2';
%____________________________________________
u1=xlswrite('Data111',MAR1,'LS','a1');
u2=xlswrite('Data111',MAR2,'LS','b1');
%____________________________________________
%________the program for estimate parameter by  Least square
Method  estimation method
```

```
f1=@(a1) (x./ a(2)).^ (a1(1) - 1).* log(x./ a1(2)).* exp(-(x./
a1(2)).^ a1(1)) - (x./ a1(2)).^ (a1(1) - 1).* (x./ a1(2)).^
a1(1).* log(x./ a1(2)).* exp(-(x./ a1(2)).^ a1(1));
%_________________________________________
f2=@(a1) (x./ a1(2)).^ (a1(1) - 1).* exp(-(x./ a1(2)).^
a1(1));alphax=1.98;alpha=@(a)  n / a1(1) *sum(f1 / f2);
%_________________________________________
f3=@(a1) -(x./a1(2)).^ (a1(1) - 1).* (a1(1)- 1).* exp(-
(x./a1(2)).^a1(1))./a1(2)+ (x./a1(2)).^ (a1(1)- 1).*
(x./a1(2)).^a1(1).*a1(1).* exp(-(x./a1(2)).^a1(1))./a1(2);
%_________________________________________
fff1=@(a2) (x./ a2(2)).^ (a2(1) - 1).* log(x./ a2(2)).* exp(-(x./
a2(2)).^ a2(1)) - (x./ a2(2)).^ (a2(1) - 1).* (x./ a2(2)).^
a2(1).* log(x./ a2(2)).* exp(-(x./ a2(2)).^ a2(1));
%_________________________________________
fff2=@(a2) (x./ a2(2)).^ (a2(1) - 1).* exp(-(x./ a2(2)).^
a2(1));alphax1=1.98;alpha1=@(a2)  n / a2(1) *sum(fff1 / fff2);
%_________________________________________
fff3=@(a2) -(x./a2(2)).^ (a2(1) - 1).* (a2(1)- 1).* exp(-
(x./a2(2)).^a2(1))./a2(2)+ (x./a2(2)).^ (a2(1)- 1).*
(x./a2(2)).^a2(1).*a2(1).* exp(-(x./a2(2)).^a2(1))./a2(2);
%_________________________________________
fff4=@(a2) (x./a2(2)).^ (a2(1)- 1).* exp(-
(x./a2(2)).^a2(1));betax1=3.82;beta1=@(a2) -
n/a2(2)*sum(fff3/fff4);
%_________________________________________
ff1=@(c) (y./c(2)).^ (c(1) - 1).* log(y./c(2)).* exp(-(y./c(2)).^
c(1)) - (y./c(2)).^ (c(1)- 1).* (y./c(2)).^ c(1)* log(y./c(2)).*
exp(-(y./c(2)).^c(1));
%_________________________________________
ff2=@(c)(y./c(2)).^ (c(1)- 1).* exp(-(y./c(2)).^
c(1));alphay=2.78;alphayy=@(a)  n / c(1) * ff1 / ff2;
%_________________________________________
ff3=@(c) -(y./c(2)).^ (c(1) - 1).* (c(1)- 1).* exp(-
(y./c(2)).^c(1))./c(2)+ (y./c(2)).^ (c(1)- 1).*
(y./c(2)).^c(1).*c(1).* exp(-(y./c(2)).^c(1))./c(2);
%_________________________________________
ff4=@(c) (y./c(2)).^ (c(1)- 1).* exp(-
(y./c(2)).^c(1));betay=3.82;betayy=@(a) -n/c(2)*sum(ff3/ff4);
PARMAX=[alphax betax alphax1 betax1 alphay betay]
a1=PARMAX(1,1);b1=PARMAX(1,2);a2=PARMAX(1,3);b2=PARMAX(1,4);c=PARM
AX(1,5);d=PARMAX(1,6);
RE1=@(x1,y) a1 / b1 * (x1./ b1).^ (a1 - 1).* exp(-(x1./ b1).^
a1).* c./ d.* (y./ d).^ (c - 1).* exp(-(y./ d).^ c);
RE2=@(x1,x2,y) a1 / b1 * (x1./ b1).^ (a1 - 1).* exp(-(x1./ b1).^
a1).* a2./ b2.* (x2./ b2).^ (a2 - 1).* exp(-(x2./ b2).^ a1).* c./
d.* (y./ d).^ (c - 1).* exp(-(y./ d).^ c);
t1=xlsread('Data11','st');
%_________________________________________
for i=1:72
MAXR1(i)=(integral2(RE1,0,inf,t1(i),inf))/2;
MAXR2(i)=(integral3(RE2,0,inf,0,t1(i),t1(i),inf))/2;
```

```
end
%_________________________________________
MAXR1=sort (MAXR1, 'descend');
MAXR2=sort (MAXR2, 'descend');

MAXR1=MAXR1';MAXR2=MAXR2';

u1=xlswrite('Data111',MAXR1,'MAXIM','a1')
u2=xlswrite('Data111',MAXR2,'MAXIM','b1')
%_________________________________________
```

الملحق B

جدول (1-B) يمثل البيانات الحقيقية لجهازي المعجل الخطي لمعالجة الاورام

التسلسل	X_1	X_2	Y_1	Y_2
1	1.7	1.0	2.3	2.9
2	1.0	1.2	1.4	2.5
3	2.7	1.4	2.4	2.0
4	1.3	1.8	0.7	1.5
5	2.9	1.3	1.6	3.0
6	1.3	0.7	1.7	2.2
7	1.5	0.7	2.6	0.9
8	1.2	1.1	2.8	4.0
9	1.4	0.8	2.3	2.4
10	1.5	1.0	1.1	2.8
11	0.7	2.5	0.9	3.1
12	0.3	1.3	1.5	3.2
13	0.2	1.7	1.4	1.9
14	1.3	2.7	2.4	0.5
15	0.8	2.3	1.7	3.4
16	1.0	2.1	1.2	1.8
17	0.8	0.9	2.0	3.4
18	1.2	1.4	0.5	0.6
19	1.7	0.9	2.8	1.8
20	0.9	1.9	2.2	2.8
21	1.4	3.9	1.8	2.0
22	2.1	1.2	3.0	2.6
23	0.2	1.8	1.4	1.7
24	0.9	0.3	1.7	2.9
25	0.2	0.4	1.8	4.0
26	0.5	1.5	1.2	2.3
27	2.4	3.5	1.1	1.3
28	0.6	0.9	1.3	3.4
29	0.6	0.6	2.2	2.7
30	0.6	0.2	1.9	1.9
31	0.8	3.0	1.4	4.3
32	1.3	1.4	2.8	1.1
33	0.5	1.1	2.8	1.9
34	1.3	0.9	2.3	2.4
35	1.0	0.8	1.8	3.5

36	0.3	1.0	0.6	2.6
37	0.4	0.8	1.5	2.5
38	1.0	1.6	2.2	0.5
39	1.1	1.1	2.3	1.6
40	0.7	2.5	1.1	1.0
41	0.3	3.0	0.9	2.1
42	0.3	0.2	1.6	2.8
43	0.7	1.8	2.3	1.2
44	1.1	1.1	2.8	2.6
45	0.4	0.2	1.2	3.3
46	0.9	2.2	1.7	2.8
47	0.3	2.1	0.8	2.0
48	2.0	1.7	3.0	2.4
49	0.8	0.3	1.7	1.9
50	0.5	1.5	2.3	0.5
51	1.4	1.9	1.2	1.0
52	1.1	2.3	2.5	2.5
53	1.3	1.5	2.0	1.0
54	1.1	1.6	2.1	3.7
55	1.0	2.4	1.2	4.2
56	0.8	1.4	1.5	3.1
57	1.9	2.7	2.5	2.4
58	0.8	1.0	2.2	2.5
59	1.2	3.9	2.7	1.4
60	1.2	1.1	1.5	2.5
61	1.2	0.7	1.7	2.7
62	1.4	2.0	2.6	2.5
63	0.2	1.4	2.6	2.0
64	0.2	1.1	1.9	4.6
65	0.4	2.9	0.9	1.8
66	0.5	1.3	1.8	3.6
67	1.4	1.0	3.2	2.6
68	1.0	2.0	3.0	3.2
69	1.3	0.6	1.2	2.9
70	2.9	0.2	1.9	2.2
71	1.1	0.6	2.1	3.5
72	0.6	1.3	1.3	3.1

ABSTRACT

Many work systems in our world suffer from a problem when working in a system of stress and durability, the failure of one of the components of the system leads to the failure of the entire system and stops working, but in the cascade system of stress and strength, the failure of one of the components does not lead to the failure of the system to work, but the system will improve the stress through the attenuation factor in order for the system to continue to work, and because of modern technology and the development of devices and equipment and the complexity of them and not taking into account The accuracy of the data for these devices has a kind of fuzzy, and since fuzzy logic began to be used in estimation, we will estimate the reliability of the Cascade system to distribute Whipple if the system is fuzzy.The theoretical aspect in this theisis included addressing the most important terms of reliability, binding systems and blurring as well as finding the reliability of the system for one component, two components and three components, where each component has strength (X) and is subjected to stress (Y), where stress is defined as the amount of force exerted to occur the cessation of the component from work or the cessation of the system, either strength is intended to resist the component to accomplish the required work without stopping or malfunctioning, and one of the hypotheses of this system contains n of components from which a component works Only one is under the influence of stress while there is (n-1) of the remaining components in standby mode, when the first component stops as a result of the large stress exerted on it that exceeds the strength of this component, one of the components that is waiting to work in place of the broken component and works in the same conditions as the first component failed, as the stress on this component is reduced through the attenuation factor, which is symbolized by the symbol (K),Thanks to

the presence of this factor, the cascade system makes a special case of the reserve system, as well as finding the common cumulative distribution function of the variables of stress and strength, and then finding the reliability of the fuzzy cascade system for the Weibull distribution of each of the ($\tilde{R}_2, \tilde{R}_3$)for the distribution of Weibull by using three estimation methods (the method of estimating the greatest possibility, the method of least squares, and the method of contraction), and for the purpose of making a trade-off between the three methods, the researcher used the simulation method (Monte-Carlo) based on the statistical criterion average error squares (mse), where he concluded The greatest probability estimator method is best for medium (n=50,n=75,n=100) and large (n=150,n=200,n=500), while the least squares method is shown to be preferable at small sample sizes (n=15,n=25,n=35), the reliability behavior of the fuzzy cascade system of Weibull distribution of ($\tilde{R}_2, \tilde{R}_3$). As for the applied aspect, As for the applied aspect, the researcher used data for two linear accelerator devices in Babylon Center for Oncology, as there are two linear accelerator devices in the center, as the data was blurred using the exponential affiliation function for the purpose of estimating the reliability of the fuzzy marginal $\tilde{R}(1), \tilde{R}(2)$) as well as estimating the reliability of the fuzzy cascade system of stress and strength ($\tilde{R}_2$) of the two devices using the best method that we obtained in the experimental side, which is (ML), as the study concluded that the fuzzy marginal dependencies $\tilde{R}(1), \tilde{R}(2)$ and the reliability of the fuzzy cascade system ($\tilde{R}_2$) gradually decreases with time and this fits the statistical definition of the reliability function

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Basra
Faculty of Administration and Economics
Statistics Department

Reliability of the fuzzy cascade system of weibull distribution

A thesis submitted to the Council of the College of Administration and Economics in University of Basra as part of the requirements for obtaining a master's degree in statistics

Submitted by the student

Jawad Shaker Degham

Supervision

Asst. prof. Dr. Ali .N .Hussein

1444هـ **2022م**